GIUSEPPE ARMELLINI

ASTRONOMIA SIDERALE

VOL. II

N. ZANICHELLI
BOLOGNA

Digitized by the Internet Archive
in 2026 with funding from
University of Toronto

https://archive.org/details/trattatodiastron02arme

Astron
A

GIUSEPPE ARMELLINI

DIRETTORE DEL R. OSSERVATORIO ASTRONOMICO DI ROMA

PROF. ORDINARIO DI ASTRONOMIA NELLA R. UNIVERSITÀ DI ROMA

TRATTATO

DI

ASTRONOMIA SIDERALE

VOLUME II

LE STELLE

UNIVERSITY OF TORONTO LIBRARY

333069
17. 11. 36.

BOLOGNA

NICOLA ZANICHELLI

1931-X

L'EDITORE ADEMPIUTI I DOVERI
ESERCITERÀ I DIRITTI SANCITI DALLE LEGGI

Copyright 1931 by Casa Ed. N. Zanichelli

Bologna - Cooperativa Tipografica Azzoguidi - XI-1931-X

PREFAZIONE

La buona accoglienza che gli studiosi hanno fatto al primo volume dell'Astronomia Siderale, mi ha spinto a pubblicarne con sollecitudine il volume successivo, secondo il programma già esposto nell'introduzione.

E precisamente, mentre il primo volume è dedicato esclusivamente alla *Parte Generale* — e cioè alla Uranografia ed ai metodi (fotometrici, spettroscopici ed interferometrici) di cui si vale la moderna Astronomia Siderale — questo secondo volume esamina *Le Stelle*, considerate nella loro individualità. Vale a dire, esso si occupa dei tipi spettrali, delle masse e delle dimensioni degli astri, della loro atmosfera, delle sorgenti dell'energia stellare, della evoluzione stellare ed, infine, delle stelle variabili e delle stelle binarie: visuali, spettroscopiche e fotometriche.

Il Trattato riproduce, in forma più estesa, le lezioni che svolgo da un decennio dalla Cattedra di Astronomia presso la R. Università di Roma ed è principalmente dedicato ai giovani astronomi ed, in modo particolare, agli studenti universitari che intendono abbracciare la carriera astronomica. Ed io nutro fiducia che esso possa colmare una lacuna, tuttora esistente, nella lettereratura astronomica e possa anche servire di preparazione a quella « Scuola di Astronomia » che speriamo di poter istituire presso il R. Osservatorio di Roma.

Ho quindi fatto ogni sforzo per esporre la vasta materia con ordine, chiarezza e rigore scientifico ed ho anche molto curato le citazioni bibliografiche, tanto utili ai giovani per orientarsi e poter facilmente approfondire qualsiasi argomento. Per maggiore facilità ho anche concentrato, in note

a piè di pagina, quelle dimostrazioni che domandano il calcolo superiore: alcune di esse sono *originali*.

Il terzo ed ultimo volume, che spero di far apparire tra breve, sarà dedicato agli astri considerati nel loro insieme — e cioè alla distribuzione delle stelle nello spazio, ai loro movimenti, al moto del Sole ecc. — agli ammassi stellari ed alle nebule: in una parola, studierà la *Statistica Stellare* e la composizione dell' *Universo Sidereo*. Ed avrà in fine un esteso *Indice Analitico* di tutti gli argomenti svolti nel Trattato.

G. ARMELLINI

PARTE TERZA

LE STELLE

Capitolo Primo

I tipi spettrali delle stelle.

126. Classificazione del P. Secchi. Nel primo volume di questo trattato abbiamo studiato i metodi di cui si vale l'Astronomia Siderale per le sue ricerche. Fermiamoci ora ad esaminare i risultati conseguiti [1] ed iniziamo il nostro studio dai tipi spettrali, che costituiscono forse l'argomento più importante.

Come già accennammo, l'astronomo che per primo eseguì una classificazione delle stelle dal lato spettroscopico fu il P. Angelo Secchi (1818-1878) e tale lavoro, frutto di pazienti osservazioni e di acuta intuizione, costituisce anche oggi uno dei suoi maggiori titoli di gloria.

Avendo ottenuto, per generosa elargizione del Pontefice Pio IX, un equatoriale di Merz, con lente obbiettiva di modeste dimensioni (240 mm. di apertura) ma di squisita fattura, il P. Secchi se ne servì dapprima per misure di stelle doppie e poi per ricerche spettroscopiche. Naturalmente, essendo la fotografia celeste ancora nella sua infanzia, il P. Secchi osservava gli spettri stellari con uno spettroscopio a visione diretta, munito di lente cilindrica (cfr. vol. I, pagina 278, nota (2)), ma la bontà dell'obbiettivo e la tranquillità del cielo di Roma supplirono alle deficienze strumentali.

---

[1] Tralasceremo di parlare per ora dei risultati riguardanti le distanze, le velocità radiali e i moti propri delle stelle, giacchè dovremo occuparcene nel terzo volume di questo trattato.

In tal modo il P. Secchi potè studiare gli spettri di parecchie centinaia di stelle [1] e si accorse, con qualche maraviglia, che il comportamento delle righe spettrali era in relazione col colore della stella esaminata. Il fatto è ora facilmente intelligibile, giacchè, come vedemmo nel primo volume, il colore della stella dipende dalla temperatura effettiva la quale, a sua volta, determina il grado di ioniz-

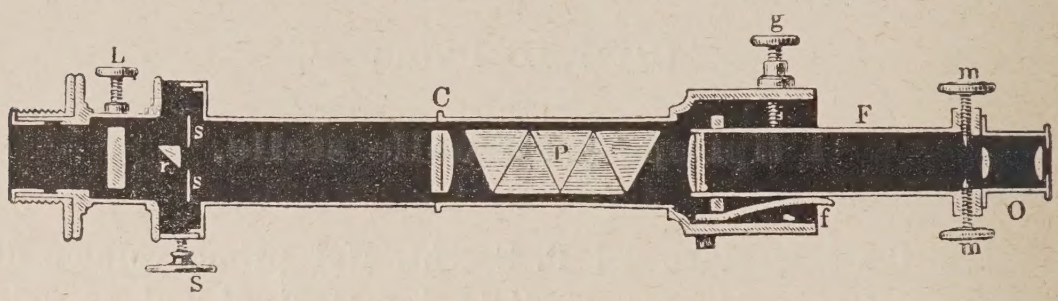


Fig. 83.

Spettroscopio del P. Secchi, a visione diretta (cfr. n. 95 nota).

L = lente cilindrica; S = fenditura; C = lente di collimazione; P = prismi; F = sistema oculare; m = vite micrometrica per collimare le righe spettrali.

zazione dei gas contenuti nell'atmosfera stellare e quindi modifica le righe che appaiono nello spettro.

Ma, benchè la fisica stellare fosse allora bambina, l'acuto ingegno del Secchi intuì — sia pure imperfettamente — l'essenza dei fenomeni ed immaginò quindi una divisione delle stelle in quattro gruppi, *prendendo per base il loro colore.*

Questi gruppi, che chiameremo col nome [2] di *classi del Secchi,* sono i seguenti:

---

[1] Cfr. « Bollettino dell'Oss. del Coll. Romano » dal 1863 in poi, come pure « Comptes Rendus de l'Ac. des Sc. de Paris » 1863 e ss. Inoltre il Secchi ha riassunto i suoi studi spettroscopici in memorie « *Sugli spettri prismatici delle stelle fisse* » pubbl. negli « Atti dell'Acc. dei XL », (1867 e ss,) e nel suo bel libro: *Le Stelle, Saggi di Astronomia Siderale* (Milano, Dumolard, 1877) di cui abbiamo varie traduzioni in lingue straniere (*Les étoiles par A. Secchi,* Paris, G. Baillière 1879; *Die Sterne von A. Secchi,* Leipzig, Brockhaus, 1878, ecc.).

[2] Per evitare ogni confusione, abbiamo dato il nome di *classi* alle quattro suddivisioni di Secchi, riserbando il nome di « tipi » alle suddivisioni moderne.

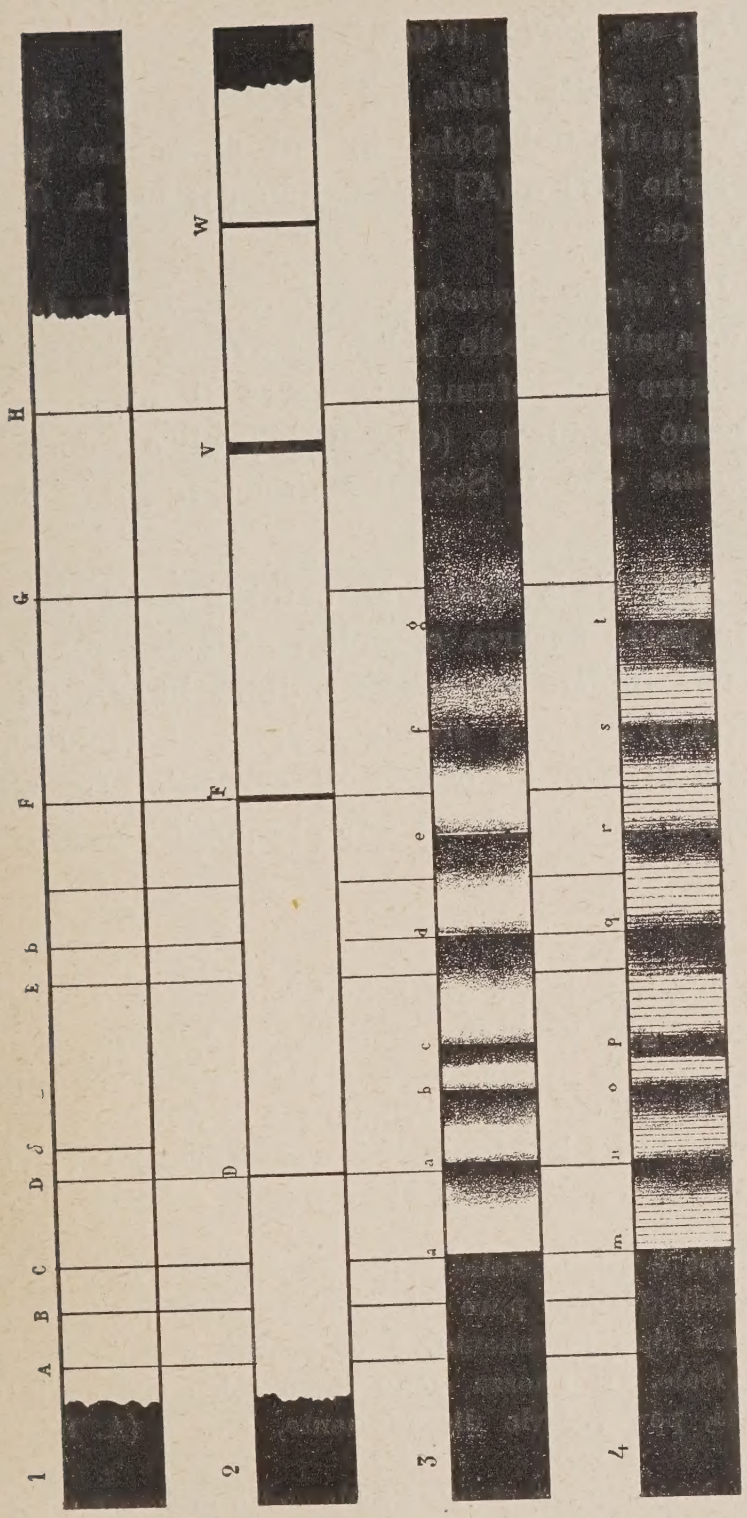


Fig. 84.
Classi del Secchi.
(Da un disegno del P. Secchi riportato nella « Memoria sopra gli spettri prismatici delle stelle »).
1 = Spettro del Sole (Classe II). 3 = Spettro di α Herculis (Classe III).
2 = Spettro di Wega (Classe I). 4 = Spettro di β Pegasi (Classe III).

a) Classe I: stelle bianche. È caratterizzata [1] dalla forza delle quattro righe di assorbimento dell' idrogeno (H_α, H_β, H_γ, H_δ); es. *Sirio, Wega,* ecc.

b) Classe II: stelle gialle. È caratterizzata da uno spettro simile a quello del Sole, in cui si notano per la loro forza, le righe [*H*] e [*K*] del calcio [2]; es. la *Capra, Polluce, Arturo,* ecc.

c) Classe III: stelle aranciate. È caratterizzata da uno spettro in cui compaiono delle bande [3] aventi la testa rivolta verso l' azzurro e la sfumatura verso il rosso, e che appartengono, come sappiamo, (cfr. n. 83) all' *ossido di titanio*; es. *Betelgeuse* che il Secchi chiamò il *prototipo di questa classe.*

d) Classe IV: stelle rosse. È caratterizzata da uno spettro in cui la parte azzurra e violetta è assai poco sviluppata, e in cui inoltre compaiono delle bande con la testa rivolta verso il rosso e sfumate verso il violetto, le quali sono dovute (n. 83) all' *ossido di carbonio.* Le stelle che appartengono a questa classe sono in genere poco lumi-

---

(1) « Lo spettro di questo tipo è quasi continuo: soltanto esso è solcato da quattro forti righe nere che sono quelle dell' idrogeno, ecc. Tutte e quattro queste righe possono vedersi nelle stelle più lucide; nelle più deboli non è ordinariamente visibile che la H_β, ossia la [*F*], ma in genere questa è molto larga e dilatata e spesso sfumata agli orli, specialmente in Sirio » (A. Secchi: *Le Stelle* pag. 89 - Milano, Dumolard, 1877).

(2) « Il secondo tipo è quello delle stelle gialle: esse hanno righe finissime; le righe dell' idrogeno pure vi sono, ma sono sottili e non così marcate come nel tipo precedente, e lo spettro è perfettamente uguale a quello del Sole. La finezza delle righe esige che l' aria sia molto buona e quieta, per vederle distintamente, ecc. « (A. Secchi, Op. cit., pag. 90).

(3) « Il terzo tipo è quello che si trova nelle stelle aranciate e rosse: esso è formato di zone o bande scure... disposte come *altrettante colonne scannellate* vedute in fuga e aventi la luce illuminante dal lato rosso. Insigni sono specialmente il prototipo di questa classe, α Orione, ecc. » (A. Secchi, Op. cit., pag. 92).

nose: una delle più lucenti è la *19 Piscium*, che è circa di quinta grandezza [1].

A queste quattro classi il Secchi ne aggiunse più tardi una quinta [2] formata di stelle nel cui spettro compari-

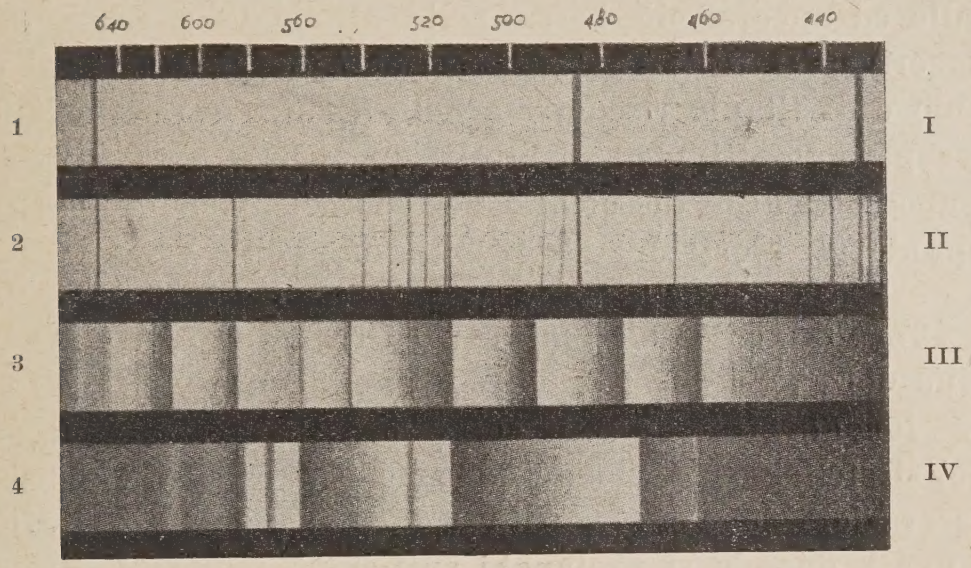


Fig. 85.

Le quattro classi del Secchi.

1 = Spettro di Sirio (Classe I). 3 = Spettro di α Herculis (Classe III).
2 = Spettro di Capella (Classe II). 4 = Spettro della 19 Piscium (Classe IV).

scono *righe lucide* di emissione, come, p. es., γ *Cassiopeiae*: classe che oggi corrisponde al tipo *O* della classificazione moderna.

---

[1] « Il quarto tipo è assai bizzarro e vario... attesochè le colonne sono qui illuminate nel senso contrario, ecc. Questo tipo raccoglie alcune stelle assai curiose, che sono per lo più color rosso di sangue e di piccola grandezza: non ne conosco alcuna superiore alla quinta, ecc. » (Secchi, Op. cit., pag. 93).

[2] « Vi sono però alcune poche stelle... che mostrano linee lucide invece delle nere e possono formare un 5° tipo a righe lucide. La più insigne fra le eccezionali è la stella γ di Cassiopea che presenta le righe spettrali dell'idrogeno non nere per rovesciamento, ma lucide dirette, la quale curiosità finora è unica in tutto il cielo. Solo vi è β Lira che talvolta pare le ha mostrate lucide, ma non sempre, essendo essa variabile » (Secchi, Op. cit., pag. 98).

Ai tempi del P. Secchi non si conoscevano le leggi di Stefan e di Wien (n. 45) nè la relazione che lega la temperatura effettiva con la distribuzione di energia nello spettro. Ciò nonostante il P. Secchi intuì che la temperatura era massima nelle stelle bianche, minore nelle stelle gialle ed ancora più bassa nelle aranciate e rosse, come suggeriva del resto anche la presenza dei composti di carbonio e di titanio riscontrata nello spettro di queste ultime. Si sapeva infatti che, ad alta temperatura, la molecola dei composti tende a dissociarsi nei suoi componenti che sono appunto gli atomi degli elementi semplici.

127. Tipi spettrali moderni - Generalità. La classificazione del P. Secchi, limpidissima nella sua bella semplicità, era fondata interamente sopra *osservazioni visuali* degli spettri stellari. Ma, come vedemmo nel primo volume, tali osservazioni sono oggi sostituite da osservazioni fotografiche, le quali, quando si prolunghi sufficientemente la durata di esposizione della lastra, permettono di studiare una quantità di dettagli, a cui l'occhio non sarebbe mai potuto giungere. Si è sentita quindi la necessità di una classificazione più complicata, ma nello stesso tempo più minuziosa, che tenesse conto dei copiosi risultati che ci ha dato la *spettrofotografia*. E tale classificazione è stata compiuta dalla valorosa spettroscopista americana Miss Annie Cannon sotto la guida del compianto prof. E. Pickering direttore dell'Osservatorio di Harvard College, ed è adoperata nel più grande Catalogo Spettroscopico che possegga l'Astronomia Moderna e cioè l'*Henry Draper Catalogue* (n. 122).

Prima di studiarla premettiamo alcune considerazioni preliminari.

Vedemmo, nel primo volume di questo trattato, come lo spettro di un astro dipenda da vari elementi: costituzione chimica della sua atmosfera, pressione, temperatura, ecc. Ora, almeno nella grande maggioranza dei casi, la pressione dell'atmosfera stellare si conserva sempre assai bassa (n. 99) ed anche la composizione chimica è poco variabile da stella a stella, onde *il fattore che ha influenza prepon-*

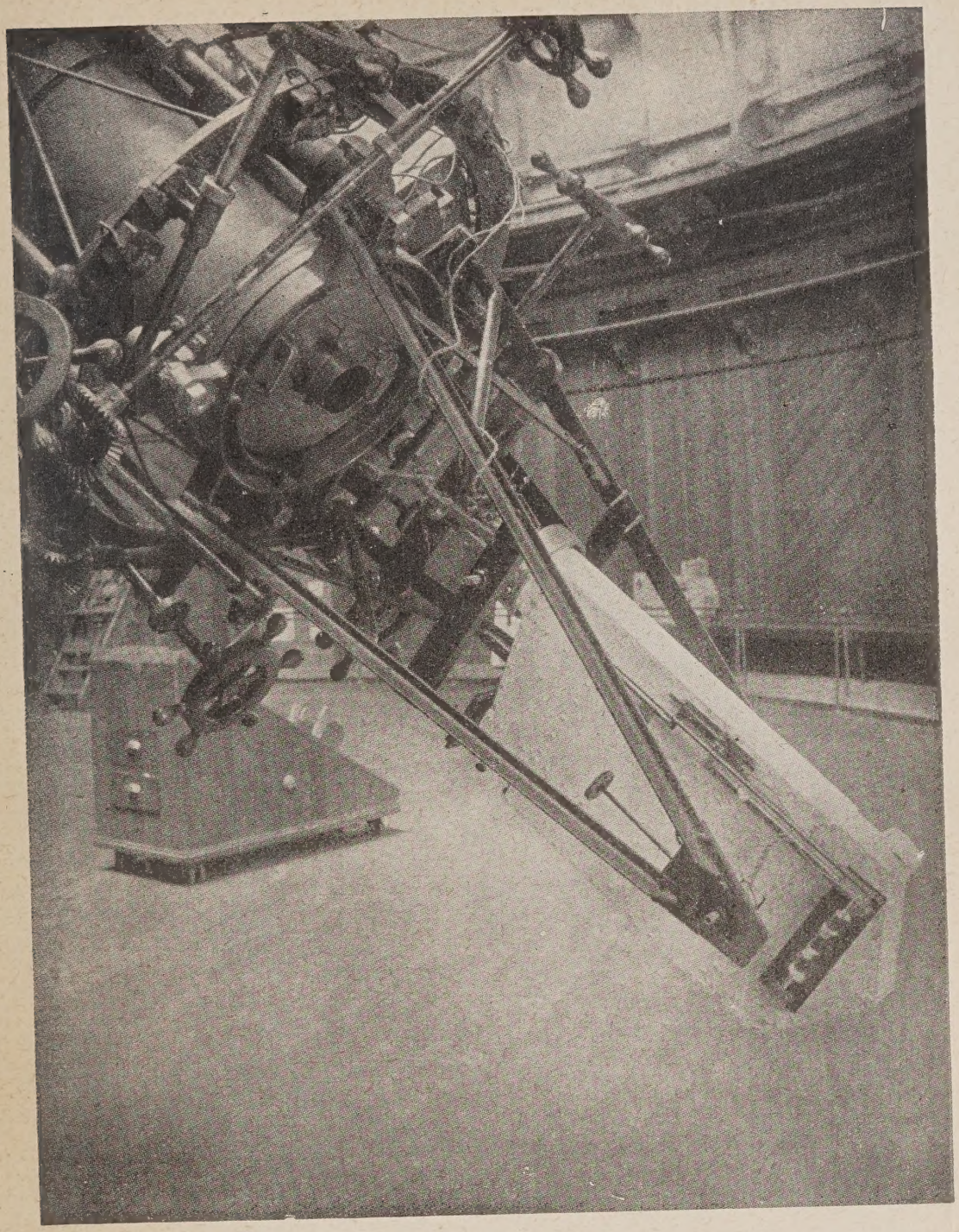


Fig. 86.
Spettrografo moderno applicato all'equatoriale (cfr. n. 94).

derante nella produzione degli spettri, è la temperatura dell'atmosfera stellare, o meglio il suo *stato di eccitazione*, il quale è prodotto, oltre che dalla temperatura, anche dagli urti degli atomi con elettroni liberi, dall'assorbimento

di radiazioni di bassissima lunghezza d'onda, ecc. Ne segue che *gli spettri stellari*, dipendendo praticamente da una sola

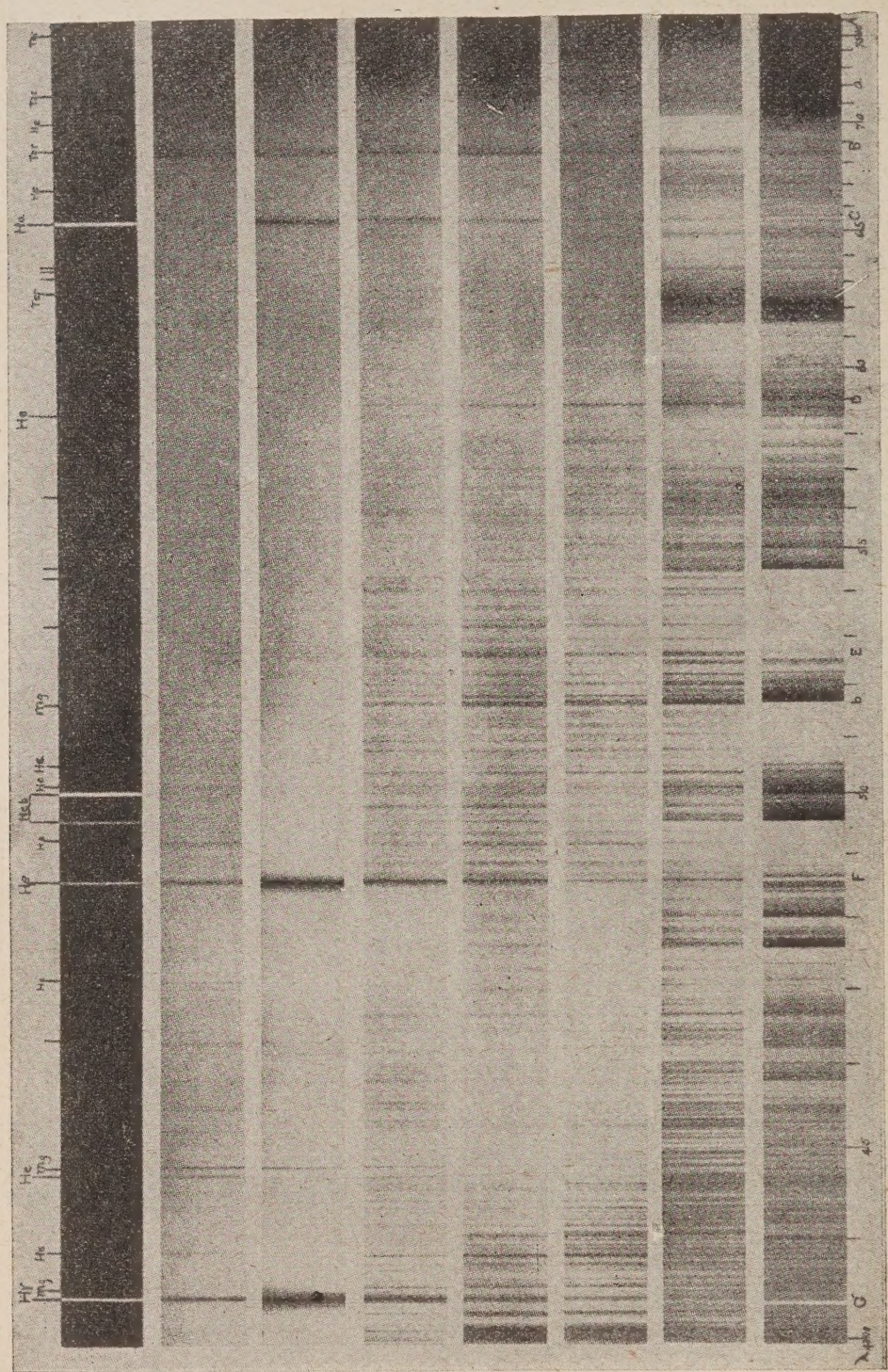


Fig. 87. — Successione dei tipi spettrali di Harvard.

Dall'alto in basso: 1 = Nebulosa di Orione (*P*); 2 = Rigel (*B8p*); 3 = Sirio (*AO*); 4 = Procione (*F5*); 5 = Sole (*GO*); 6 = Arturo (*KO*); 7 = Betelgeuse (*Mα*); 8 = Mira Ceti (*Md*). (Fot. V. Slipher dell'Osservatorio Lowell).

grandezza fisica, formano una *successione continua unidimensionale*, o, come dicono gli astronomi, una « serie lineare ». Ciò significa, in altre parole, che è possibile collegare due

tipi spettrali qualsiasi per mezzo di una successione ben determinata di spettri intermedi.

In particolare (n. 81) l'eccitazione dell'atmosfera stellare è massima nel tipo *O*, dove le righe sono spesso doppiamente e triplamente ionizzate e dove è ionizzato anche l'elio, nonostante il suo altissimo potenziale (n. 80) di ionizzazione. Lo stato di eccitazione diminuisce passando ai tipi seguenti *B* e *A*, mentre nel successivo tipo *F* sono già notevoli le righe dell'arco (n. 80) indicatrici della presenza dell'atomo neutro. Tali, righe sono ancora più appariscenti nel tipo *G* e divengono predominanti in *K*, finchè nei tipi *M*, *N*, *R*, *S*, si sviluppano le bande indicatrici della presenza dei corpi composti (n. 83) e contemporaneamente assumono maggior forza le *righe ultime* caratteristiche (cfr. vol. I, pag. 291, nota) dei bassi livelli di eccitazione.

Premesse queste nozioni preliminari, passiamo alla descrizione dei tipi spettrali di Harvard, seguendo le indicazioni date nella prefazione al catalogo di Draper [1] ed avvertendo però che la nostra, come ogni altra descrizione, può dare soltanto un'idea generale.

In pratica, per classificare esattamente il tipo spettrale di una stella, occorre fotografare lo spettro di altre stelle di tipo conosciuto — tratte, p. es., dal catalogo di Draper — e simili alla stella da studiare, procedendo poi ad un accurato confronto tra i vari spettrogrammi. Per facilitare questa ricerca servono appunto le « stelle tipiche », che indicheremo di volta in volta.

Un altro metodo per la classificazione spettrale di un astro è stato proposto da ADAMS [2] e consiste sostanzial-

---

[1] Cfr. « Annals of Harvard College Observatory », Vol. XCII. La memoria fondamentale sopra la moderna classificazione spettrale è dovuta a Miss A. CANNON ed è pubblicata nel Vol. XXVIII degli « Annals of Harv. Coll. » col titolo: *Spectra of bright southern stars;* nello stesso volume è contenuta la poderosa memoria: *Spectra of bright stars* di Miss A. MAURY della cui classificazione spettrale parleremo tra breve.

[2] Tra i più recenti lavori sull'argomento cfr.: CECCHINI e PACELLA, *Classificazione spettrale di 400 stelle dei tipi A ed F*, in « Pubbl. R.

mente nel *misurare il rapporto r tra le larghezze di due righe prevalenti nello spettro.* In generale si sceglie una riga idrogenica (p. es. la H_β o la H_γ) ed una riga metallica (p. es. la $\lambda = 4226{,}7$ *Ca*; $\lambda = 4404{,}7$ *Fe*; $\lambda = 4957{,}3$ *Fe* ecc.) e, servendosi come campione di stelle di cui si conosce esattamente il tipo spettrale *Sp*, si costruisce un diagramma avente per ascissa *Sp* e per ordinata *r*. In tal modo, ricavando dallo spettrogramma il valore di *r* per la stella da studiare, se ne deduce immediatamente il tipo spettrale.

Il metodo è facile e pratico, ma crediamo che esso debba applicarsi con cautela giacchè, logicamente, l'assegnazione del tipo spettrale deve fondarsi su *tutte* le apparenze date dallo spettrogramma e non sul comportamento di poche righe che potrebbero anche essere influenzate da cause particolari. E ciò deve dirsi specialmente per le righe [*H*] e [*K*] del calcio ionizzato, le quali possono essere modificate dal *calcio interstellare* di cui abbiamo già dato un cenno (n. 100) e torneremo ancora ad occuparci (n. 132).

128. Descrizione dei tipi spettrali di Harvard. Come già vedemmo nel primo volume, i tipi spettrali di Harvard vengono indicati con le lettere *Q, P, O, B, A, F, G, K, M, R, N, S*, dove l'apparente disordine è dovuto al fatto che alcune lettere furono tolte dalla successione, perchè originate da cattive fotografie, ed altre lettere furono spostate dalla posizione originaria per ragioni dipendenti da moderne vedute sopra l'evoluzione stellare. Dicemmo ancora che l'intervallo tra due tipi successivi, p. es., *B* ed *A*, è stato diviso in dieci sottotipi, che s'indicano scrivendo una delle cifre 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, alla destra della lettera maiuscola indicatrice del tipo da cui si parte; p. es. da *B* (o meglio *B*0) si passa al tipo successivo *A*0 per mezzo dei sottotipi *B*1, *B*2, *B*3 ecc. Soltanto nel caso in cui l'ordine dei sottotipi intermedi non sia completamente studiato, essi vengono indicati

---

Osservatorio di Merate, n. 3 (1929) », dove però gli autori si servono delle righe [*H*] e [*K*].

con lettere minuscole, onde nel catalogo di Draper si passa dal tipo *O* al tipo *B* per mezzo dei sottotipi *Oa*, *Ob*, *Oc*, ecc.

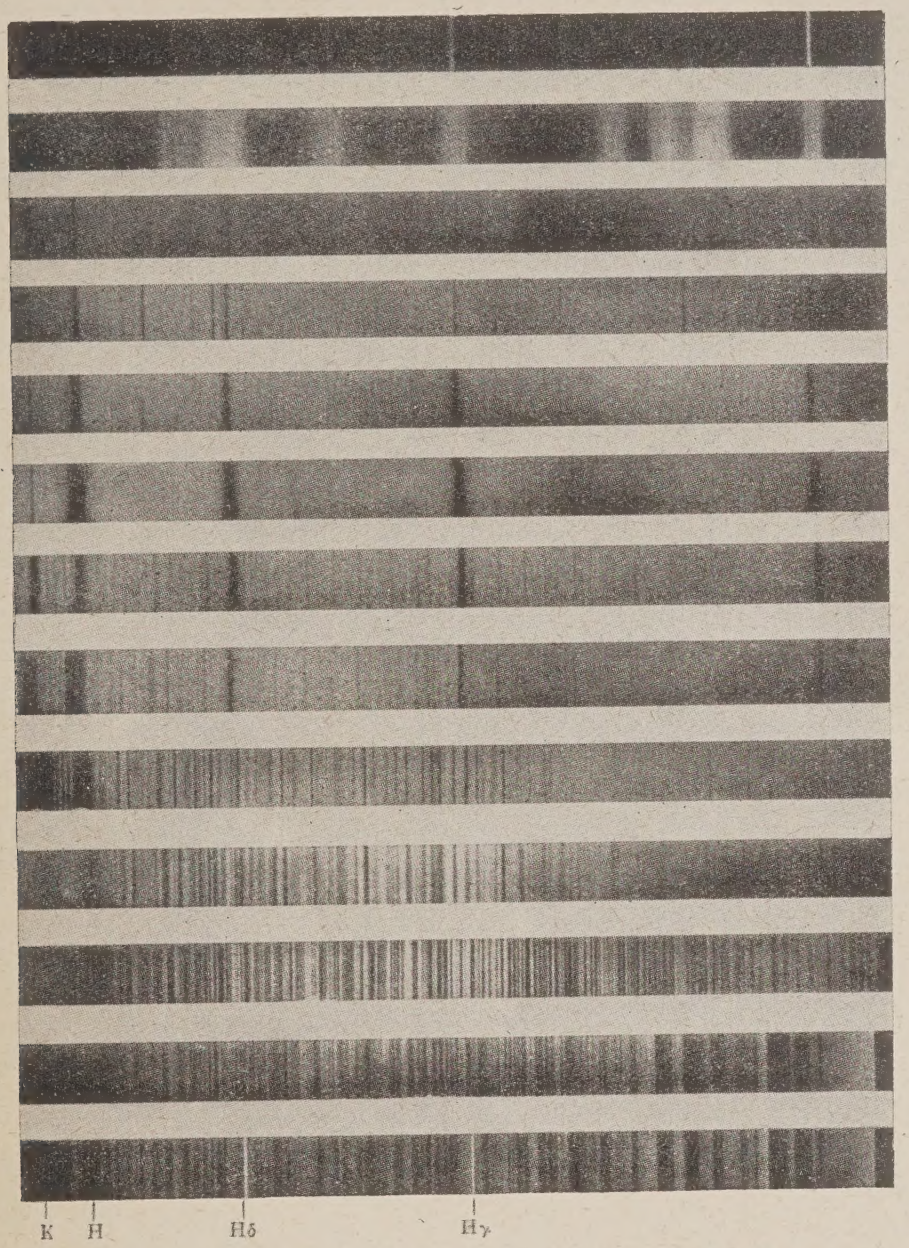


Fig. 88.
Tipi spettrali.

Dall' alto al basso: 1. tipo *P* (*BD* — 12° 1172); 2. tipo *Ob* (*BD* 35° 4001); 3. tipo *Od* (λ Cephei); 4. tipo *B*0 (ε Orionis); 5. tipo *B*5 (*q* Tauri); 6. tipo *A*0 (Sirio); 7. tipo *F*0 (δ Geminorum); 8. tipo *F*5 (Procione); 9. tipo *G*0 (Capella); 10. tipo *K*0 (Arturo); 11. tipo *M*0 (Betelgeuse); 12. tipo *M*8 (W Cygni); 13. tipo *M*8*e* (*o* Ceti).
(Fot. Rufus dell' Osservatorio dell' Università di Michigan).

Ciò detto, tralasciando per ora i tipi *Q* e *P* di cui dovremo occuparci a proposito delle stelle « novae » e delle

nebulose planetarie e rimandando a più tardi l'esame dei tipi *M*, *N*, *R*, *S*, cominciamo ad occuparci degli altri [1].

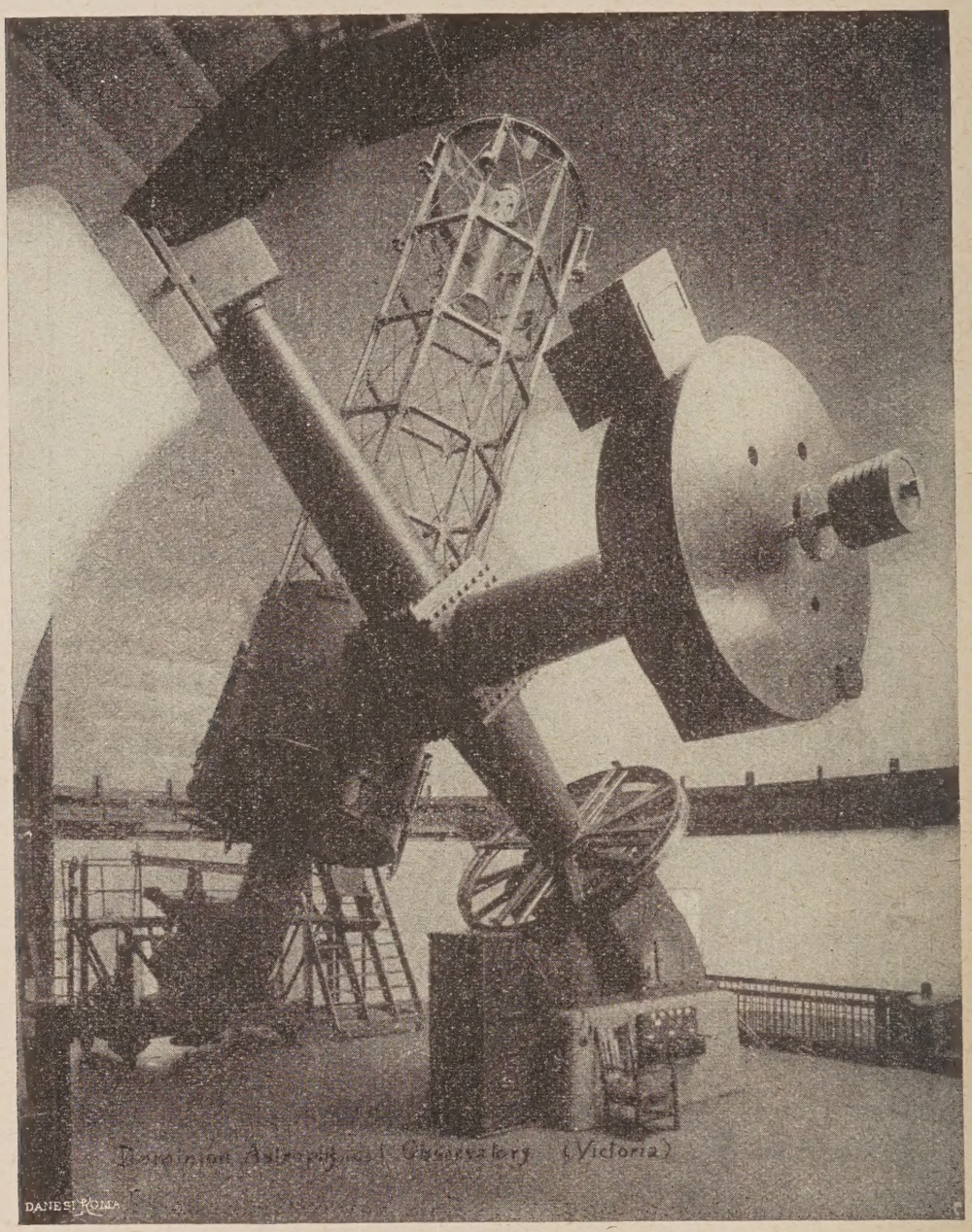


Fig. 89.

Riflettore dell'Osservatorio Victoria nel Canadà, col quale sono stati eseguiti importanti lavori moderni sulle stelle del tipo *O*.
Apertura dello specchio: m. 1,83.

---

[1] È inutile notare che lo studio della « sequentia spectrorum » è assai facilitato dall'esame delle fotografie spettrali. A tal fine ne riportiamo alcune nel presente volume, aggiungendo che lo studioso potrà

I. *Tipo O.* Comprende circa [1] un centinaio di stelle di color bianco e di altissima temperatura effettiva (n. 81), situate nella Via Lattea o nelle sue dipendenze, con caratteri spettrali che il WRIGHT [2] considera giustamente come intermedi tra quelli delle nebulose planetarie e quelli delle stelle ad elio. Più particolarmente nello spettro delle stelle *O* si notano le *righe del carbonio, dell'ossigeno e dell'azoto doppiamente ionizzati* insieme con quelle del *silicio triplamente ionizzato,* indici tutte dell'alto stato di eccitazione dell'atmosfera stellare. Inoltre vi si osservano frequentemente *righe e bande lucide* (spettri di emissione) e spesso anche vi appaiono le *righe stazionarie* (n. 100) del calcio [3]. La stella più luminosa del tipo è γ Argus [4].

Il PLASKETT [5], direttore dell'Osservatorio canadese di Victoria ed appassionato studioso di queste stelle, stima la loro distanza media (dedotta dalle parallassi di 35 di esse)

---

trovarne molte altre specialmente negli atti degli Osservatori Astronomici americani. Diciamo pure che, tra le fotografie spettrali moderne, meritano speciale considerazione quelle eseguite da CURTISS e RUFUS dell'Osservatorio dell'Università di Michigan, che le invia a richiesta.

(1) La letteratura dei vari tipi spettrali è vastissima e lo studioso troverà importanti lavori in proposito specialmente nell'« Astroph. Journ. », nei « Month. Notices », negli « Atti » dell'Osservatorio di Harvard College, dell'Osservatorio Victoria ecc. Qui non possiamo che accennare ad alcune delle memorie più importanti. In particolare, per quanto riguarda la temperatura delle stelle *O* e *B*, cfr. la recentissima memoria di P. GERASIMOVIC « *Spectrophotometric temperatures of early stars* » in Harv. Coll. Observ. Circ. 339 (aprile 1929).

(2) Cfr. *The relation between the Wolf-Rayet stars ad planetary nebulae* by H. WRIGHT in « Astroph. Journ. », Vol. XL.

(3) Cfr. *The* [*H*] *and* [*K*] *lines in O type stars* by PLASKETT in « Astroph. Journ. », Vol. LXXXIV ; *The stationary calcium lines* by J. KIENLE id. id.

(4) Ricordiamo che la scoperta di bande di emissione nello spettro di γ Argus è dovuto al prof. L. RESPIGHI direttore dell'Osservatorio Romano del Campidoglio, ed avvenne nel 1871 a Madras, in India, dove il Respighi si era recato per osservare un'eclisse totale di Sole.

(5) La memoria più importante del PLASKETT sull'argomento è forse quella intitolata: *The O type Stars* (« Publ. Obs. Victoria », Vol. II) di cui lo stesso autore ha dato un riassunto nella nota *Problems of*

di circa 900 parsecs, la loro temperatura media effettiva (n. 49) di 15000-22000 centigradi, la loro densità media

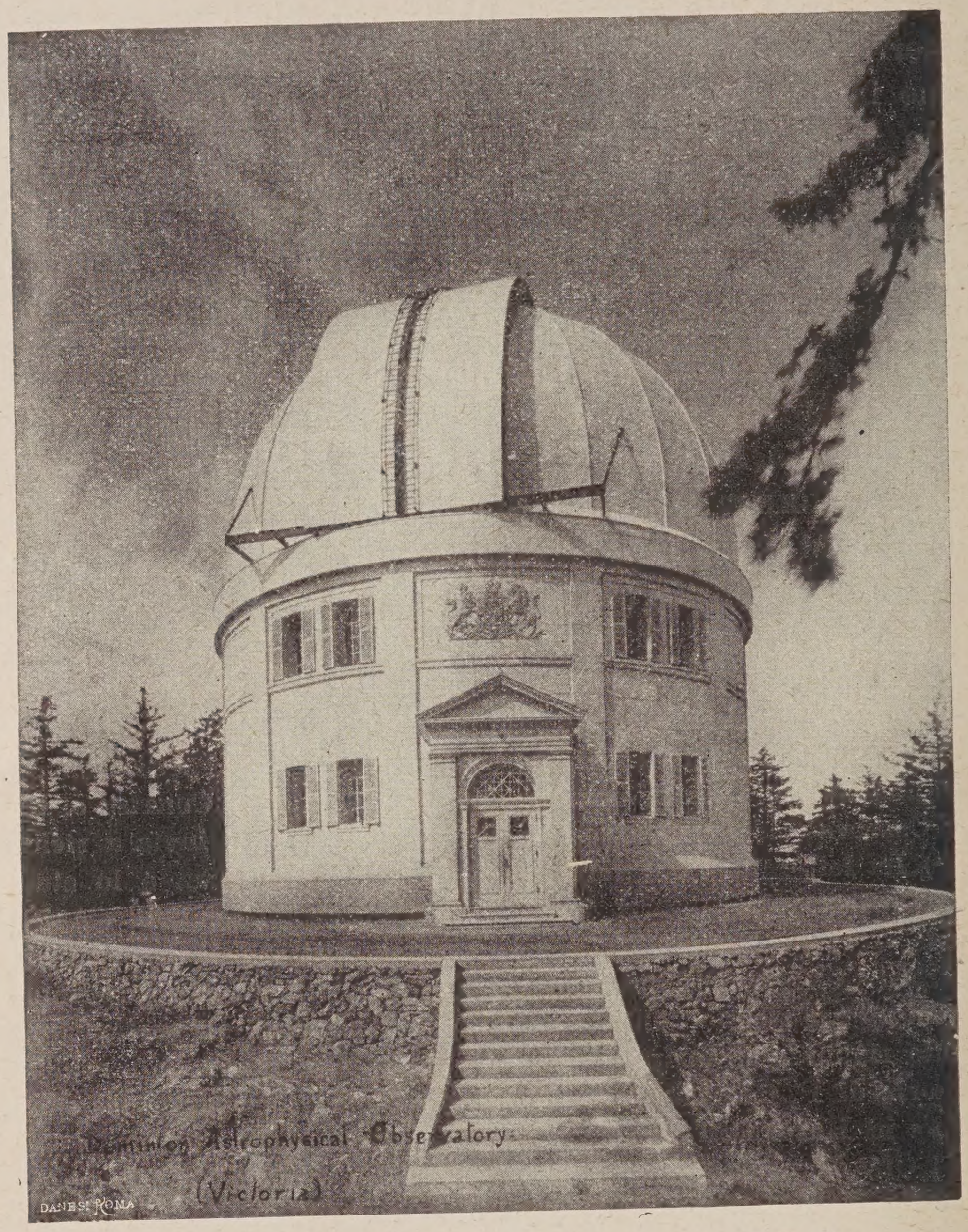


Fig. 90.
Cupola dell' Osservatorio Victoria (Canadà).

O type Stars in « Seeliger Festschrift » (Berlin, Springer). Citiamo ancora tra i lavori più interessanti: C. PAYNE: *On the spectra of O stars* in « Harvard Coll. Obs. Circ. » n. 263; J. PEARCE: *The absolute dimensions of the O type eclipsing variable H. D. 1337* in « Pub. Obs. Victoria », Vol. III; PLASKETT: *The spectra of three O type Stars*, id., Vol, I.;

0,1 — 0,01 volte quella del Sole [1] e la loro grandezza assoluta (n. 15) $M = -4$. Quanto alla massa, il Plaskett la deduce dall'esame di cinque binarie (n. 114), tra cui notevolissime *BD* + 6° 1309 e 29 Canis Maioris, concludendo che essa è in media 40-50 volte maggiore di quella del Sole.

Questo ultimo risultato ha importanza fondamentale negli studi moderni sopra le stelle del tipo *O*. Infatti, come vedremo tra breve esponendo le ricerche di Eddington, se una stella ha massa 50 volte maggiore di quella del Sole, nel suo interno la pressione della luce supera i quattro quinti della forza di gravitazione. Ne segue che *le stelle di tipo O debbono essere considerate come aventi debole stabilità* e quindi prossime alla disgregazione, od anche all'esplosione, per il sopraggiungere di qualche causa perturbatrice.

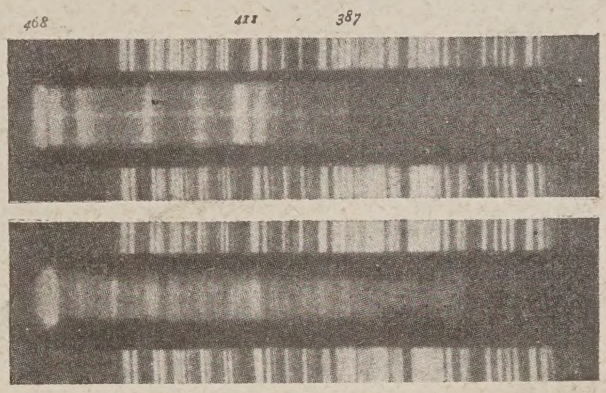


Fig. 91.
Spettro con bande di emissione di *BD* + 37° 3821 e di *BD* + 35° 4013. (Tipo *Oa*).
(Fot. M. Wolf).

Passando ora alle particolarità spettroscopiche, diciamo subito che sinteticamente il tipo *O* può suddividersi in due classi e cioè:

a) Stelle ad emissione (dette anche *stelle di Wolf Rayet*) [2] nel cui spettro compariscono larghe e diffuse bande lucide do-

---

C. Perrine: *Behaviour of radiations at λ 4634-41 and at λ 4650 in the Wolf Rayet stars*, in « Month. Notices », LXXX; Beals, *On the nature of Wolf-Rayet Emission*, id. XC (1929).

[1] Ricordiamo che la densità media del Sole è circa 1,4 prendendo per unità la densità dell'acqua distillata. La massa del Sole è $1{,}99.10^{33}$ grammi.

[2] Dagli astronomi Wolf e Rayet che nel 1867, all'Osservatorio di Parigi, scoprirono le prime tre stelle con bande lucide. Cfr. *Comptes Rendus de l'Ac. des Sc.* Vol. LXV (1867).

vute all'idrogeno, all'elio neutro e ionizzato, all'ossigeno, al carbonio, all'azoto, al silicio, doppiamente e triplamente ionizzati.

Fig. 92. — Osservatorio di Monte Wilson. (Cupola del grande riflettore e torre solare).

b) Stelle ad assorbimento, nel cui spettro compariscono larghe righe oscure di assorbimento dovute alla presenza degli stessi elementi ora indicati, e spesso anche compariscono le righe lucide di emissione dell' elio ionizzato (special-

mente $\lambda = 4686$) e dell'azoto doppiamente ionizzato ($\lambda = 4634$ e $\lambda = 4641$).

Più esplicitamente il Catalogo di Draper [1] suddivide il tipo *O* nei seguenti sottotipi:

1) *Oa*: spettro in cui predomina una larga banda brillante il cui centro si trova verso $\lambda = 4650$ e cioè presso la doppia dell'ossigeno ionizzato (n. 82) $\lambda = 4650{,}9$ e $\lambda = 4649{,}2$; anche H_γ ed H_δ sono molto brillanti.

Stelle tipiche [2]: *BD* + 35° 4013 ($\alpha = 20^h\ 8^m{,}2$; $\delta = 35°\ 54'$),
CPD — 60° 2578 ($\alpha = 11^h\ 5^m{,}8$; $\delta = -60°\ 26'$).

2) *Ob*: il centro della banda brillante sopra indicata si sposta verso maggiori lunghezze d'onda, portandosi sopra la riga dell'elio ionizzato $\lambda = 4685{,}8$; brillanti le righe idrogeniche H_β, H_γ, H_δ, come pure quelle dell'elio ionizzato (Serie *lucida* della ζ Puppis, n. 76).

Stelle tipiche: *BD* + 35° 4001 ($\alpha = 20^h\ 6^m{,}5$; $\delta = 35°\ 53'$).
CDM — 23° 4553 ($\alpha = 6^h\ 50^m{,}0$; $\delta = -23°\ 48'$).

3) *Oc:* le bande luminose sono più strette che in *Oa* ed *Ob* mentre sono ben visibili le righe luminose $\lambda = 4685{,}9$ e $\lambda = 4638$, la prima con splendore circa doppio della seconda.

Stelle tipiche: *BD* + 36° 3987 ($\alpha = 20^h\ 13^m{,}3$; $\delta = 37°\ 7'$),
CDM — 41° 10972 ($\alpha = 16^h\ 45^m{,}3$; $\delta = -41°\ 41'$).

4) *Od:* eccettuate le righe ($\lambda = 4685{,}9$ e $\lambda = 4638$) che si conservano luminose, le altre sono generalmente oscure (spettro di assorbimento) e tra queste notiamo le righe dell'elio ionizzato (serie *oscura* della ζ Puppis, n. 76).

Stelle tipiche: ζ Puppis; λ Cephei.

5) *Oe:* lo spettro somiglia a quello del sottotipo precedente perchè tutte le righe sono oscure, eccettuate $\lambda = 4685{,}9$

---

[1] Cfr. « Annals of Harvard College » vol. 92.

[2] Ricordiamo che le coordinate (ascensione e declinazione) date dal Catalogo di Draper per le stelle tipiche sono sempre riferite all'equinozio 1900,0.

e $\lambda = 4638$. Le righe $\lambda = 4097{,}4$ dell'azoto due volte ionizzato e $\lambda = 4088{,}9$ del silicio tre volte ionizzato raggiungono la massima intensità.

Stella tipica: 29 Canis Maioris ($\alpha = 7^h\ 14^m{,}5$; $\delta = -24^0\ 23'$).

6) *Oe*5: tutte le righe sono oscure e tra esse hanno particolare intensità $\lambda = 4649{,}2$ dell'ossigeno ionizzato e $\lambda = 4685{,}8$

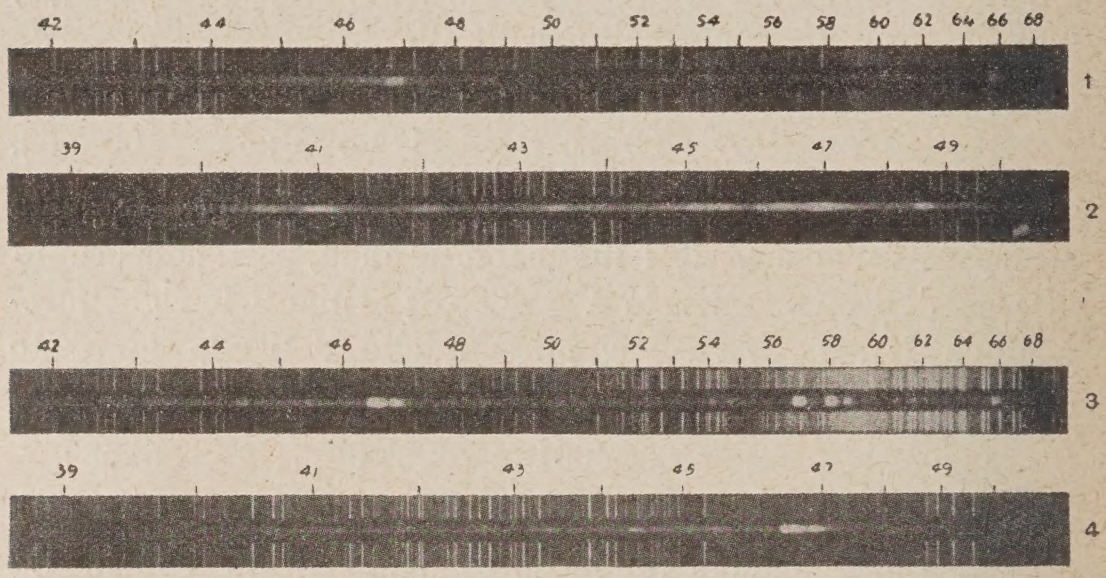


Fig. 93.
Spettrogrammi delle stelle di Wolf.
Dall'alto in basso: 1-2 *BD* 37° 3821; 3-4 *BD* 35° 4013.

dell'elio ionizzato. Questo sottotipo, che è intermedio tra i sottotipi *Oe* e *BO*, somiglia ad *Oe* per il comportamento dell'elio ionizzato (serie della ζ Puppis) ed a *BO* per il comportamento dell'elio neutro.

Stella tipica: τ Canis Maioris ($\alpha = 7^h\ 14^m{,}5$; $\delta = -24^0\ 47'$).

Termineremo osservando che il PLASKETT ha proposto una nuova suddivisione [1] delle stelle del tipo *O*, seguendo un criterio rigorosamente scientifico che è stato accettato

---

[1] Per maggiori dettagli si consulti la già citata memoria fondamentale del PLASKETT: *The O type stars* in « Publ. Domin. Astroph. Observ. Victoria », Vol. II, come pure C. PAYNE: *A suggested spectral classification of O stars* in « Harv. Bull. », n. 855.

dai Congressi Internazionali di Cambridge (1925) e di Leida (1928). A tale scopo egli divide anzitutto il tipo *O* in stelle a spettro di emissione (o *stelle di Wolf*, con righe e bande lucide) e stelle a spettro di assorbimento; indica le prime con la finale *e* [1] secondo l'uso moderno (n. 129) e propone per quelle a spettro di assorbimento una classificazione decimale nel modo seguente.

Immaginiamo una stella a temperatura effettiva estremamente alta. In tal caso tutti gli elementi contenuti nella

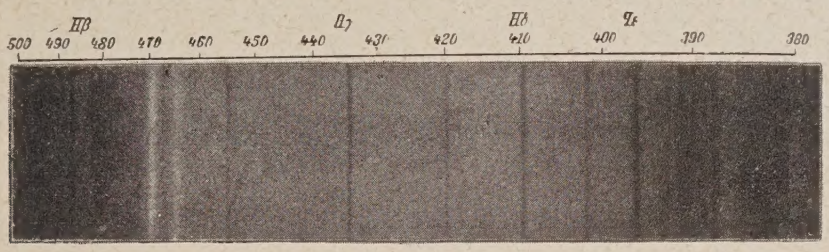


Fig. 94.
Spettro di ζ Puppis con righe di emissione. (Tipo *Od*).

sua atmosfera saranno in alto grado di ionizzazione e quindi, per ciò che vedemmo (n. 81), le righe spettrali di assorbimento cadranno nell'ultravioletto con lunghezze d'onda inferiori al limite d'assorbimento dell'atmosfera terrestre ($\lambda = 2900$), onde lo spettro della stella considerata dovrà apparirci come uno spettro continuo, col massimo d'intensità verso le brevi lunghezze d'onda (n. 45) e senza alcuna riga di assorbimento. Il Plaskett indica con *O0* il tipo spettrale di tale ipotetica stella — di cui fino ad ora non conosciamo alcun campione — e stabilisce i sottotipi successivi, *O1*, *O2*, *O3*, ecc. immaginando che la temperatura cominci a decrescere, per cui (n. 80) verranno a comparire nello spettro anzitutto la serie del Pickering dell'elio ionizzato (n. 76) e quelle di altri ele-

---

[1] Cfr. « Transactions of the Intern. Astron. Union » (vol. II e III). Ultimamente il Congresso Astron. Internaz. di Leida (1928) ha proposto che per le stelle *a bande lucide* si adoperi il suffisso w, scrivendo, p. es., *O7*w ecc.; in conseguenza il suffisso « *e* » viene ora riservato per le stelle nel cui spettro appaiono soltanto righe lucide.

menti iperionizzati, poi la serie di Balmer (n. 76), quella dell'elio neutro ecc.

In particolare il Plaskett considera il rapporto delle intensità (rapporto dipendente dal numero relativo degli atomi dei diversi elementi contenuti nell'atmosfera stellare; cfr. n. 99) delle seguenti coppie di righe spettrali:

$\lambda = 4088{,}8$ (Si + + +); $\lambda = 4097{,}3$ (N +)
$\lambda = 4340{,}5$ (la H_γ dell'idrogeno); $\lambda = 4541{,}6$ (He +)
$\lambda = 4471{,}5$ (He neutro); $\lambda = 4541{,}6$ (He +)

e stabilisce la sua classificazione secondo la seguente

TABELLA

Sottotipo	$\frac{He}{He+}$	$\frac{He+}{H\gamma}$	$\frac{Si+++}{N+}$	Temperat.	Stelle tipo
*O*5	0,0	0,6	?	22000	*BD* 35° 3930 *BD* 4° 1302
*O*6	0,8	0,5	0,6	20000	*BD* 44° 3639 *BD* 56° 2617
*O*7	1,4	0,4	0,8	18500	9 Sagittae S Monocerotis
*O*8	2,0	0,3	1,0	17000	λ Orionis A Cygni
*O*9	2,7	0,2	1,4	15000	10 Lacertae *BD* 34° 980

Fino ad oggi non si conosce alcuna stella appartenente ai sottotipi *O*0, *O*1, *O*2, *O*3, *O*4, ma è possibile che un giorno questa lacuna venga colmata dagli astronomi, così come i chimici sono riusciti a colmare numerosi posti vacanti nel sistema periodico degli elementi (n. 77). In proposito le ricerche moderne convergono sopra i nuclei delle nebulose planetarie.

II. *Tipo B*, detto comunemente delle *stelle ad elio* (helium-sterne, helium stars).

Comprende numerose stelle di color bianco azzurrognolo [1] e di temperatura effettiva assai elevata (10000-15000

---

[1] Cfr. O. Struve: *Remarks on the color of B and A type stars*, in « Astr. Nachr. » Bd. 225, n. 5394.

centigradi; cfr. n. 81) sebbene meno alta di quella del tipo precedente; così pure, come hanno dimostrato il SEARES ed il LUDENDORFF [1], la massa delle stelle di questo tipo è in generale inferiore a quella delle stelle *O*, benchè si mantenga assai notevole essendo in media circa dieci volte superiore a quella del Sole.

Come le stelle *O*, anche le stelle *B* sono localizzate nei dintorni della Via Lattea [2] e molte ne furono scoperte in

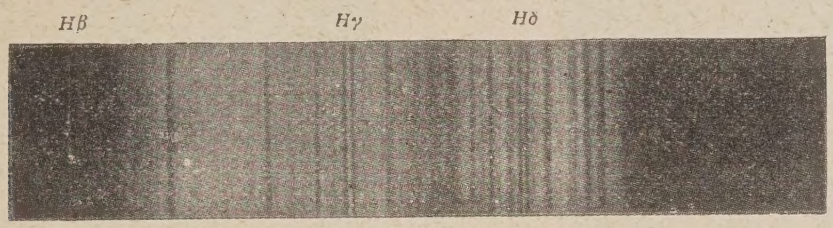


Fig. 95.
Spettro di γ Cassiopeiae in cui l'idrogeno compare con righe di emissione. (Tipo *B0e*).

Orione, donde il nome di *stelle orioniche* (Orion stars); anzi, secondo lo CHARLIER [3], esse sarebbero distribuite secondo un gigantesco ellissoide schiacciato, con l'asse minore diretto verso i poli della Via Lattea.

Sinteticamente possiamo dire che lo spettro delle stelle *B* è caratterizzato dal fatto che in esso *le righe di assorbimento dell' elio neutro raggiungono* (cfr. n. 99) *la massima intensità*, precisamente come nel tipo precedente raggiungevano la massima intensità le righe dell' elio ionizzato. I principali sottotipi sono i seguenti:

1) *B*0 – La serie idrogenica di Balmer è presente, ma con intensità circa un terzo di quella che essa raggiunge

---

(1) Cfr., ed es., LUDENDORFF: *Ueber die Massen der spektroscop. Doppelsterne*, e: *Weitere Untersuch. über die Massen der spektr. Doppelsterne* in « Astron. Nachr. », Bd. 189 e 211.

(2) Sopra la distribuzione delle stelle *B* si consulti la recente monografia di C. SCHALEN: *The space distribution of B and A type stars* in « Medd. fran Astr. Observ. Upsala », n. 37 (1928).

(3) Cfr. CHARLIER: *The distances and the distribution of the stars of type B* in « Acta Soc. Sc. Upsaliensis » Ser. IV, 4, n. 7.

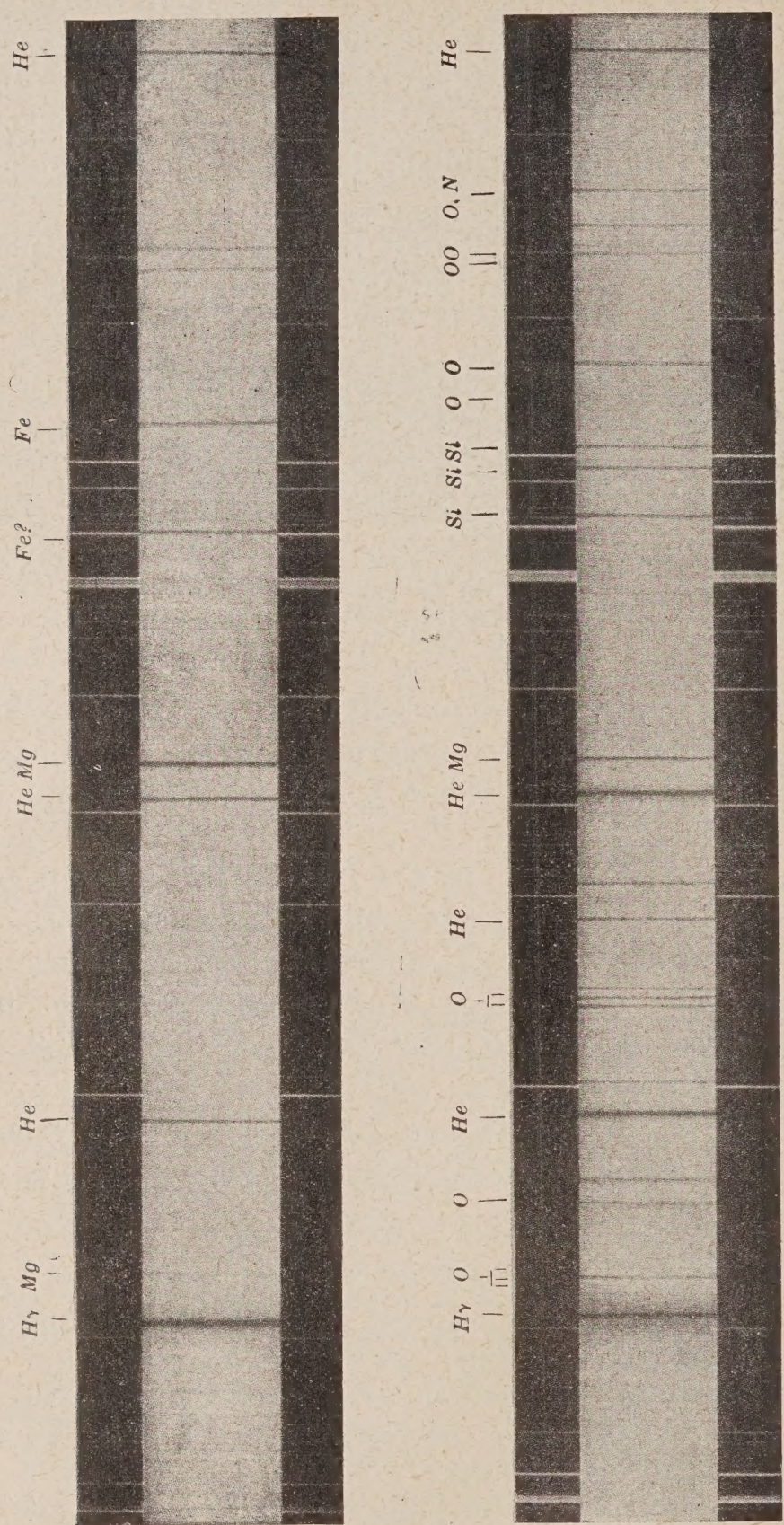


Fig. 96.
Spettro di Rigel (*B8p*) e di β Canis Maioris (*B1p*)
(Fot. Frost e Adams).

nel tipo *AO* (Sirio) e così pure [1] è presente la serie della ζ Puppis, ma molto meno intensa che nel sottotipo *Oe*5; invece sono forti le righe dell' *ossigeno ionizzato* tra cui la doppia $\lambda = 4649{,}2$ e $\lambda = 4650{,}9$ e la tripla $\lambda = 4069{,}9$, $\lambda = 4072{,}2$ e $\lambda = 4075{,}9$. Inoltre in questo sottotipo raggiungono la massima intensità le righe del *silicio triplamente ionizzato* $\lambda = 4088{,}9$ e $\lambda = 4116{,}1$.

Stella tipica: ε Orionis.

2) *B*1 - La serie della ζ Puppis appare diminuita in intensità e spesso appena distinguibile e così pure appaiono diminuite in intensità, rispetto al sottotipo precedente, le righe del silicio e dell' ossigeno ionizzato, mentre al contrario, le righe dell' elio neutro sono divenute più intense.

Stelle tipiche: β Canis Maioris,
β Centauri.

3) *B*2 - Le righe dell' elio neutro raggiungono la massima intensità.

Stelle tipiche: γ Orionis (Bellatrice),
α Lupi.

4) *B*3 - Come nel sottotipo precedente, conservano la massima intensità le righe dell' elio neutro e specialmente le $\lambda = 4921{,}9$; $\lambda = 4387{,}9$; $\lambda = 4143{,}8$; $\lambda = 4009{,}3$ appartenenti tutte alla prima serie accessoria (n. 79) delle semplici $(2P - mD)$ e le $\lambda = 4471{,}7$; $\lambda = 4026{,}4$; $\lambda = 3819{,}8$ appartenenti alla identica serie — $(2p_i - md)$, secondo la nota-

---

[1] Tra le più recenti memorie sopra lo spettro delle stelle *B*, ricordiamo: S. Albrecht, *Wave lenghts in stellar spectra of class B*, in «Astroph. Journ.», Vol. LXVII; P. Merrill: *Discovery and observations of stars of class Be*, id. vol. LXI; A. Fowler: *On lines of silicon in the spectra of B stars*, in « Month. Not. » Vol. LXXVI; H. Barrell: *Wave lenghts of silicon in the spectra of B stars*, id. LXXXIII; Ludendorff: *Ueber die bez. den planet. Nebel zu den Helium Sternen* « Astr. Nachr. » Bd. 224, n. 5373.

zione del Paschen — del sistema dei *doublets* [1]. Il sottotipo differisce però dal precedente per la maggior forza delle righe idrogeniche di Balmer che ormai raggiungono un'in-

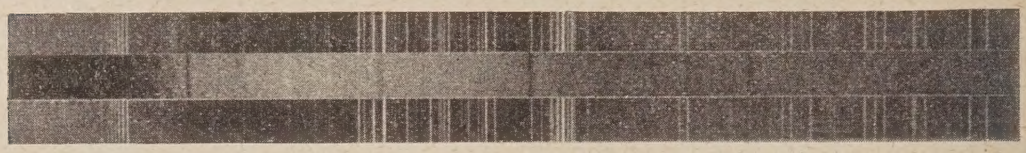


Fig. 97.
Spettro di ζ Puppis (*Od*).
(Gli spettri di confronto adoperati negli spettrogrammi rappresentati in queste figure, sono dovuti al titanio).

Fig. 98.
Spettro di 10 Lacertae (*O*8).

Fig. 99.
Spettro di ε Canis Maioris (*B*1).

tensità eguale a circa la metà di quella con cui compaiono nelle stelle del tipo *AO*.

Stelle tipiche: α Pavonis,
π_4 Orionis.

5) *B*5 - Comincia lievemente a diminuire l'intensità delle righe dell'elio, mentre aumenta quella della riga

---

[1] Cfr., p. es., PASCHEN-GOETZE: *Seriengesetze der linienspektren* pag. 27 e 28 (Berlin, Springer). Cogliamo l'occasione per avvertire che — tranne contraria indicazione nelle lunghezze d'onda — disponiamo gli spettri in modo che le frequenze crescano da sinistra a destra: *nelle nostre figure si ha quindi ordinariamente il violetto a destra e il rosso a sinistra.*

Aggiungiamo che, negli spettri, la [*H*] del calcio ($\lambda = 3968{,}5$) *si confonde spesso* con la H_ε dell'idrogeno ($\lambda = 3970{,}1$).

$\lambda = 4481{,}1$ del magnesio ionizzato che raggiunge circa due terzi dell' intensità della riga $\lambda = 4471{,}7$ dell' elio neutro.

Stelle tipiche: q Tauri,
Φ Argus.

6) *B*8 - Aumenta ancora l' intensità della riga $\lambda = 4481{,}1$

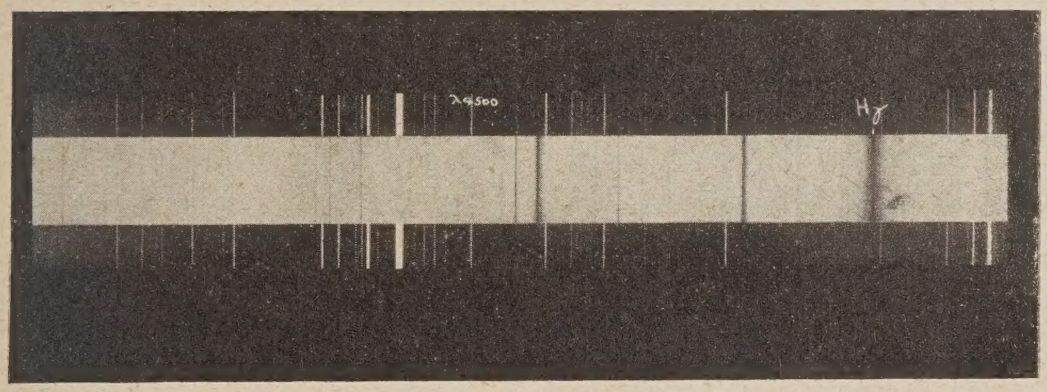


Fig. 100.
Spettro di γ Pegasi (*B*2).
Spettro di confronto del titanio.

del magnesio ionizzato che eguaglia ormai quella della riga $\lambda = 4471{,}5$ dell' elio neutro.

Stelle tipiche: β Persei,
γ Gruis.

III. *Tipo A*, detto comunemente *tipo dell' idrogeno.*

Comprende varie migliaia di stelle [1] di color bianco puro (indice del colore 0,0 per il sottotipo *A0*; cfr. n. 69), di temperatura effettiva meno alta dei tipi precedenti benchè ancora elevata (8000-10000 centigradi; cfr. n. 81), e di massa notevole che il SEARES stima, in media, sei volte superiore a quella del Sole. Lo spettro del tipo è caratte-

---

[1] Come meglio vedremo nella Statistica Stellare (vol. III), secondo il KAPTEYN si avrebbe la seguente percentuale di distribuzione dei vari tipi spettrali: *B* 12,3 %; *A* 21,7 %; *F* 20,0 %; *G* 16,1 %; *K* 26,6 %; *M* 3,3 %. Secondo il CAMPBELL le velocità radiali medie di questi tipi sarebbero: rispettivamente: 6,52; 10,95; 14,37; 14,97; 16,8; 17,1 Km/sec.

rizzato dal fatto che in esse le *righe di assorbimento dell'idrogeno raggiungono la massima intensità.* I sottotipi principali sono i seguenti:

1) *A0* - Predominano le righe idrogeniche della serie di Balmer (n. 77) e sono pure notevoli la riga [*K*] del calcio

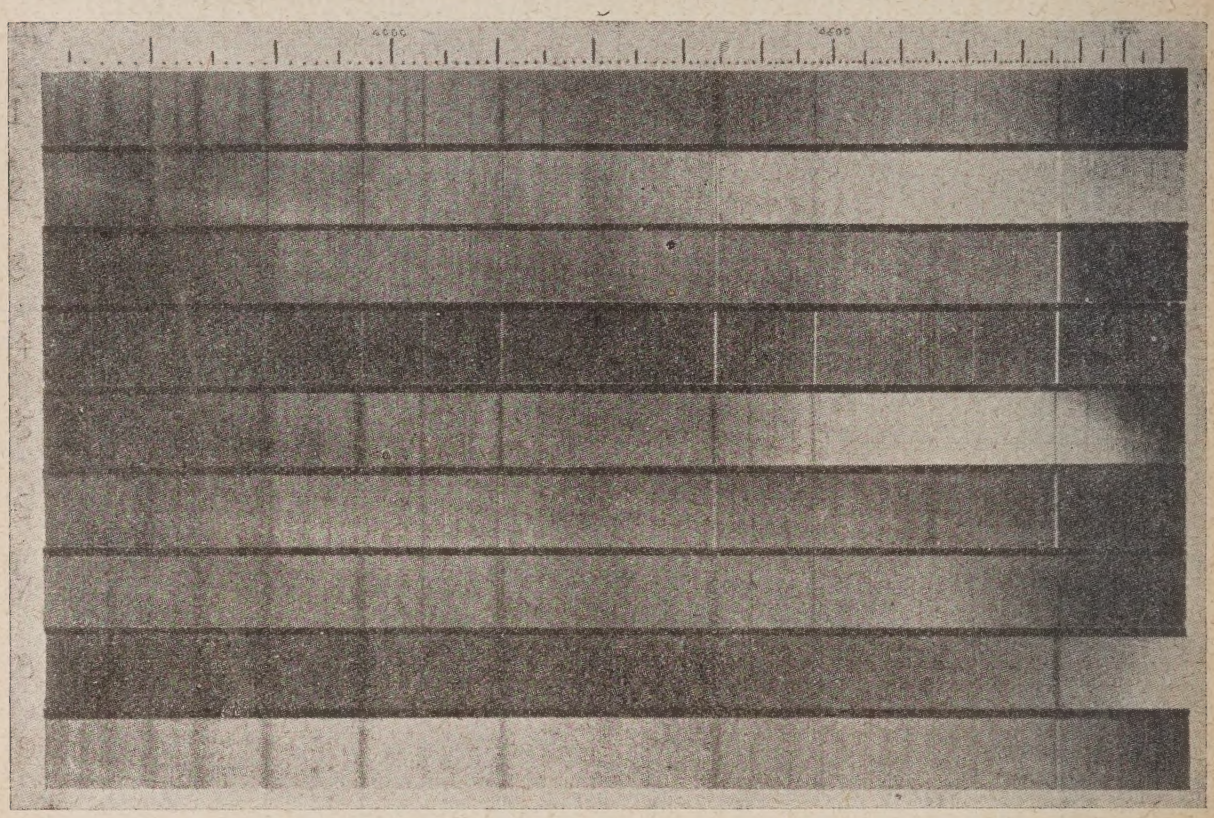


Fig. 101.
Spettri di stelle di tipo *B*.
Dall'alto al basso: 1 = Bellatrice (*B2*); 2 = φ Persei (*B0p*); 3 = γ Cassiopeiae con righe di emissione (*B0e*); 4 = P Cygni id. (*B1p*); 5 = ζ Tauri (*B3p*); 6 = υ Cygni con righe di emissione (*B3p*); 7 = c Persei (*B3p*); 8 = η Tauri (*B5p*); 9 = Ψ Piscium (*B5p*).
(Fot. dell' Osservatorio N. Lockyer).

ionizzato — la cui intensità è circa un decimo della H_δ — e la riga $\lambda = 4481{,}1$ del magnesio ionizzato.

Stella tipo: α Canis Maioris (Sirio).

2) *A2* - Aumenta l'intensità delle righe del calcio ed in particolare la [*K*] raggiunge circa un terzo dell'intensità di H_δ. Invece le righe dell'elio possono ormai considerarsi come mancanti, ed è inutile aggiungere che tale mancanza,

o debolezza, continua nei tipi e sottotipi che seguono *A*2; p. es., *A*5, *F* ecc.:

Stelle tipiche: δ Ursae Maioris,
ι Centauri.

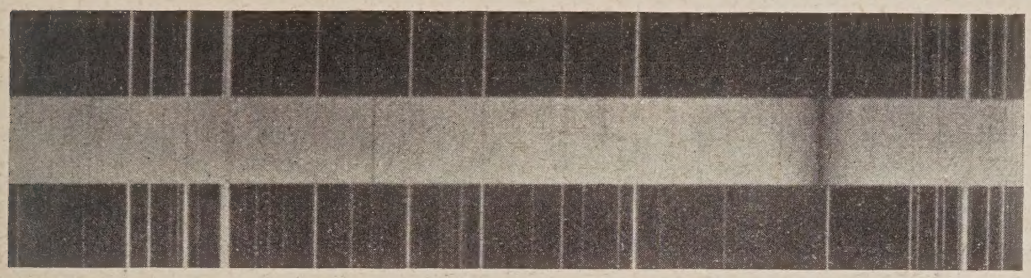


Fig. 102.
Spettro di Sirio (*A*0).
Spettro di confronto del titanio.

3) *A*5 - Aumenta l'intensità delle righe del calcio, ed in particolare l'intensità della [*K*] raggiunge o supera quella della H_δ.

Stelle tipiche: β Trianguli,
α Pictoris [1].

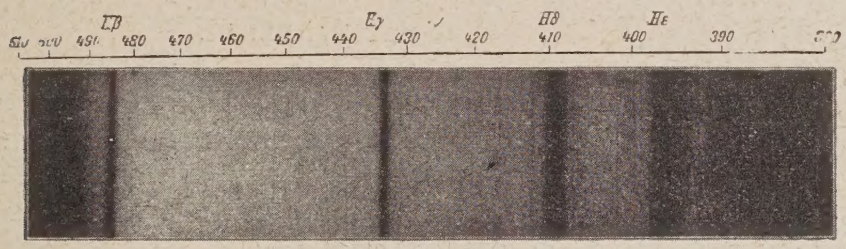


Fig. 102 bis.
Spettro di Sirio (*A*0).

IV. *Tipo F*, detto anche *tipo del calcio* o tipo *presolare*. Insieme col tipo precedente e col tipo *K*, il tipo *F* è uno dei più diffusi ed è caratterizzato dal fatto che in esso

---

[1] Nella Statistica Stellare esamineremo la distribuzione nello spazio delle stelle dei diversi tipi. Per ora rimandiamo alla recentissima memoria del PANNOKOEK: *The space distribution of stars of classes A, K and B derived from the Draper Catalogue*, in « Pubb. of Astron. Inst. of the Univers. of Amsterdam », n. 2 (1929), dove l'autore esamina le coordinate cartesiane galattiche *X*, *Y*, *Z* di stelle dei vari tipi.

predominano le righe [*H*] e [*K*] *del calcio ionizzato.* Le stelle che vi appartengono hanno color bianco giallastro (n. 69), temperatura effettiva di 8000-6000 centigradi e spettro che può considerarsi come intermedio tra quello del tipo *A* e quello del Sole. Eccone i principali sottotipi:

1) *F*0 - Le righe idrogeniche di Balmer sono meno appariscenti e raggiungono un' intensità eguale a circa metà

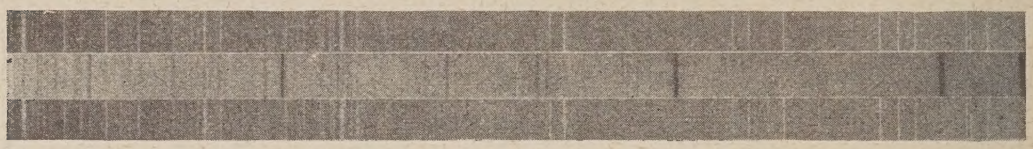


Fig. 103.
Spettro di α Cygni (*A*2).

di quella che esse avevano in *A*0. Al contrario è aumentata l' intensità della [*K*] del calcio onde questa riga appare circa tre volte più intensa della H_δ dell' idrogeno. Comincia anche ad apparire la [*G*] di Fraunhofer:

Stelle tipiche: α Argus (Canopo),
δ Geminorum.

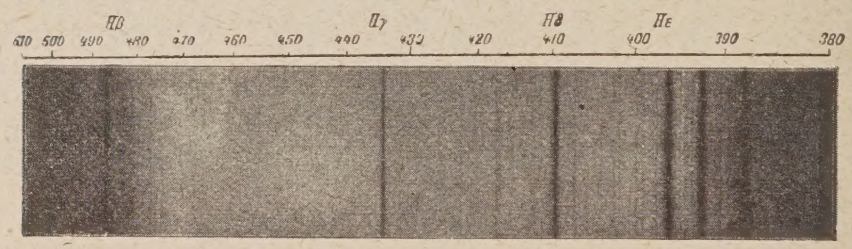


Fig. 104.
Spettro di Canopo (*F*0).

2) *F*2 - Lo spettro è simile ad *F*0, ma la [*G*] di Fraunhofer vi appare più distinguibile.

Stella tipica: π Sagittari.

3) *F*5 - Cominciano ormai a distinguersi varie righe metalliche, benchè più deboli e meno numerose che nello spettro solare; invece le righe idrogeniche vanno diminuendo d' intensità benchè, relativamente, appaiano ancora circa

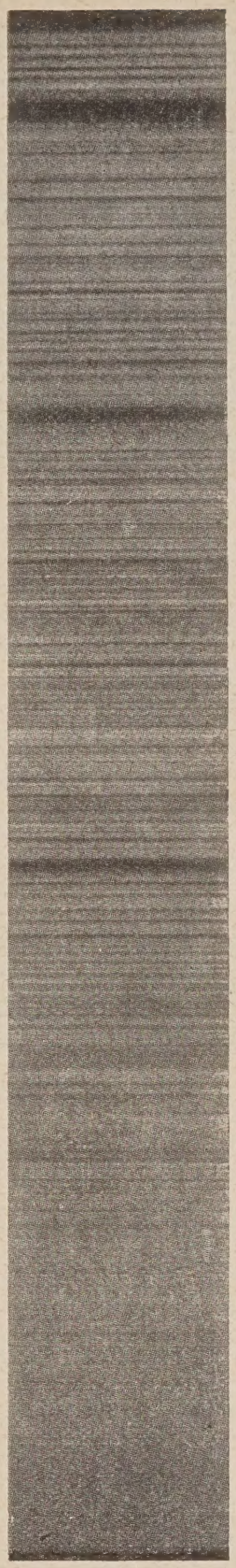
due volte più forti che nel Sole. La [*G*] di Fraunhofer è ormai ben visibile, ed anzi negli spettrogrammi ottenuti con moderato potere disperdente, essa apparisce come una banda continua (1) che si estende da $\lambda = 4299$ a $\lambda = 4315$.

Stelle tipiche: α Canis Minoris (Procione), ρ Puppis.

V. *Tipo G* o *tipo del Sole.*

Col sottotipo *F*5 può considerarsi terminata la prima classe spettrale di Secchi (n. 126) ed iniziata la seconda (2) a cui oggi corrispondono i tipi *G* e *K*.

Nel tipo *G* la temperatura effettiva deve ritenersi non superiore a 6000 centigradi, onde le stelle che vi appartengono hanno un colore giallo-biancastro, analogo a quello del Sole il cui spettro costituisce il prototipo del tipo *G*. Non vi sono righe predominanti, ma numerose righe metalliche, specialmente del ferro; in particolare le righe idrogeniche sono un po' indebolite, mentre risaltano la [*H*] e la [*K*] del calcio ionizzato ed, insieme ad esse, la [*G*] che ap-



Fot. Frost.

Fig. 105. Spettro di Procione (*F*5). (A destra sono la [*H*] e la [*K*] del calcio).

(1) Come vedemmo nella spettroscopia, la [*G*] è costituita da un gruppo di righe metalliche (ferro, calcio, ecc.) a cui, secondo gli studi moderni, sembra sovrapposta una banda dovuta ad un composto di idrogeno e carbonio e forse alla molecola frammentaria *CH*.

(2) Il P. Secchi assegna Procione — prototipo del moderno sottotipo *F*5 — alla prima classe spettrale (cfr. Secchi: *Le stelle*, pag. 90). Ci sembra quindi preferibile di porre il sottotipo *F*5 alla fine della prima classe spettrale anzichè al principio della seconda, come fanno altri autori.

pare ormai come continua anche negli spettrogrammi ottenuti con notevole dispersione e cioè con due prismi sovrapposti. In particolare abbiamo:

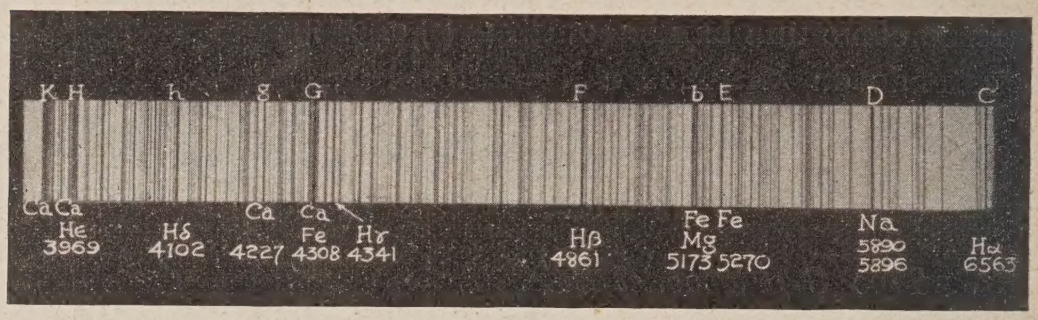


Fig. 106.
Spettro solare (*G*0).

1) *G*0 - È il sottotipo del Sole, il cui spettro abbiamo già esaminato ([3]).

Stelle tipiche: il Sole,
α Aurigae (Capella),
β Hydri.

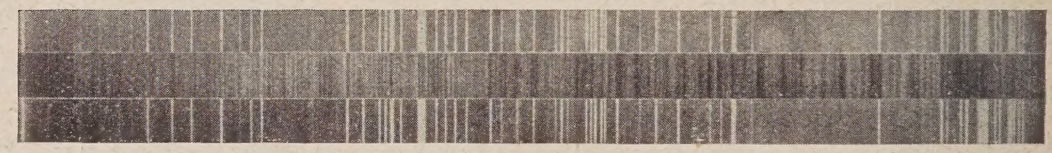


Fig. 107.
Spettro di α Aurigae (*G*0).
Spettro di confronto del titanio.

2) *G*5 - È simile al precedente, benchè le righe idrogeniche appaiano più deboli.

Stelle tipiche: κ Geminorum,
α Reticuli.

([3]) Miss Cannon assegna al sottotipo *G*0 le stelle per cui la riga idrogenica H_γ e la banda [*G*] hanno la stessa intensità. Cfr. « Trans. of the Intern. Astron. Union », Vol. II, pag. 208.

VI. *Tipo K*, detto anche *tipo postsolare*.

La temperatura effettiva, ormai notevolmente diminuita (4000-5000 centigradi), dà alle stelle di questo tipo un colore

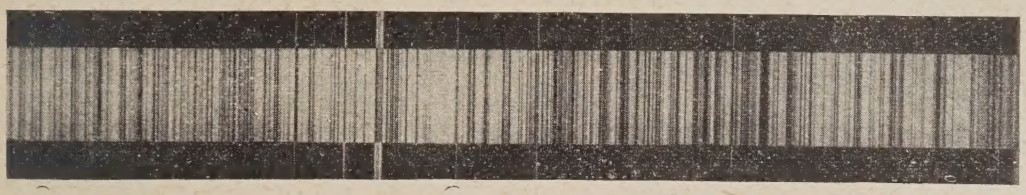


Fig. 108.
Spettro di Arturo (*K*0).
Fot. Osservatorio di Yerkes.

giallastro lievemente tendente al rosso (II classe del Secchi), mentre nello spettro appaiono copiosamente le righe di metalli non ionizzati (righe d'arco, n. 80) ed inoltre, per la legge di Planck (nn. 45 e ss.), si ha un notevole indebolimento dell'intensità radiante nell'azzurro e nel violetto al di là di [*G*]. I principali sottotipi sono:

1) *K*0 - Le righe idrogeniche della serie di Balmer sono ancora più deboli che in *G*5, mentre nello spettro predominano la [*G*] di Fraunhofer, le [*H*] e [*K*] del calcio

Fig. 109.
Spettro di β Geminorum (*K*0).

ionizzato e la $\lambda = 4226{,}7$ del calcio neutro, che è ora tre volte più intensa che nel sottotipo *G*0. Anche la $\lambda = 4325{,}8$ del ferro neutro è circa due volte più intensa della H_γ dell'idrogeno.

Stelle tipiche: α Bootis (Arturo),
α Phoenicis.

2) *K*5 - Lo spettro è simile a quello del sottotipo precedente, ma, per l'indebolimento di alcune righe metalliche, la banda [*G*] di Fraunhofer non ha più l'apparenza continua. Inoltre nel verde e nell'azzurro cominciano lieve-

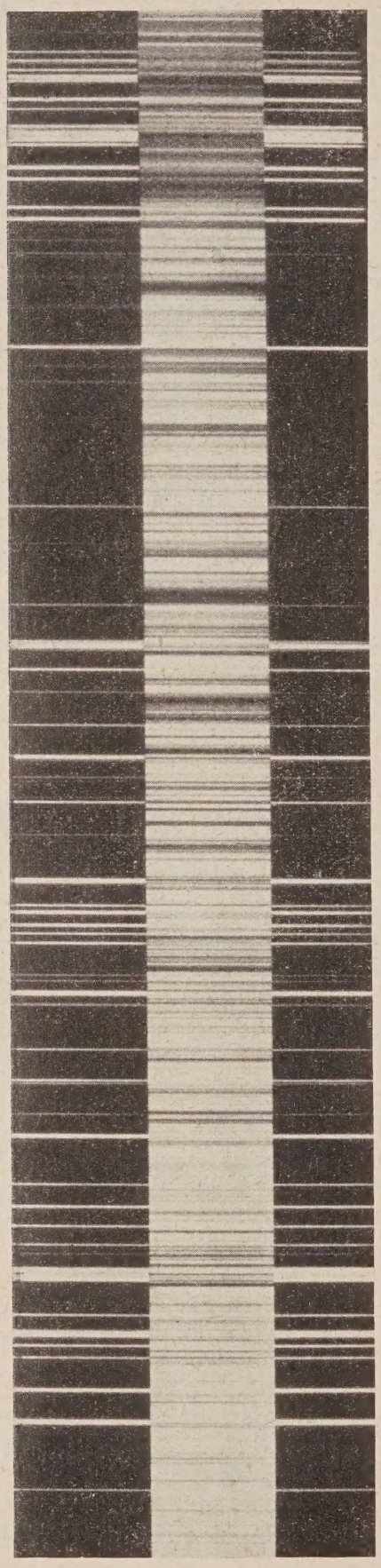


Fig. 110.

Spettro di Aldebaran ($K5$). — Spettro di confronto del titanio. — Fot. Osservatorio Yerkes.

mente a delinearsi le bande dell' ossido di titanio [1], con le teste (n. 83) in $\lambda = 5168$, $\lambda = 4855$ e $\lambda = 4762$, bande che annunziano il prossimo tipo M [2].

Stella tipica: α Tauri (Aldebaran).

129. Continuazione della classificazione di Harvard. Spettri con bande: tipi *M*, *N*, *R*, *S*. Punti di diramazione della "sequentia spectrorum". Abbassandosi sempre più la temperatura effettiva, gli atomi dei gas contenuti nell' atmosfera

---

[1] Rigorosamente parlando, le bande cominciano molto prima, apparendo non solo nel tipo K, ma anche in G; p. es. nello spettro del Sole si hanno le bande del cianogeno con teste in $\lambda = 3883{,}6$, $\lambda = 3871{,}5$, $\lambda = 3861{,}9$, $\lambda = 3855{,}1$, $\lambda = 3850{,}9$. Anzi, secondo studi recentissimi, sembrerebbe che nello spettro di alcune stelle del tipo B, tra $\lambda = 4170$ e $\lambda = 4250$, esistano forti bande di assorbimento che SHAPLEY attribuirebbe pure al cianogeno: cfr. W. LOCKYER: *A wide absorption band in some B type stars*, in « Month. Notices » vol. LXXXIX (1928).

[2] Secondo HARPER e YOUNG, dell'Osserv. Victoria, la $\lambda = 4226{,}7$ del calcio neutro raggiunge la massima intensità in $K9$ e ciò

stellare cominciano ad associarsi tra loro dando origine a molecole e producendo in tal modo (n. 83) l'apparizione delle bande nello spettro. Contemporaneamente (nn. 45 e ss.) il colore si sposta sempre più dal giallo verso il rosso ed aumenta la lunghezza d'onda effettiva (n. 69).

Abbiamo così i moderni tipi spettrali *M*, *N*, *R*, *S*, di cui il primo corrisponde alla terza classe del Secchi e gli altri alla quarta, che il Secchi chiamava appunto « assai bizzarra e varia ». Passiamo a descriverli sommariamente ([1]).

VII. *Tipo M*, detto anche *tipo del titanio*.

Lo spettro apparisce solcato dalle bande dell'ossido di titanio (n. 83) con le teste rivolte verso il violetto e la regione sfumata verso il rosso, onde esso assume l'aspetto caratteristico del *colonnato* (*fluting*, degli astronomi inglesi) di cui parlava il Secchi. Inoltre, per la nota legge di Planck, l'intensità del fondo continuo dello spettro appare sempre più diminuita nelle brevi lunghezze d'onda. I sottotipi adottati da Harvard sono i seguenti:

1) *Ma*, ora indicato col simbolo *M*0 secondo la divisione decimale moderna. Nell'azzurro e nell'azzurro-verdastro sono ben visibili due bande dell'ossido di titanio (TiO_2) con le teste in $\lambda = 4762$ e $\lambda = 4955$, mentre nel verde e nel giallo si notano pure altre due bande dello stesso composto con le teste in $\lambda = 5168$ e in $\lambda = 5447$ (n. 83). La [*G*] di Fraunhofer appare ben separata nelle sue principali com-

---

dà un'altra guida per la classificazione spettrale delle stelle del tipo *K*. Cfr. « Trans. of the Intern. Astron. Union », Vol. II, pag. 119.

([1]) Tra le memorie più importanti sopra le stelle di questi tipi indichiamo: P. W. Merrill: *Wave lenghts of lines in the spectra of stars of class Me*, in « Astroph. Journ. », LVIII; *Stellar spectra of class S*, id. id. LVI e LXV; *Caracteristic behaviour of the bright lines in stellar spectra of class Md*, id. id., LIII; F. Baxandall: *Absorption bands in celestial spectra;* in « Mont. Notic. » LXXXIV; W. Luyten: *On the absolute magnitudes of the class M stars.* « Proceedings of Nat. Ac. of Sciences of Washington » Vol. XIV, 1928. Secondo il Luyten, la grandezza assoluta delle stelle giganti di tipo *M* sarebbe eguale a $-0{,}24$, con una dispersione di 0,6 grandezze stellari.

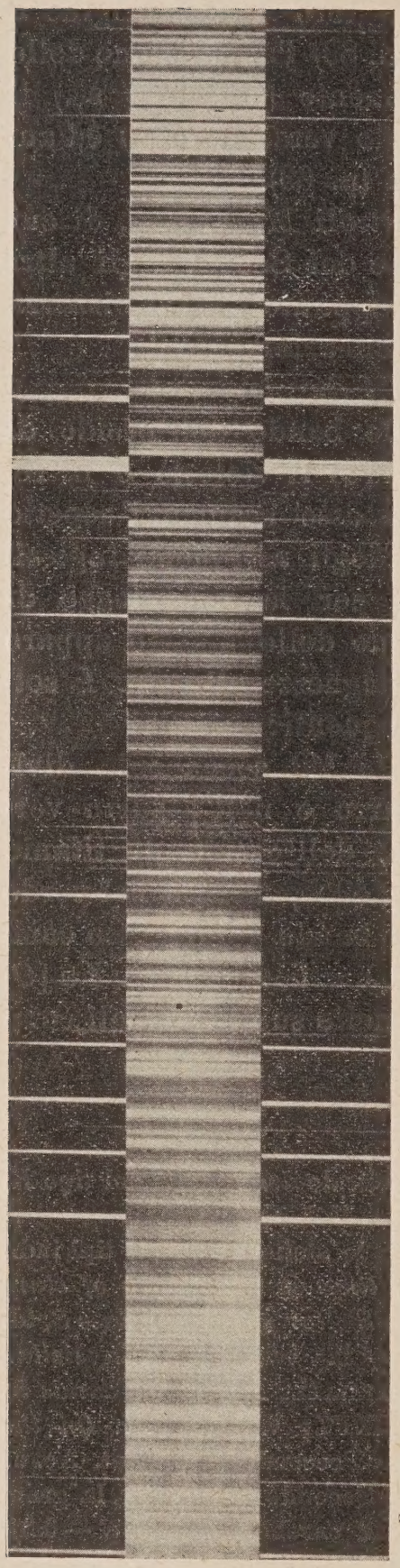


Fig. 111.
Spettro di Betelgeuse (*Ma*). — Spettro di confronto del titanio. — Fot. Osservatorio Yerkes.

ponenti, mentre la riga del calcio neutro $\lambda = 4226,7$ si rende assai cospicua per la sua intensità e larghezza.

Lo spettro s' indebolisce rapidamente nelle brevi lunghezze d' onda, così che la [*H*] e la [*K*] del calcio ionizzato ($\lambda = 3968,5$ e $\lambda = 3933,7$) sono difficilmente osservabili [1].

Stelle tipiche: α Orionis (Betelgeuse), γ Hydri.

2) *Mb*, indicato ora con *M*3. - Le bande ora nominate dell' ossido di titanio (TiO_2) appaiono più intense che nel sottotipo precedente e così pure è più larga e ben marcata la $\lambda = 4226,7$ che, qualche volta, raggiunge anzi un' intensità eguale

---

[1] In proposito, in perfetto accordo con quanto mostrano le fotografie, A. CANNON scrive nell' introduzione al Catalogo di Draper che « ... [*H*] and [*K*] are generally barely seen », (Cfr. « Harv. Colleg. Observ. », Vol. LXXXXII, pag. 9). Ci sembra quindi che il GUTHNICK sia caduto in equivoco dichiarando (Cfr. *Die Kultur der Gegenwart, Astronomie*, pag. 403) che [*H*] e [*K*] sono « sehr auffallend ».

a quella raggiunta dalla riga idrogenica $H\delta$ nello spettro delle stelle *AO*.

Stelle tipiche: ρ Persei,
γ Gruis.

3) *Mc*, indicato ora con *M*8. - I caratteri sono simili a quelli del sottotipo precedente, ma il fondo continuo dello spettro è ancora più debole nelle brevi lunghezze d'onda. Anticamente si considerava questo sottotipo come termine della « serie normale » degli spettri, giacchè in esso le righe dell'idrogeno cessano di apparire come righe di assorbimento (1), per ricomparire come righe di emissione — *righe lucide* — nel sottotipo seguente *Md*. Occorre però osservare che oggi il sottotipo ad emissione, che Harvard indicava con *Md* considerandolo come seguente ad *Mc*, viene ritenuto piuttosto come un gruppo particolare — che s'indica col suffisso *e* caratteristico degli spettri contenenti righe di emissione e si suddivide in *M*1*e*, *M*2*e*, *M*3*e*, ecc. — senza precisare le sue relazioni col sottotipo *Mc* nell'ordine dell'evoluzione stellare (2).

Stelle tipiche: *W* Cygni,
RX Aquari.

---

(1) Riepilogando, le righe dell'idrogeno si mostrano in tutta la « sequentia spectrorum » da *O* ad *M* e questo fatto — come giustamente osservano gli astronomi americani — è veramente sorprendente (*puzzling*), giacchè l'alto valore del potenziale di eccitazione (n. 80) dell'idrogeno permette soltanto ad una piccola percentuale di atomi di assorbire le righe spettrali, specialmente poi se la temperatura è piuttosto bassa, come per il tipo *M*. Occorre dunque supporre che l'idrogeno sia assai abbondante nelle stelle e che in ogni caso si trovi in gran quantità nell'atmosfera stellare, forse per la sua leggerezza.

(2) Per maggiore specificazione della classificazione di Harvard, Adams, Joy e Merrill hanno compilato questa lista di stelle campioni (Cfr. « Trans. of the Internat. Astron. Union », vol. II):

STELLE GIGANTI (GIANTS)

*M*0	β Andromedae	*M*5	α Herculis
*M*1	γ Virginis	*M*6	45 Arietis
*M*2	α Ceti	*M*7	*R* Aquari (al massimo normale)
*M*3	μ Geminorum	*M*8	*R* Leonis (al massimo normale)
*M*4	ρ Persei	*M*9	ο Ceti (*Mira:* al minimo normale)

4) *Md*, detto anche « *tipo delle stelle variabili a lungo periodo* », giacchè si riscontra così frequentemente nello spettro di queste stelle che, in pratica, quando si scopre che un astro appartiene al sottotipo *Md*, si ha il fondato sospetto che si tratti di una variabile.

Questo sottotipo è simile ai precedenti, ma se ne distingue per la comparsa di righe brillanti, dovute generalmente all' idrogeno, e che spesso cambiano d' intensità luminosa, specialmente se si tratti di stelle variabili. Così, p. es., nell' introduzione al Catalogo di Draper (Harv. Ann. 92) si cita il fatto della *R* Serpentis, nel cui spettro il 25 aprile 1912 la H_δ era sette volte più intensa di H_γ, mentre due anni dopo, il 18 aprile 1914, le due righe lucide avevano la stessa intensità.

Oggi, come abbiamo già detto, il sottotipo di cui parliamo s' indica con la finale *e* (emissione) aggiunta alla notazione dello spettro rimanente. Così, p. es., se trascurando le righe luminose lo spettro rimanente fosse simile a quello del sottotipo *M*3, la notazione da adoperarsi modernamente sarebbe *M*3*e*.

Stelle tipiche: o Ceti (Mira),
χ Cygni.

VIII) *Tipo N*, detto: *tipo del carbonio.*

Vi appartengono alcune centinaia di stelle, di cui molte variabili irregolari o a lungo periodo, di debole luminosità

STELLE NANE (DWARFS)

*M*0 Lalande 39866	*M*3 Kruger 60
*M*1 A. Oe. 4961	*M*4 A. Oe. 17415
*M*2 Laland 21185	*M*5 Stella di Barnard

Non si conoscono ancora stelle nane con spettro più avanzato di *M*6, nè nane appartenenti ai tipi *N*, *R*, *S*; ciò che forse potrebbe spiegarsi sia col piccolo numero delle stelle conosciute in questi tipi, sia perchè la maggiore pressione esistente nell' atmosfera delle nane favorirebbe la formazione dell' ossido di titanio, sia infine per il debole splendore delle nane di tipi avanzati.

— sette soltanto superano la sesta grandezza — e di color rosso vivo, che il P. Secchi, col suo pittoresco linguaggio, descriveva come *goccie di sangue nel campo del cannocchiale.*

Il loro spettro è caratterizzato dalle bande di composti del carbonio con le teste rivolte verso il rosso e le sfumature verso il violetto. Più precisamente [1] vi compaiono le *bande di Swan* (n. 83) ed insieme, verso le brevi lunghezze d'onda, altre bande con teste in $\lambda = 4608{,}8$; $\lambda = 4578{,}4$; $\lambda = 4555{,}3$; $\lambda = 4532{,}6$; $\lambda = 4515{,}0$; $\lambda = 4503{,}2$ ecc. Queste ultime sembrano dovute alla molecola frammentaria *CN*, originata dalla rottura dell'ordinaria molecola del *cianogeno* $(CN)_2$.

Quanto alle bande di Swan, ricordiamo che esse furono ottenute sperimentalmente [2] nei laboratori, esaminando lo spettro di un

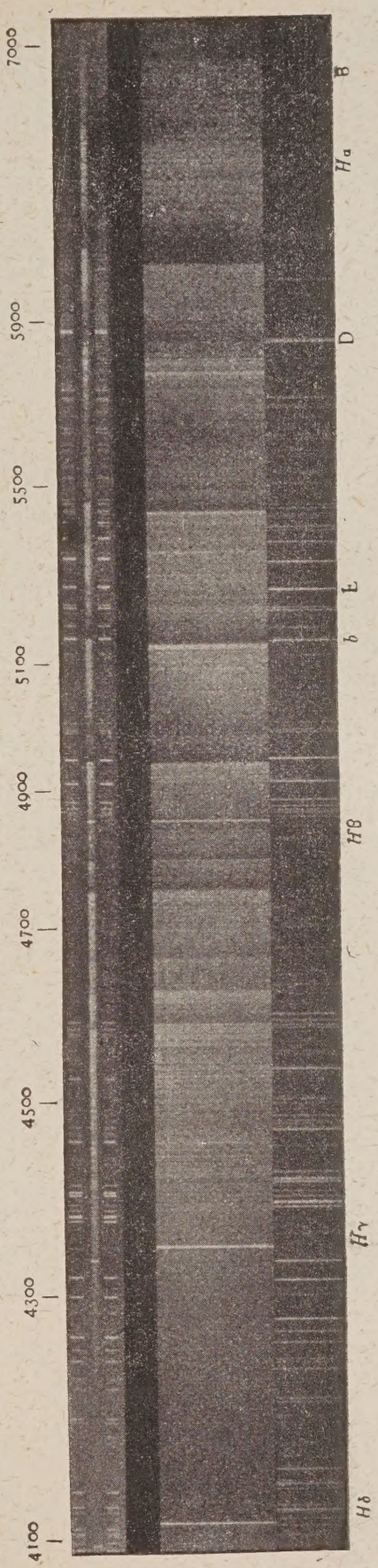


Fig 112.
Spettro di Mira Ceti (*Md*).
La parte superiore mostra lo spettrogramma originale; la parte inferiore il medesimo spettrogramma allargato verticalmente.
Lo spettro di confronto è composto di Vanadio, Titanio e Sodio. — Fot. Slipher (Lowell Observatory).

---

[1] Cfr. BAXANDALL, op. cit. Cfr. anche per questi ultimi tipi spettrali P. MERRILL: *Notes on lines in the spectra of red stars*, in « Astroph, Journ. », Vol. LXIII.

[2] Cfr. « Edimburgh Phil. Trans. », Vol. XXI, pag. 411 (1856).

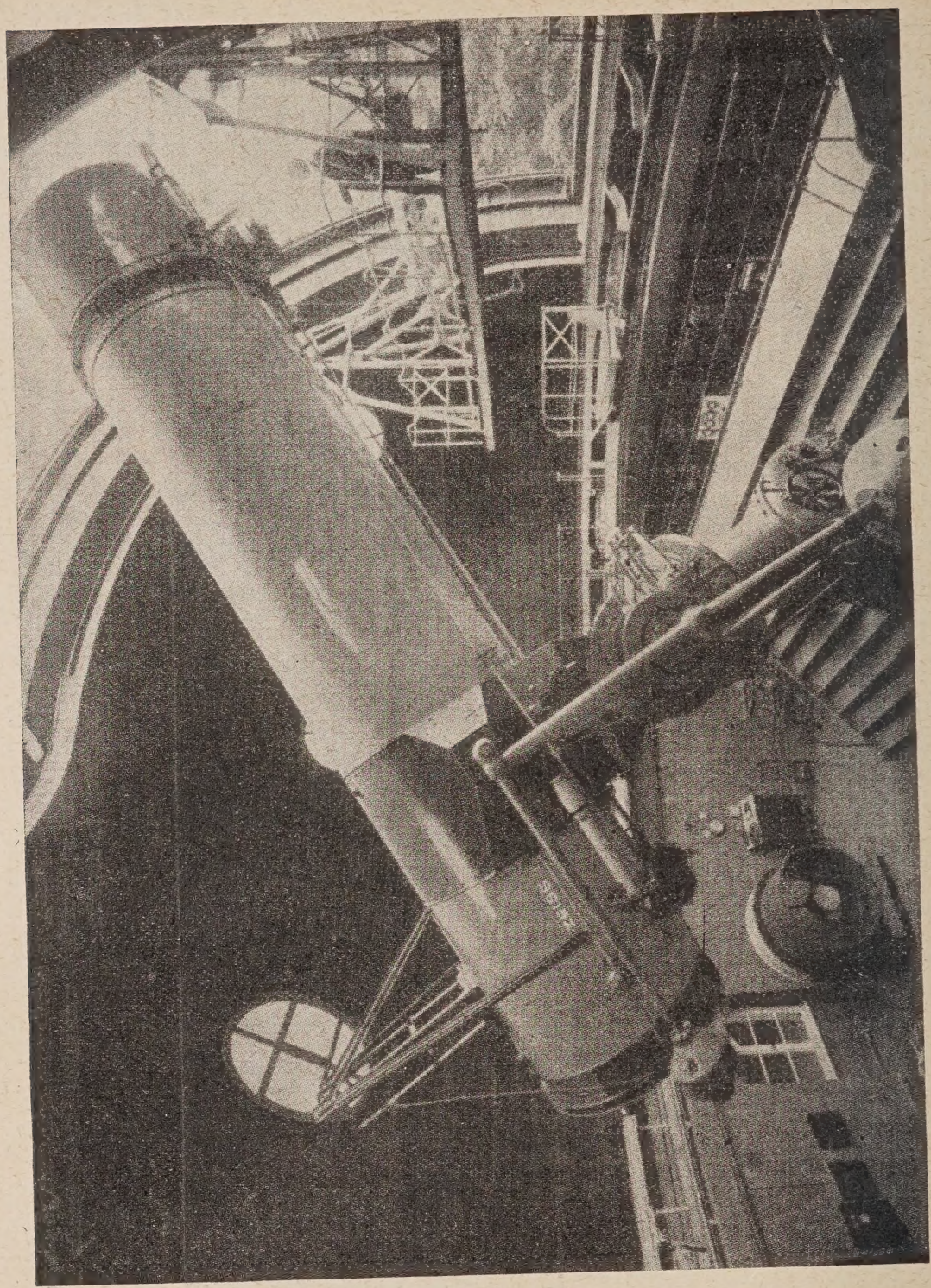


Fig. 113.
Riflettore dell' Osservatorio dell' Università di Berlino. (Apertura dello specchio m. 1,20).

becco Bunsen a fiamma azzurra — donde il nome di « Flammenspektrum » dato loro dai tedeschi — e che HUGGINS, nel 1868, le ritrovò per primo [1] nello spettro delle comete. In

[1] Cfr. « Proc. Royal Society » XV pag. 5 e XVI pagg. 386 e 481.

principio, SWAN [1] le attribuì ad idrocarburi ed ANGSTROM [2], più precisamente, all'acetilene $(CH)_2$. Recentemente però astronomi valentissimi, tra i quali LUDENDORFF [3] direttore dell'Osservatorio di Potsdam e lo SPENCER JONES [4] direttore dell'Osservatorio del Capo di Buona Speranza, le hanno assegnate all'ossido di carbonio (n. 83), mentre ora il RUSSELL e lo STEWART [5], grandi autorità in materia, sono tornati all'antica opinione, attribuendo tali bande a composti *non ossigenati* del carbonio.

Ma, oltre alle bande ora nominate, compaiono nello spettro delle stelle *N* varie righe di assorbimento e, spesso anche righe di emissione; ciò nonostante, per la definizione dei sottotipi, il Catalogo di Draper non si serve di tali righe ed invece si basa principalmente sopra la distribuzione dell'intensità luminosa nelle varie parti dello spettro, come ora passiamo ad indicare:

1) *Na* - La parte violetta dello spettro ha un'intensità eguale a circa due terzi di quella della parte rossa.

Stelle tipiche: 19 Piscium,
B. D. 2^0 4709 ($\alpha = 23^h\ 41^m, 3$; $\delta = 2^0\ 56'$).

2) *Nb* - La parte violetta dello spettro ha un'intensità eguale a circa metà di quella della parte rossa.

Stella tipica: *B. D.* 67^0 350 ($\alpha = 4^h\ 40^m, 8$; $\delta = 67^0\ 59'$).

3) *Nc* - La parte violetta dello spettro è debolissima e spesso praticamente invisibile, onde le stelle assumono quel bel colore rosso-sangue di cui parlava il P. Secchi. L'Os-

---

(1) Cfr. SWAN, op. cit.

(2) Cfr. « Nova Act. Reg. Soc. Ups. » IX (1875).

(3) Cfr. NEWCOMB ENGELMANNS: *Populäre Astronomie*, pagg. 444 e 574 (Leipzig, Engelmann, 1921).

(4) Cfr. H. SPENCER JONES: *General Astronomy*, pag. 306 (London, Arnold, 1922).

(5) Cfr. RUSSELL - DUGAN - STEWART: *Astronomy*, Vol. II, pag. 865 (N. York, Ginn., 1927).

servatorio di Harvard ne ha ottenuto fotografie [1] col telescopio di 24 pollici (m. 0,60) usando lastre alla dicianina o al pinacianolo, sostanze derivate dal catrame e che godono della proprietà di aumentare la sensibilità della gelatina al bromuro [2].

Stelle tipiche: *VX* Andromedae,
S Cephei.

IX) *Tipo R* detto anche: *secondo tipo del carbonio.*

Questo tipo spettrale è relativamente recente, essendo stato introdotto nel 1908 [3] per rappresentare alcuni spettrogrammi, esaminati da Mrs. Fleming, sopra lastre fotografiche ottenute a Cambridge col telescopio di 8 pollici e ad Arequipa con quello di 24 pollici di Bruce. Sinteticamente si può dire che il tipo *R* è simile al tipo *N* per la presenza delle bande del carbonio, ma ne differisce per la maggiore intensità della parte violetta dello spettro onde le stelle del tipo *R* hanno un colore giallastro paragonabile a quelle dei tipi *G* e *K*. Più specialmente notiamo i sottotipi:

1) *R0* - La distribuzione dell'intensità luminosa nello spettro è simile a quella di *G5* o *K0* ed, in particolare, sono ben visibili le [*H*] e [*K*] del calcio ionizzato. La « banda azzurra » di Swan (n. 83) è larga ed intensa, e così pure nel violetto si notano chiaramente altre due bande [4] dovute al

---

(1) Ricordiamo anche le già citate fotografie moderne della « sequentia spectrorum » dovute al Curtiss e al Rufus dell'Osservatorio dell'Università di Michigan.

(2) In proposito, tra i buoni trattati italiani di tecnica fotografica, la cui lettura va raccomandata ai giovani astronomi, consigliamo l'*Enciclopedia Fotografica* di R. Namias (Milano, « Progresso Fotografico », 1926).

(3) Cfr. E. Pickering: *A sixth type of stellar spectra*, in « Harv. Coll. Circ. », n. 145 (1908); W. C. Rufus: *An investigation of the spectra of stars belonging to class R of the Draper classification*, in « Publ. Obs. Univ. Michigan », II, pagg. 103-143; C. D. Shane: *The spectra of the carbon stars*, in « Lick. Observ. Bull. », Vol. XIII, n. 396; P. Merrill: *Notes on lines in the spectra of red stars*, in » Astroph. Journ. » LXIII.

(4) Cfr. Rufus: « Publ. of the University Observatory of Michigan », II, pagg. 45 e 103.

carbonio con teste in $\lambda = 4396$ e $\lambda = 4409$ oltre ad una banda del cianogeno con testa in $\lambda = 4214$. Anche la riga del calcio neutro $\lambda = 4226{,}7$ è cospicua come nelle stelle del tipo *K*.

Stella tipica: *SD* -10^0 5057 ($\alpha = 19^h\ 17^m{,}6$; $\delta = -10^0\ 54'$).

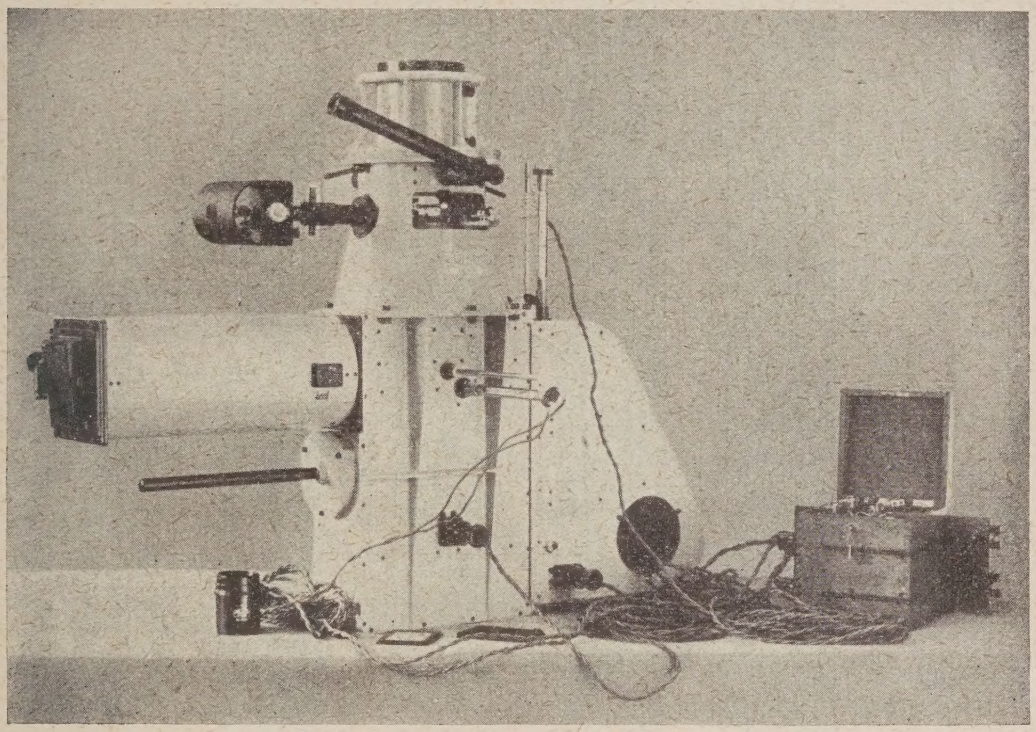


Fig. 114.
Spettrografo dell'Osservatorio dell'Università di Berlino.
(Da applicarsi all'equatoriale).

1) *R3* - L'intensità nel violetto appare diminuita e le [*H*] e [*K*] sono meno cospicue che nel sottotipo precedente.

Stella tipica: *BD* 5^0 5223 ($\alpha = 23^h\ 44^m{,}0$; $\delta = 5^0\ 50'$).

3) R8 - Lo spettro è molto debole nel violetto, specialmente al di là di $\lambda = 4240$ ed è simile a quello del sottotipo *Na* da cui spesso difficilmente si distingue.

Stella tipica: *BD* 61^0 667 ($\alpha = 3^h\ 57^m{,}2$; $\delta = 61^0\ 31'$).

X) *Tipo S*, detto anche: *tipo del zirconio.*

Il tipo *S* è il più recente dei tipi spettrali, essendo stato introdotto nel Congresso Internazionale Astronomico di

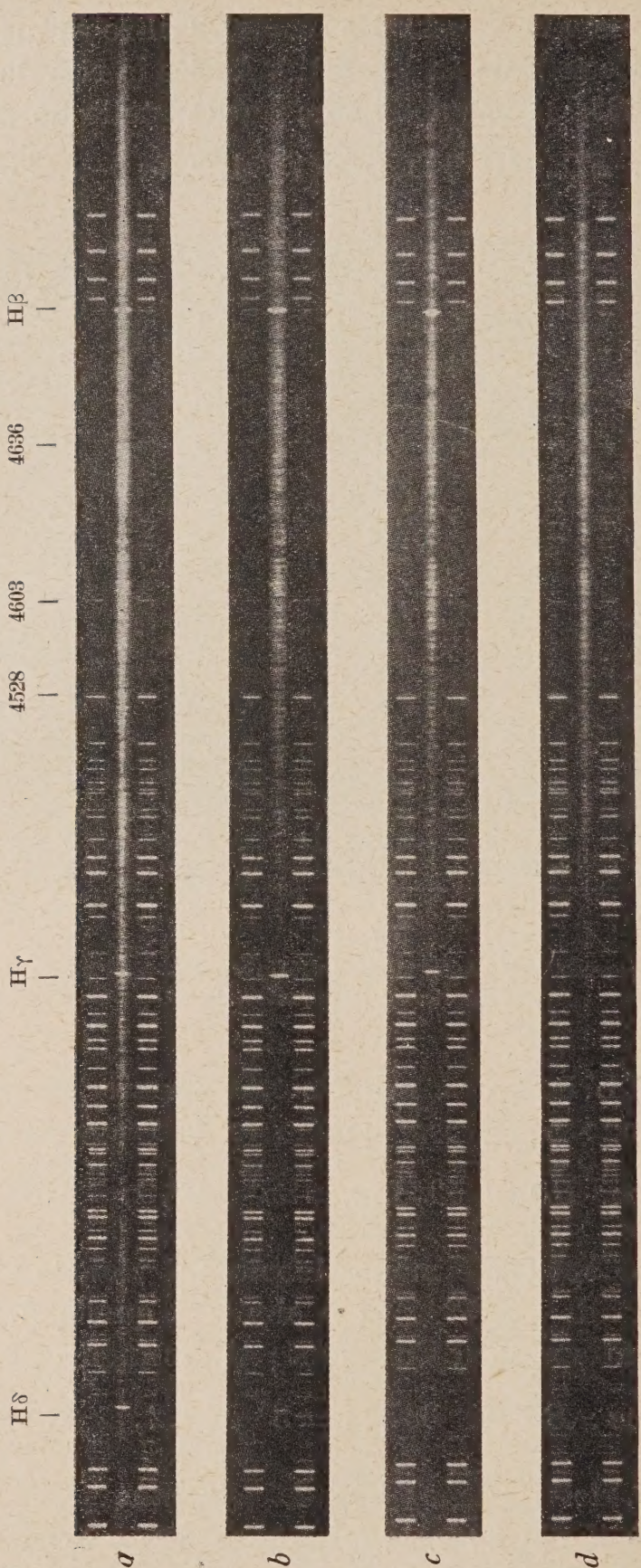


Fig. 115.

a) *R* Andromedae; *b*) *R* Geminorum; *c*) *S* Ursae Maioris; *d*) *HD* 35155.
Fot. Osservatorio Yerkes.

Roma [1] del 1922, per indicare alcuni spettri stellari diversi da quelli fino ad ora studiati.

Secondo l' accurata descrizione del MERRILL [2] e gli studi del BAXANDALL [3], le stelle del tipo *S*, conosciute fino ad ora in piccolo numero, hanno color rosso, con indice colorimetrico eguale a circa 1,8 e sono *spesso variabili irregolari o variabili a lungo periodo.*

Nello spettro delle stelle del tipo *S* l' intensità luminosa diminuisce rapidamente nelle brevi lunghezze d' onda a cominciare da $\lambda = 4500$ come avviene per il tipo *N*; ma la distinzione è facile per il comportamento delle bande che ora sono disposte in senso inverso a quelle del tipo *N*. Ed infatti nel tipo *S* abbiamo una banda di assorbimento dovuta al *biossido di zirconio* ZrO_2 [4], con la testa in $\lambda = 6740$ e la sfumatura rivolta verso le maggiori lunghezze d' onda, ed altre bande dello stesso biossido compaiono pure nel rosso (testa in $\lambda = 6342$), nel giallo (testa in $\lambda = 5500$), e nell' azzurro (testa in $\lambda = 4640$).

Queste bande sono caratteristiche del tipo *S*, sebbene in casi particolari — p. es. in *R* Orionis ed in *R* Canis minoris — possano essere debolissime e forse assenti [5].

---

(1) Cfr. « Trans. of the Intern. Astron. Union », Vol. I, pag. 98.

(2) Cfr. P. MERRILL: *Stellar spectra of class S*, in « Astroph., Journ. », LVI e LXV.

(3) Cfr. BAXANDALL, op. cit., in « Mont. Not. », LXXXIV.

(4) Il titanio e lo zirconio si trovano nella stessa colonna (n. 78) del carbonio e del silicio nel sistema periodico degli elementi, vale a dire hanno proprietà analoghe. Così, p. es., i biossidi TiO_2 e ZrO_2 funzionano come anidridi similmente all' anidride carbonica CO_2.

Nelle roccie il biossido di titanio si trova cristallizzato nei tre minerali detti *rutilo, anatase* e *brookite* e con l' acqua forma l' acido titanico $Ti(OH)_4$. Lo zirconio si trova principalmente nel silicato $ZiSiO_4$ detto *zircone*; il biossido ZrO_2, fortemente riscaldato, emette luce vivissima e viene quindi impiegato nelle lampade DRUMMOND invece della calce viva.

(5) A tale proposito la Commissione della classificazione spettrale nel Congresso Astronomico Internazionale di Leida (luglio 1928) dichiarava che: « With regard to type *S*, it seems desiderable to delay em-

Fig. 116.

Spettri tipici.

In questa figura le lunghezze d'onda crescono da sinistra a destra e quindi l'estremo violetto si trova a sinistra. Lo spettro di confronto è del titanio. Fot. Osservatorio Yerkes.

Inoltre, alcune volte — p. es. in π_1 Gruis — vi sono traccie delle bande del biossido di titanio e spesso si notano anche righe lucide di emissione (tipo *Se*), tra cui le $\lambda = 4583{,}8$, $\lambda = 4923{,}9$ e $\lambda = 5018{,}4$ del *ferro ionizzato:* righe ben dif-

---

phasing the occurrence of zirconium oxide bands as an essential feature of this type until more spectra have been investigated. Certain stars have been found by Merrill which, in other respects, resemble those of type *S* but in which the zirconium oxide bands are faint or absent ». (Cfr. « Trans. of the Intern. Astron. Union » Vol. III).

ficili [1] a spiegare, data la bassa temperatura delle stelle del tipo *S*.

Aggiungiamo che, tra le righe di assorbimento, sono particolarmente cospicue quella del *bario ionizzato* ($\lambda = 4554{,}0$), e quella dello *stronzio neutro* ($\lambda = 4607{,}3$) e che, secondo il MERRILL, uno dei tratti più caratteristici di questi spettri è la loro complicata struttura tra $\lambda = 4630$ e $\lambda = 4660$.

Stelle tipiche: π_1 Gruis,
R Andromedae,
R Geminorum.

Terminato così l' esame dei tipi a bande, si presenta il problema di assegnare le loro posizioni nella « sequentia spectrorum » ed in tale ricerca gli astronomi sono stati guidati da un fatto d' importanza fondamentale e cioè che, fino ad ora, *non si conoscono stelle nel cui spettro compaiano simultaneamente le bande del titanio e del carbonio.* Ne segue che non vi è nessun passaggio e nessuno stato intermedio tra i tipi a carbonio *R* ed *N* ed il tipo a titanio *M*.

Logicamente si è quindi costretti a stabilire una *diramazione* nel cammino della « sequentia spectrorum »; e tale diramazione si pone, provvisoriamente, presso il sottotipo *K*2 e cioè poco prima che appaiano le bande del titanio, le quali, come vedemmo (n. 128), cominciano a delinearsi in *K*5.

Partendo quindi da *K*2, la grande linea della serie spettrale si *divide in due serie*: la *serie del titanio* che passa per *K*5 e *K*9 e conduce al tipo *M* e la *serie del carbonio* che conduce ai due tipi *R* ed *N*. E precisamente, poichè le stelle *R* hanno temperatura maggiore delle *N* e colore giallastro simile a quello delle stelle *K*, è necessario

---

[1] « The presence of the above lines in these red *S* variables... represents in our knowledge of stellar conditions *an anomalous circumstance,* which invites investigations ». Cfr. P. MERRILL, mem. cit. « Astroph. Journ », Vol. LVI pag. 472; cfr. anche id. id. Vol. LXV.

ammettere che la serie del carbonio, staccandosi da *K*2, incontri dapprima il tipo *R* e termini col tipo *N*.

Quanto al tipo *S* le sue relazioni con la « sequentia » sono incerte, tanto più che esso comprende poche stelle,

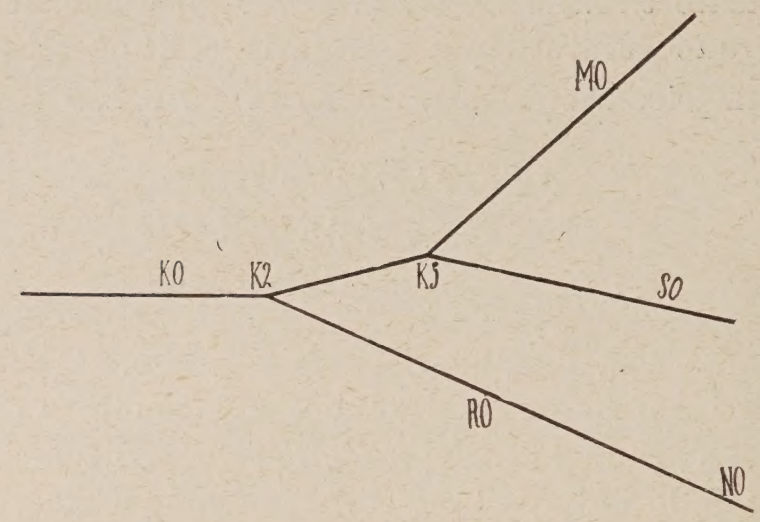


Fig. 117.
Diramazioni della Sequentia Spectrorum.

forse di particolare composizione chimica. In ogni modo, siccome esistono astri il cui spettro presenta le bande dello zirconio insieme con deboli bande del titanio, sembra logico di staccare il tipo *S* da *K*5, dove compaiono le prime bande titaniche. In tal modo *K*5 costituirebbe un secondo punto di diramazione: e cioè un astro, che nel suo stato di evoluzione fosse giunto al sottotipo *K*5 potrebbe continuare ad evolversi sia secondo il tipo *M*, sia secondo il tipo *S*.

Passando ora alla causa di queste diramazioni spettrali, evidentemente essa deve ricercarsi sopra tutto nella differente composizione chimica, giacchè gli effetti delle affinità chimiche divengono più sensibili a temperature relativamente basse. In particolare, benchè le nostre conoscenze siano ancora troppo scarse sull'argomento, il CURTISS ha avanzato l'ipotesi [1] che la diramazione esistente in *K*2 dipenda dalla maggiore o minore quantità di ossigeno con-

---

[1] Cfr. RUSSELL, DUGAN, STEWART, op. cit., Vol. II, pag. 865.

tenuto nell'atmosfera stellare. E cioè un'atmosfera ricca di ossigeno favorirebbe la formazione del biossido di titanio TiO_2, mentre impedirebbe l'apparizione delle bande del carbonio che il Curtiss, come abbiamo ora detto, crede dovute a composti non ossigenati. Viceversa, un'atmosfera povera di ossigeno impedirebbe la formazione delle bande del biossido di titanio e favorirebbe l'apparizione delle bande del carbonio. Così un astro, giunto in *K*2, proseguirebbe per la via *KM* o per la via *RN* secondo che la sua atmosfera è ricca, o povera, di ossigeno. Ma occorrono ancora altre osservazioni perchè l'ipotesi possa assumere un alto grado di attendibilità.

Quanto poi al tipo *S*, recentemente il MERRILL ha trovato alcuni spettri, p. es. *HD* 22649, *HD* 35155, χ Cygni, che sembrano intermedi tra il tipo *M* ed il tipo *S* onde, dall'insieme dei fenomeni [1] egli ritiene che *le stelle S abbiano una temperatura eguale a quella dei sottotipi M*1–*M*3, *ma una densità minore.* Il tipo *S* potrebbe dunque non costituire una vera diramazione dell'ordinaria « sequentia spectrorum », ma piuttosto un gruppo di stelle particolari che avrebbero una certa analogia — come dichiara lo stesso Merrill — con le Cefeidi e Pseudocefeidi.

In ogni modo, come meglio vedremo tra breve, il cammino indicato può essere percorso dall'astro in due sensi opposti. E cioè: da *K* verso *R*, *N* o *S* se la stella si va raffreddando (seconda fase della vita stellare); oppure da *R*, *N*, *S* verso *K* se l'astro si va riscaldando (prima fase della vita stellare). Gli ultimi tipi spettrali appartengono dunque a stelle molto giovani (giganti) o molto vecchie (nane).

130. Spettri con righe di emissione. Abbiamo già detto che, secondo le convenzioni moderne, s'indicano con la finale *e* gli spettri in cui, insieme con le righe ordinarie di assorbimento, compaiono anche righe lucide di emissione. Va fatta eccezione per le stelle del tipo *O* con bande lucide

---

[1] Cfr. P. MERRILL, mem. cit., « Astroph. Journ. », LXV.

nello spettro (stelle di Wolf e Rayet) per cui si adopera invece la finale *w*.

Come esempi, suggeriti dagli ultimi Congressi Internazionali, riportiamo i seguenti [1]:

ζ Puppis: 05*w*	*W* Virginis: *cF*7*e*
γ Argus: 06*w*	*T* Aquari: *M*1*e*
9 Sagittae: 07*w*	o Ceti (minimo): *M*6*e*
γ Cassiopeiae: *B*0*e*	*R* Leonis: *M*8*e*
η Tauri: *B*5*e*	*R* Cygni: *Se*
α Cygni: *cA*2*e*	*R* Andromedae: *Se*.

Lo studio di questi spettri con righe di emissione presenta altissimo interesse nell' astrofisica moderna, giacchè si ricollega con fenomeni ancora ignoti e forse anche con convulsioni perturbatrici del normale sviluppo dell' astro.

In generale, le righe lucide sono soltanto poche ed appartengono all' idrogeno, mentre la gran maggioranza delle altre si conserva quasi sempre oscura e serve di base alla classificazione spettrale. Dal lato statistico le righe lucide appaiono di preferenza nelle stelle supergiganti, indicate col prefisso *c* (n. 112), e nelle variabili a lungo periodo; di più, per quanto riguarda i tipi spettrali [2], esse preferiscono il tipo *Q* (stelle *Novae*) e poi i tipi *O* e *B* oppure *M*, *N*, *R*, *S* e cioè *le stelle più calde* ovvero *le stelle più fredde* della « sequentia spectrorum ». E noi, rimandando a più tardi l' esame delle righe lucide delle « Novae », cominceremo ad occuparci di quelle degli altri tipi spettrali.

---

[1] Cfr. « Trans. Intern. Astron. Union ». I, II, III, (Com. 29). Aggiungiamo che quando le righe più brillanti appartengono al ferro — anzichè all' idrogeno, come nei casi ordinari — Miss C. Payne ha proposto di aggiungere all' indicazione del tipo spettrale la finale *fe*: così, p. es., lo spettro di γ Cassiopeiae si scriverebbe *B0fe*.

[2] Per maggiori notizie cfr. A. Cannon: *Spectra having bright lines*, in « Ann. Harvard Observ. », Vol. 76, n. 3; P. Merrill: *Discovery and observation of stars of class Be*, in « Astroph. Journ. », Vol. LXI; id., id.: *Stars whose spectra have bright iron lines*, Vol. LXV; id. id.: *Caracteristic behaviour of the bright lines in spectra of class Md*, Vol. LIII.

1) *Stelle dei tipi O* e *B*. Come abbiamo già visto (n. 128), gran parte delle stelle [1] del *tipo O* presenta righe lucide nello spettro: spesso anzi queste righe di emissione sono così larghe e diffuse da apparire sotto forma di bande lucide, tra cui molto cospicue sono quelle dell' *elio ionizzato* ($\lambda = 4650$) e dell' *ossigeno doppiamente ionizzato*.

Invece nel *tipo B* — e specialmente nei primi sottotipi *B*0, *B*1 ecc. — le *righe lucide appartengono generalmente all' idrogeno* e spesso la più luminosa tra esse è la [*C*] di Fraunhofer. Anzi qualche volta — p. es. nello spettro della stella Alcione (η Tauri) nelle Pleiadi — soltanto la [*C*] è luminosa, mentre le altre righe idrogeniche sono oscure. Si deve aggiungere però che, oltre all' idrogeno, anche altri elementi e specialmente *l' elio ed il ferro ionizzato* possono apparire con righe lucide.

Dobbiamo notare che spesso le righe lucide sono sovrapposte alle corrispondenti righe oscure di assorbimento, le quali si mostrano allora larghe e diffuse. Qualche volta invece — p. es.

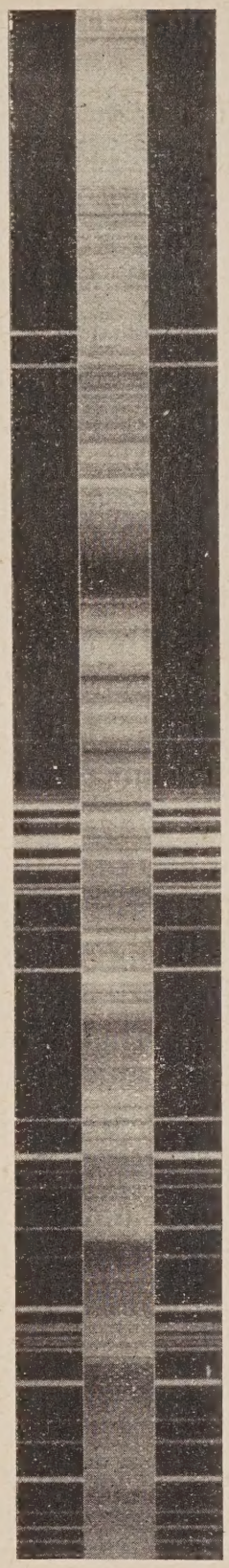


Fig. 118.
Spettrogramma di R Leonis da $\lambda = 4078$ a $\lambda = 4481$ (*M*8*e*).
Lo spettro di confronto è del titanio; la parte meno rifrangibile è a sinistra.

---

[1] Oltre ai lavori già citati, consigliamo di consultare la memoria del PLASKETT: *The intensity distribution and the hydrogenic lines in* γ *Cassiopeiae*, in « Month. Notic. », LXXX. BEALS: *On the nature on Wolf Rayet Emission* (id. XC, 1929), crede che l' allargamento delle righe lucide nelle stelle di Wolf sia dovuto all' effetto Doppler, a causa dei rapidi movimenti dei gas emittenti.

nella stella *S* Doradus [1] — alcune righe sono sdoppiate in due, essendo una componente lucida (*emissione*) e l' altra oscura (*assorbimento*); e precisamente la componente lucida appare spostata dal lato del rosso rispetto alla componente oscura. Questi spettri singolarissimi, che ricordano quelli delle stelle « Novae », s' indicano con le finali *eq*.

2) *Stelle dei tipi M, N, R, S.* Come fu già detto, la gran maggioranza delle stelle di questi tipi, con righe spettrali lucide, sono variabili; ed anzi parecchie variabili furono scoperte seguendo appunto tale indicazione.

In generale, in questo caso, il comportamento delle righe lucide varia col variare della luminosità dell' astro e precisamente quando la stella è al massimo splendore le righe idrogeniche sono brillanti; però — al contrario di ciò che avviene per il tipo *B* — la [*C*] di Fraunhofer è, di regola, meno splendente della [*F*] o della H_γ ed H_δ. Diminuendo lo splendore dell' astro, queste righe idrogeniche spesso impallidiscono, mentre invece appariscono righe brillanti di emissione dovute a vapori metallici; e precisamente divengono luminose le righe « ultime » (cfr. vol. I, pag. 291, nota) di metalli ad alto potenziale di ionizzazione, come il ferro ed il magnesio. Poi, tornando di nuovo a crescere la luminosità dell' astro, riappariscono le righe di emissione dell' idrogeno ed i fenomeni si ripetono periodicamente.

131. Ipotesi per la spiegazione delle righe di emissione. Riassunti così i principali risultati delle osservazioni sopra la comparsa delle righe lucide negli spettri, dobbiamo dire che la loro spiegazione si presenta difficile, benchè molte ipotesi siano state avanzate al riguardo. Sinteticamente ci sembra di poter raggruppare queste ipotesi in due grandi

---

[1] Vedremo che la *S* Doradus, una variabile irregolare appartenente alla gran Nube di Magellano, è la stella intrinsecamente più luminosa che si conosca. Infatti, al massimo splendore, essa raggiungerebbe la grandezza assoluta $M = -8{,}9$ corrispondente ad una luminosità 300000 volte superiore a quella del Sole!

teorie che chiameremo « teoria classica » e « teoria moderna »: teorie che passiamo ad esporre, avvertendo che esse possono anche sussistere simultaneamente, sebbene la teoria classica sembri particolarmente indicata per le stelle dei tipi *M, N, R, S,* e l'altra per le stelle dei tipi *O* e *B*.

I) *Teoria classica.* Questa teoria si basa sul teorema di KIRKHOFF (n. 74), secondo il quale l'apparizione di righe lucide, o righe di emissione, indica che i gas corrispondenti nell'atmosfera stellare hanno una temperatura T' superiore alla temperatura *effettiva* T della fotosfera dell'astro.

A questa interpretazione si obbietta che, costituendo l'atmosfera l'involucro esterno, appare poco probabile che alcuni gas, ivi contenuti, abbiano una temperatura superiore alla temperatura effettiva della fotosfera sottostante. Ma possiamo rispondere:

a) che la temperatura effettiva T non è la vera temperatura della fotosfera, ma è una temperatura fittizia, la quale è *inferiore* (n. 45) alla temperatura reale θ se l'irradiazione si discosta da quella del « corpo nero ». È quindi possibile che, pur restando la temperatura reale della fotosfera superiore a T', la sua temperatura effettiva sia invece inferiore a T'.

b) che possono esservi cause speciali che, in certe stelle, mantengano elevatissima la temperatura T' di alcuni gas contenuti nell'atmosfera.

In particolare HENROTEAU [1] — in analogia con moderne teorie sulle stelle « Novae » — crede che si tratti di attrito, cagionato dal moto dell'astro nell'interno di qualche nebulosa oscura. Altri suppongono che abbiano luogo, dall'interno dell'astro, colossali eruzioni di gas ad elevatissima temperatura, la quale ipotesi sembra appoggiata da due fatti e cioè: 1) le stelle con righe di emissione sono assai spesso stelle variabili e quindi soggette a convulsioni più o meno profonde; 2) le righe di emissione hanno spesso

---

[1] Cfr. HENROTEAU: *Les étoiles simples,* pag. 167. (Paris, Doin).

movimenti irregolari (n. 132) che, secondo il principio di Doppler (n. 86), indicano velocità variabili dei gas da cui dipendono [1].

c) che infine, se l'atmosfera stellare è sufficientemente sviluppata, è possibile ancora un'altra spiegazione.

Infatti, immaginiamo che negli strati bassi dell'atmosfera vi sia un numero di atomi sufficienti ad assorbire

---

[1] Ci sembra però che possano opporsi gravi difficoltà a queste idee troppo spesso ripetute in libri e riviste. Infatti un gas che si eleva nell'atmosfera stellare, incontrando regioni in cui la pressione va continuamente diminuendo, si espande e quindi si raffredda; il calcolo mostra anzi che tale raffreddamento *è proporzionale alla gravità* della superficie dell'astro e può perciò divenire *notevolissimo.*

Per dimostrarlo, consideriamo una massa unitaria di gas ed indichiamone con p, ρ, T, q la pressione, la densità, la temperatura assoluta ed il peso molecolare e supponiamo che l'espansione avvenga *adiabaticamente* e cioè senza cedere, nè ricevere, calore dall'esterno. Abbiamo allora dalla fisica:

$$p = C\rho^{\gamma} \tag{1}$$

$$p = Rq^{-1}\rho T \tag{2}$$

dove C è una costante, γ è il rapporto tra il calore specifico a pressione costante e quello a volume costante ed è eguale a circa 1,41 per i gas biatomici e a 1,67 per i gas monoatomici, e R — detta costante di Clapeyron — è uguale a circa 8319 prendendo per unità il metro, il secondo ed il grado centesimale di temperatura.

Eliminando ρ tra (1) e (2) si ha:

$$p^{\gamma-1} = R^{\gamma} q^{-\gamma} C^{-1} T^{\gamma} \tag{3}$$

da cui, prendendo la derivata logaritmica, otteniamo:

$$(\gamma - 1)\frac{dp}{p} = \gamma \frac{dT}{T}. \tag{4}$$

Ma, se indichiamo con g la gravità alla superficie dell'astro, la pressione atmosferica risulta legata all'altezza h dalla nota equazione fondamentale dell'idrostatica:

$$dp = -g\rho dh. \tag{5}$$

In conseguenza, sostituendo tale valore di dp in (4) si ha:

$$\frac{dT}{dh} = -\frac{\gamma - 1}{\gamma} g\rho T p^{-1} \tag{6}$$

(n. 99) tutta l'energia emessa dalla fotosfera tra le lunghezze d'onda λ e $\lambda + \Delta\lambda$. In tal caso il teorema di KIRKHOFF non sarà più applicabile alle regioni atmosferiche soprastanti, le quali produrranno in λ una riga lucida di emissione, la quale si proietterà sopra la riga di assorbimento — in generale più larga e sfumata — prodotta dalla bassa atmosfera. Ed un esempio assai noto in proposito si ha nello spettro solare [1], in cui le righe oscure [*H*] e [*K*], dovute

---

donde, eliminando ρ con la (2), otteniamo infine:

$$\frac{dT}{dh} = -\frac{(\gamma - 1)q}{\gamma R} g = -0{,}000.035\, qg. \tag{7}$$

Per es. il peso molecolare q dell'ossigeno è 32 (essendo la sua molecola composta di due atomi di peso 16; cfr. la « Tabella del Sistema Periodico degli Elementi », n. 78) e, sulla superficie terrestre si ha $g = 9{,}80$. Abbiamo dunque da (7)

$$\frac{dT}{dh} = -0{,}011: \tag{8}$$

vale a dire, sulla Terra, una massa di ossigeno che si eleva di circa cento metri diminuisce di temperatura di un grado centigrado, come del resto è ben noto agli studiosi di meteorologia. Sopra le stelle il raffreddamento è assai più rapido per il maggior valore della gravità, almeno fino a che l'opposta « pressione della luce » non è molto notevole.

Occorre osservare però che le righe lucide più comuni sono quelle dell'*idrogeno* per cui, essendo il peso molecolare assai basso ($q = 2$ nella molecola biatomica e $q = 1$ se la molecola è separata in atomi semplici), il raffreddamento è meno sensibile.

[1] Lo studio del Sole non appartiene propriamente all'Astronomia Siderale: in ogni caso per maggiori notizie rimandiamo i lettori ai trattati, già citati, del GRAFF, del LUDENDORFF e del DINGLE, all'*Astrophysique* del BOSLER (Paris, Hermann), come pure alle belle e chiare *Vorlesungen über die Physik der Sonne* del PRINGSHEIM (Teubner, Leipzig), al *The Sun* di G. ABBOT (London, Appleton), ed alla importante monografia di G. ABETTI, inserita nell'« Handbuch der Astrophysik ».

Per maggiori notizie si possono consultare: le note di HALE negli « Atti dell'Osserv. di Mt. Wilson »; di DESLANDRES negli « Atti dell'Osserv. di Meudon » (Parigi); di RICCÒ e G. ABETTI negli « Atti della Soc. degli Spettroscopisti Italiani », della Società Astron. Italiana, nei « Rendic. dei Lincei », e nelle « Memorie dell'Osservatorio Astrofisico di Arcetri ».

all' assorbimento del calcio contenuto nella bassa atmosfera solare, sono intramezzate dalle righe luminose $[H]_3$ e $[K]_2$ prodotte dall'emissione del calcio delle alte regioni atmosferiche.

Aggiungiamo che queste ultime considerazioni sembrano appoggiate dal fatto che spesso le righe lucide appaiono in stelle di grande massa (p. es. le *O* e le *B*) ed anche in stelle giganti o supergiganti, per le quali è logico supporre una grande estensione atmosferica.

II) *Teoria moderna.* Secondo la teoria moderna — applicabile specialmente alle stelle di elevata temperatura dei tipi *O* e *B* — le righe lucide dello spettro, secondo l'espressione del Russell [1], piuttosto che « *righe di emissione* » dovrebbero chiamarsi « *righe di fluorescenza* », perchè dovute ad un fenomeno analogo alla fluorescenza [2].

Più precisamente, si suppone che le radiazioni ultraviolette della fotosfera ionizzino atomi dell'idrogeno dell'atmosfera soprastante o portino questi atomi ad altissimi livelli di energia. In seguito gli atomi così ionizzati, od ipereccitati, tornerebbero per gradi ad uno stato di bassa energia, ripassando l'elettrone per le varie orbite quantiche (n. 78), in modo da riavvicinarsi gradualmente al protone centrale. Ad ogni salto dell'elettrone, da una orbita quantica ad un'altra più interna, viene emessa una riga spettrale ed anzi, con considerazioni statistiche [3], si riesce a dimostrare che la [*C*] di Fraunhofer, interessando un maggior numero di atomi, dovrebbe risultare più intensa, ciò che è in accordo con le osservazioni.

Si è cercato anche di spiegare l'allargamento straordinario, osservato in alcune righe di emissione, ricorrendo,

---

(1) Cfr. Russsell, op. cit., Vol II, pag. 879.

(2) Ricordiamo che in fisica si chiamano *fluorescenti* quei corpi che, come lo spato fluore o la fluorite, emettono luce propria quando sono colpiti da energia luminosa esterna. Secondo una legge di Stokes, la luce emessa per fluorescenza ha lunghezza d'onda *maggiore* di quella della luce eccitatrice. Cfr. Rosseland: *On the origin of bright lines in stellar spectra*, in « Astroph Journ. », Vol. LXIII, (1926).

(3) Cfr. Milne, mem. cit.

oltre che all'effetto Döppler (n. 87), anche ad un altro fenomeno conosciuto in fisica [1] col nome di « effetto Compton » e che sostanzialmente consiste nell'urto di un elettrone libero con con un « quantum » di energia. L'urto, in generale, modifica la provvista di energia del « quantum » e, poichè essa è eguale (n. 78) al prodotto di una costante per la frequenza delle onde emesse, ne segue che questa frequenza verrà alterata. Dal lato statistico, avvenendo in ogni istante un gran numero di urti tra « quanta » ed elettroni di differente velocità, ne risulterà una diffusione di energia tra varie lunghezze d'onda, per cui le righe spettrali assumeranno un aspetto largo e sfumato.

Per gli spettri stellari il fenomeno è stato recentemente studiato dal Dirac [2] il quale ha trovato che alla temperatura del Sole e cioè a circa 6000 gradi, la semilarghezza delle righe potrebbe arrivare a 10 *U. A.*

Queste moderne vedute sopra la genesi delle righe lucide, sono anche appoggiate da alcune nebulose gassose che presentano righe spettrali di emissione e la cui luce sembra eccitata da elettroni emessi da stelle vicine dei tipi *O* e *B*, almeno secondo le ricerche recentissime di Hubble, che esamineremo nel vol. III di questo trattato.

Più generalmente anzi, possiamo dire che l'ipotesi di gas resi luminosi per effetto di scariche elettriche — e cioè per bombardamento di elettroni (raggi catodici) o di ioni positivi (raggi canali), va acquistando sempre maggiore importanza nell'Astrofisica. Prescindendo dall'esempio offerto dai tubi di Geissler dei laboratori di fisica, ricorderemo

---

(1) Per maggiori dettagli sopra l'effetto Compton, cfr. « Phys Rev. » XXI e « Philosoph. Magaz. », XLVI, oltre ad ogni buon trattato di Fisica Superiore.

(2) Cfr. P. Dirac: *The effect of Compton scattering by free electrons in a stellar atmosph.* in « Month. Notic. », LXXXV. Nel medesimo volume, cfr. anche la nota: *The Width of Fraunhofer lines* di J. Stewart con replica del Milne, il quale ultimo torna ancora sull'argomento nel suo interessantissimo lavoro: *The stellar absorption coefficient,* pubblicato pure in « Month. Notic. », LXXXV.

che, secondo il DESLANDRES, la luce della *cromosfera solare* — e cioè di quel magnifico inviluppo esterno, di color roseo, che circonda il Sole e che si rende visibile all'occhio durante le eclissi totali — sarebbe di origine elettrica. E così pure la luce delle *code cometarie* (1) sembra in parte luce solare riflessa ed in parte luce emessa sotto l'eccitazione di scariche elettriche. Infine, secondo le moderne ricerche di STÖRMER, anche le *aurore polari* sarebbero dovute alla luminosità eccitata nei gas dell'alta atmosfera terrestre da elettroni lanciati dal Sole.

In ogni caso, a proposito delle stelle « Novae » e delle variabili, dovremo tornare su questo argomento che è forse uno dei più interessanti e dei più difficili dell'Astrofisica moderna.

132. Spettri particolari. Dobbiamo ora occuparci di alcuni spettri stellari che presentano caratteri speciali.

Prescindendo dal caso, ora studiato, in cui compaiono righe di emissione, passiamo in rivista le principali singolarità che possono riscontrarsi nello spettro di alcune stelle ed insieme esponiamo i simboli con cui s'indicano, secondo le proposte (2) degli ultimi Congressi Astronomici.

1) Spettri composti di *due tipi spettrali sovrapposti* (3), i quali appartengono, in generale, a stelle binarie spettro-

---

(1) Cfr. in proposito i recenti studi di H. ZANSTRA: *The excitation of line and band spectra in comets by Sunlight*, in « Month. Notices », Vol. LXXXIX (1928) e di T. BOBROVNIKOFF: *On the spectra of comets.* in « Astroph. Journ. », Vol. LXVI.

(2) Cfr. « Trans. of the Intern. Astron. Union », Vol. II e III e, principalmente, Vol. I, pag. 68 e ss.

Con l'occasione ricordiamo che, per quanto riguarda l'aspetto delle righe spettrali, si usa la finale *n* per indicare righe sfumate (nebulous) e la finale *s* per indicare righe nette (sharp); invece le iniziali *d* (dwarf = nano), *g* (giant = gigante), *c* (adoperata nella classificazione di Maury) premesse al simbolo spettrale, indicano che lo spettro appartiene ad una stella nana, gigante o supergigante (cfr. nn. 100 e 135).

(3) Cfr., p. es., SCHAIN: *On the stars having composite spectra*, in « Astr. Nachr. », Bd. 228, n. 5467.

scopiche e s' indicano scrivendo i simboli dei due tipi componenti separati dal segno +. Per es. lo spettro di β Lyrae, binaria spettroscopica, variabile ad eclisse, è *cB*8 + *B*2*nep*.

2) Spettri *variabili*, più o meno periodicamente, da un tipo spettrale ad un altro. Appartengono, in generale, a stelle variabili e s' indicano aggiungendo la finale *v* al simbolo del tipo spettrale; o meglio, scrivendo i simboli dei due spettri estremi, separati dal segno —. Per es. lo spettro di δ Cephei, importantissima variabile da considerarsi come prototipo di una famiglia a cui dà il nome, è *F*0-*G*2.

3) Spettri con *righe stazionarie*, o « righe separate » (detached lines) secondo la denominazione moderna (n. 100). S' indicano con la finale *k* per ricordare [1] che tale stazio-

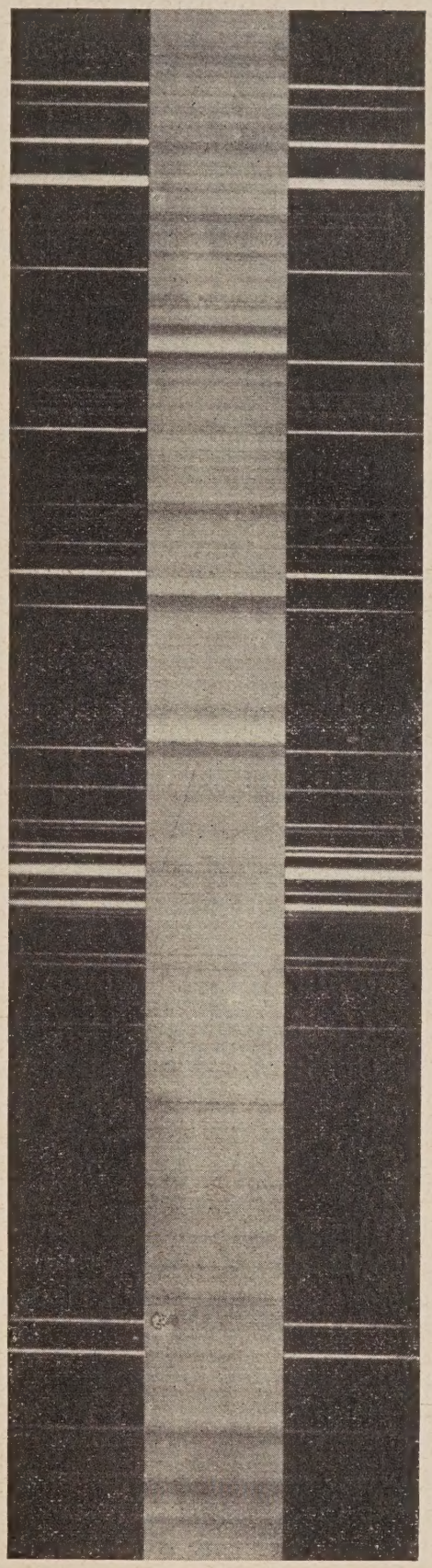


Fig. 119.
Spettro di β Lyrae (*cB*8 + *B*2*nep*) con righe oscure fortemente spostate e righe lucide.

[1] La scoperta delle righe stazionarie avvenne nel 1904 per opera di J. HARTMANN che l' annunciò nella memoria: *Investigations on the spectrum of δ Orionis*, in « Astroph. Journ. », Vol. XIX. Cfr. anche, sull' argo-

narietà colpisce ordinariamente le righe [*H*] e [*K*] del calcio in alcune *stelle binarie spettroscopiche* dei primi tipi spet-

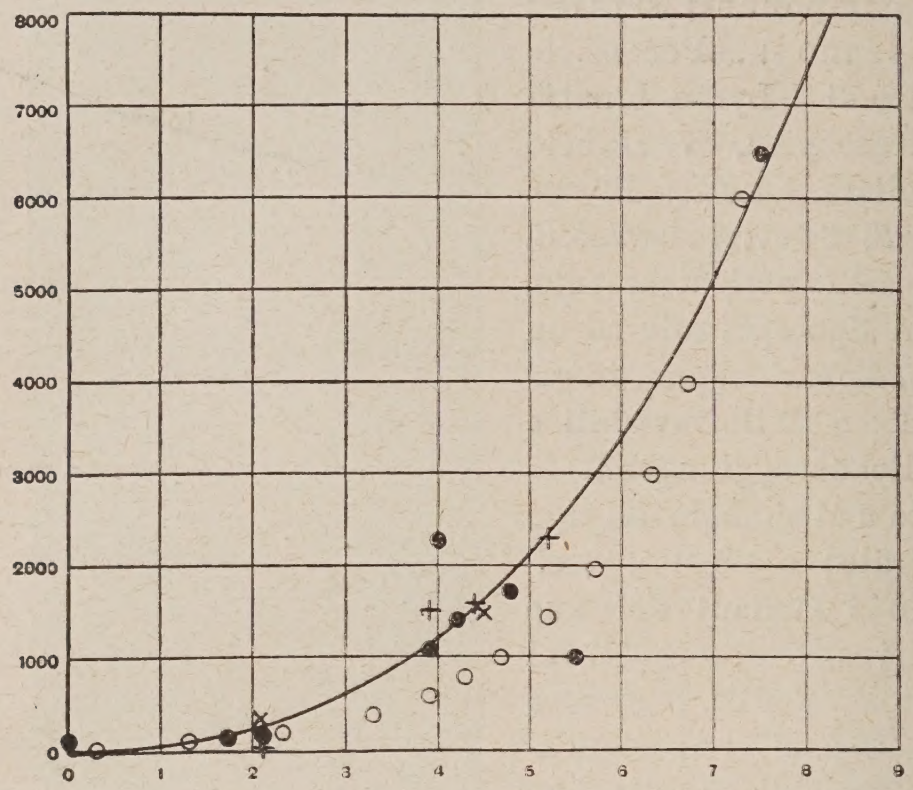


Fig. 120.
Relazione tra l'intensità delle righe del calcio ionizzato e la distanza dell'astro in parsecs (STRUVE).

trali. Esempi importanti sono: δ Orionis (*B0k*), η Orionis (*B1k*). ν Orionis (*B2k*), β Scorpionis (*B1k*), σ Scorpionis (*B1k*), ο Persei (*B1k*), ζ Ophiuci (*B0k*).

---

mento, YOUNG: *The calcium lines in early tipe stars*, in « Publ. of Dominion Obs. Victoria », Vol. I n. 17; KIELE: *Die ruhende Kalziumlinien*, in « Seeliger Festschrift » (Berlin, Springer, 1924) e *The stationary calcium lines*, in « Month. Notices », LXXXIV; O. STRUVE: *Inter. stellar calcium*, in « Astroph. Journal », Vol. LXV, *Further work on interstellar calcium*, id., Vol. LXVII e « Popular Astronomie », volume XXXIII, pag. 639 e Vol. XXXIV, pag. 1. Assai importante anche è la memoria di Miss Mary HAGER (« Lick. Observ. Bull. », n. 325) che ha trovato che in β Scorpionis e δ Orionis *anche la* [D] *del sodio è stazionaria*. Cfr. anche H. WILSON, « Astroph. Journ. », LXVIII.

In proposito cfr. anche H. WILSON. « Astroph. Journ. », LXIII e H. RUSSELL: *On meteoric matter near the stars*, ib., LXIX.

Per quanto riguarda la spiegazione del fenomeno, accennammo già (n. 100) all'ipotesi di EDDINGTON, secondo cui le righe stazionarie che appaiono nelle stelle dei sistemi binari spettroscopici sarebbero dovute a nubi di calcio lanciate dalle medesime stelle: nubi che circonderebbero tutto il sistema binario senza prendere parte al moto orbitale dei due astri intorno al loro comune baricentro. E tale ipotesi sembra appoggiata dal fatto che le righe stazionarie sono generalmente *nette e sottili* (e cioè dovute all'assorbimento di un mezzo estremamente rarefatto) e compaiono di preferenza nei tipi spettrali *O* e *B*, cioè in stelle di alta atmosfera e di grande massa, nelle quali la pressione dell'energia raggiante è notevole rispetto alla gravità (n. 165).

Recentemente però STRUVE ha mostrato che *l'intensità delle righe stazionarie cresce, in media, con la distanza*, ciò che offre un nuovo metodo per ottenere la parallasse delle stelle [1] e suggerisce insieme l'ipotesi che le righe stesse siano dovute all'assorbimento di calcio diffuso negli spazi cosmici. Ultimamente J. OORT ha confermato queste idee, trovando [2] che *l'assorbimento dovuto al calcio diffuso nello spazio ammonterebbe a* 0,00045 *grandezze stellari per ogni parsec di distanza.*

4) Spettri con caratteri *simili a quelli delle stelle Novae* e che s'indicano con la finale *q*, per ricordare il tipo spettrale delle Novae rappresentato appunto dalla lettera *Q*. Così, p. es., lo spettro di P Cygni è *B4eq*.

5) Spettri aventi *altre particolarità specifiche*, diverse da quelle ora elencate, che s'indicano con la finale *p* (dal latino *peculiaris* = particolare). Così, p. es. [3], lo spettro di

---

[1] Cfr. O. STRUVE: *The determination of stellar distances from intensities of the detached calcium lines*, in « Month. Notices », Vol. LXXXIX (1929).

[2] Cfr. J. H. OORT in « Bull. Astr. Inst. Netherlands » Vol. V n. 177, e J. PLASKETT: *Motions of Interstellar Matter* in « Month. Not. », XC (1930).

[3] Per una bella discussione di questi spettri interessantissimi, cfr., p. es., PLASKETT: *Three peculiar spectra*, in « Publ. of Astroph. Obs. Victoria », Vol IV, n. 1 (1927); W. FLEMING: *Stars having peculiar spectra* in « Ann. Harv. Coll. », LVI.

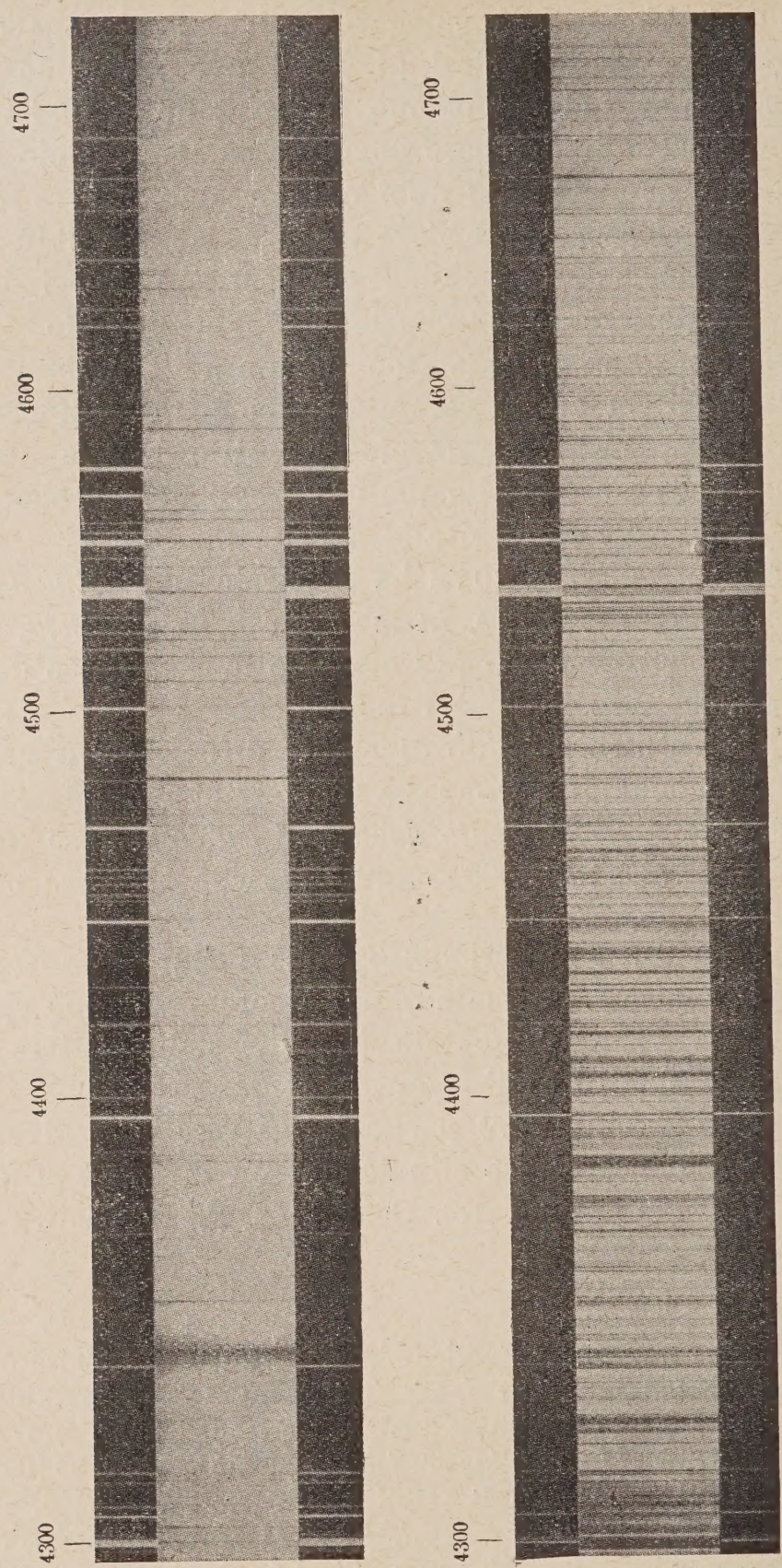


Fig. 121.
Spettro di η Leonis (*A0p*) e di Arturo (*KO*). — Fot. Frost e Adams.

α *Canum Venaticorum*, la bella stella detta il « Cuore di Carlo », è *A0p*.

6) Infine si è convenuto che il punto ammirativo, posto dopo una lettera, rinforza il carattere espresso da quella lettera. Così, p. es., scrivendo che lo spettro della variabile *SS* Cygni, al massimo splendore, è *B8n!q*, si vuol indicare che le righe spettrali sono considerevolmente sfumate.

Ci occuperemo appresso delle stelle variabili, delle Novae e delle binarie spettroscopiche. Quanto agli astri con spettro particolare, possiamo dire che essi costituiscono uno dei maggiori enigmi dell'astrofisica e formano anzi oggetto preferito delle osservazioni delle Specole, nella speranza di poter sorprendere qualche nuovo segreto della vita stellare. Aggiungiamo però che, molto spesso, le particolarità consistono nel fatto che *le velocità radiali date da alcune righe dello spettro differiscono da quelle date da altre righe.* Ed ecco, in proposito, alcuni casi assai interessanti:

1) Il *Cuore di Carlo* (α Canum Venaticorum; spettro *A0p*). Nello spettro di questa stella [1] vi sono alcune righe speciali, che il KIESS ha riconosciuto appartenenti alle così dette « terre rare », come l'europio, il terbio ecc. Queste righe mostrano non solo variazioni d'intensità, ma anche di posizione, con periodo di giorni 5,5, ciò che sembrerebbe indicare, per l'effetto Doppler, una variazione periodica della velocità radiale dell'astro, come se si trattasse di un movimento orbitale; ma tale ipotesi è inconciliabile col comportamento delle altre righe spettrali che non hanno alcuna variazione.

HENROTEAU ha supposto che il fenomeno derivi da proprietà radioattive delle « terre rare » congiunte con la trasformazione della materia in energia [2], ciò che ne aumen-

---

[1] La bibliografia di α *Canum Venaticorum* è abbastanza ricca. Citiamo in proposito MAURY: « Harvard », An. XXVII (1897); BAXANDALL: « Proc. Royal Society », LXXVII (1906); LUDENDORFF: « Astron. Nachr. », Bd. 177 (1906); BELOPOLSKY: « Astron. Nachr », Bd. (1913) e, specialmente, KIESS: « Publ. Observ. Univers. Michigan », Vol. III (1923).

[2] « .... Peut être, il y a la clè du mystère de la conservation de l'énergie dans le Soleil et les étoiles ». Cfr. HENROTEAU, op. cit., p. 166.

terebbe l'interesse. Altri credono che si tratti di pulsazioni, o di fenomeni analoghi alle maree, interessanti particolarmente alcuni strati atmosferici ricchi di terre rare; ma, in realtà, il fenomeno non ha ancora ricevuto spiegazioni soddisfacenti.

Dobbiamo aggiungere che GUTHNIK e PRAGER [1], con la cella fotoelettrica (n. 62) hanno trovato che α Canum

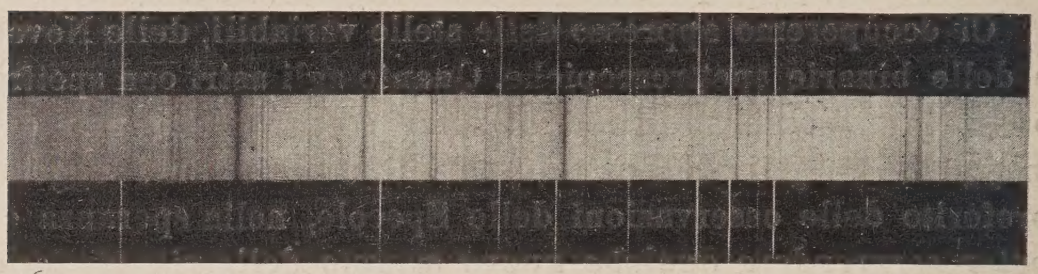


Fig. 122.
Spettro di β Canis Maioris (*B1p*).

Venaticorum è una stella lievemente variabile, con ampiezza eguale a 0,051 grandezze stellari e periodo di giorni 5,5.

2) β *Canis Maioris*. Questa bella stella, di seconda grandezza e di tipo spettrale *B1p*, può essere considerata come il prototipo di una famiglia di stelle che presentano le seguenti particolarità:

a) Le righe spettrali hanno un movimento oscillatorio, indice di velocità radiale variabile, con fluttuazioni più o meno periodiche, ma *con periodo estremamente breve* e cioè della durata di poche ore.

b) La *larghezza* delle righe spettrali è pure variabile, con periodo presso che eguale al precedente.

c) Lo *splendore* dell'astro è, anche esso, *lievemente variabile* all'incirca con lo stesso periodo e con ampiezza di pochi centesimi di grandezza stellare.

In particolare per la β Canis Maioris [2] gli studi furono iniziati da ALBRECHT, nel 1908, all'Osservatorio di Lick

---

[1] Cfr. « Veroff. der Sternwarte zu Berlin-Babelsberg », Bd. I, Heft 1 e Bd. II, Heft 3.

[2] Per maggiori notizie sull'argomento cfr. le note di W. CAMPBELL: *Stars having variable radial velocities*, in « Lick Observ. Bull. », Vol. V, n. 146 e di F. HENROTEAU: *A spectroscopic study of* β *Canis Maioris*,

e proseguiti da HENROTEAU e da Miss HOBE, trovando un periodo di circa *sei ore* per il moto oscillatorio delle righe e per la variazione della loro larghezza. Le misure fotometriche furono principalmente eseguite da STEBBINS con la cella fotoelettrica, e ne risultò nell'astro una variabilità di circa un decimo di grandezza stellare, con periodo probabilmente eguale al precedente.

In seguito altri astronomi, tra cui YOUNG, FROST, O. STRUVE, GUTHNICK, PARASKEVOPOULOS ecc. hanno trovato varie stelle che presentano particolarità analoghe a β Canis Maioris, e poichè il loro esame offre grande interesse agli studiosi di Astrofisica, crediamo utile riportarle nella seguente tabella [1] insieme col tipo spettrale e con la grandezza fotometrica media.

STELLE DELLA FAMIGLIA DI β CANIS MAIORIS

Stella	m	Sp	Stella	m	Sp
β Canis Maioris .	1,99	*B1p*	μ Tauri	4,32	*B5*
β Ursae Maioris .	2,44	*A*	4 Canis Maioris .	4,35	*B1*
γ Bootis	3,00	*F*	η Lyrae	4,46	*B3*
σ Scorpii	3,08	*B1*	15 Canis Maioris .	4,66	*B1*
γ Ursae minoris .	3,14	*A2*	114 Tauri	4,83	*B3*
γ Lyrae	3,30	*A*	2 Cygni	4,86	*B2*
β Cephei	3,32	*B1*	8 Cygni	4,85	*B3*
θ Ophiuci . . .	3,37	*B3*	9 Cephei	4,87	*B2*
δ Aquilae . . .	3,44	*F*	55 Cygni	4,89	*B2*
σ Orionis	3,78	*B*	10 Monocerotis . .	4,98	*B3*
τ Cygni	3,82	*F*	42 Camelopardalis	5,04	*B3*
20 Tauri	4,02	*B5*	12 Lacertae . . .	5,18	*B2*
δ Ceti	4,04	*B2*	57 Ursae Maioris .	5,26	*A2*
ν Eridani	4,12	*B2*			
ι Aquilae . . .	4,28	*B5*			

in « Lick Observ. Bull. », Vol. IX, n. 311 ed in « Publ. Domin. Observ. Ottava », Vol. VIII, n. 3 e Vol. IX, n. 2. Id. *A spectrographic study of Stars of classes A and B*, id. Vol. VIII, n. 5.

Altre numerose note sopra le stelle a velocità radiale variabile si trovano sparse negli Atti dei vari osservatori astronomici americani nell' « Astroph. Journal », nelle « Astron. Nachr. », ecc. In particolare per la 12 Lacertae, cfr. « Journ. of Astron. Society of Canada », 1919.

[1] Cfr. « Handbuch der Astrophysik », Bd. VI, zweit. teil, pag. 436 (Berlin, Springer, 1928).

Nessuna spiegazione sicura è stata data di questi strani fenomeni. La velocità radiale variabile periodicamente indicherebbe stelle doppie spettroscopiche, ma, d'altra parte, è ben difficile ammettere che due Soli possano ruotare l'uno intorno all'altro in poche ore! H. SHAPLEY, in analogia con le moderne teorie sopra le Cefeidi delle quali parleremo tra breve, crede piuttosto che si tratti di pulsazioni dell'astro, ciò che si accorda con la lieve variazione di splen-

Fig. 123.
Spettro di β Orionis (*B8p*)

dore e con la variabile larghezza delle righe spettrali che sembrerebbe indicare una variazione delle condizioni fisiche dell'atmosfera stellare. In ogni modo però occorre confessare che il mistero si addensa ancora su questi astri curiosissimi che debbono essere vivamente raccomandati alle attente osservazioni delle Specole Astrofisiche.

3) σ *Cygni*. Questa stella è una supergigante — o « pseudocefeide » secondo la denominazione di ADAMS — di densità estremamente bassa, come mostrano le righe spettrali sottili e nette in cui predominano gli elementi ionizzati (n. 112). Ora, dallo spostamento periodico di queste righe spettrali, il CAMPBELL [1] scoprì che essa è una doppia spettroscopica, di cui HENROTEAU [2] calcolò l'orbita, trovando che i due astri associati ruotano intorno al comune baricentro in circa undici giorni mentre il baricentro stesso si *avvicina al Sole* con velocità di circa *quattro chilometri* al minuto secondo.

Ma resta ancora da spiegare un fenomeno assai oscuro. Infatti la curva delle velocità radiali, dedotta dagli sposta-

---

[1] Cfr. « Lick Observ. Bull. », Vol. V, pag. 176, n. 173.
[2] Cfr. « Pub. Observ. Univ. Michigan », Vol. III, pag. 39.

menti subiti dalla riga idrogenica H_ε è, intrinsecamente, identica a quella dedotta dalle altre righe spettrali, ma ha uno spostamento di fase di circa un terzo di rivoluzione ed inoltre tutte le sue ordinate appaiono incrementate di una quantità costante indicando che il baricentro del sistema si *allontana dal Sole* con velocità di circa *sei chilometri* al secondo.

In mancanza di altre spiegazioni di questa strana anomalia, HENROTEAU ricorre all'ipotesi di una rifrazione o dispersione anomala (1) supponendo che la luce di σ Cygni, per giungere a noi, debba attraversare una vasta nube cosmica di calcio dove la riga idrogenica H_ε subirebbe gli effetti della rifrazione anomala per la sua vicinanza alla riga (2) di assorbimento del calcio [*H*]. Altri credono invece che possa trattarsi di un errore degli spettrogrammi dovuto alla mutua influenza delle due righe sopra la lastra fotografica, onde appaiono necessarie nuove e più accurate indagini.

Per completezza aggiungiamo che il GUTHNICK (3), con la cella fotoelettrica, avrebbe trovato che σ Cygni ha una lievissima variazione periodica di circa un ventesimo di grandezza stellare.

---

(1) Cfr. HENROTEAU: *Les étoiles simples*, pag. 169 (Paris, Doin). Sopra la rifrazione anomala, rimandiamo i lettori ad ogni buon trattato di fisica ed in particolare a quello già citato del prof. M. CANTONE. Qui ricordiamo solo che l'indice di rifrazione generalmente diminuisce al crescere della lunghezza d'onda, mentre in vicinanza di una riga di assorbimento può subire una brusca variazione. Nel nostro caso, la rifrazione anomala sarebbe prodotta dal fatto che la riga idrogenica H_ε si trova appunto vicinissima alla riga [*H*] del calcio, attraversato dai raggi della stella per giungere fino a noi.

Occorre aggiungere che la dispersione anomala, a cagione della rapida variazione dell'indice di rifrazione, può produrre un allargamento delle righe spettrali ed acquista sempre maggiore importanza nella moderna fisica del Sole.

(2) Ricordiamo che la [*H*] del calcio ionizzato ha lunghezza d'onda $\lambda = 3968{,}5$ e la H_ε dell'idrogeno $\lambda = 3970{,}1$.

(3) Cfr. « Astr. Nach. », Bd. 212, n. 5074.

133. Distribuzione dell'energia nello spettro. Mentre lo studio delle righe degli spettri stellari è già bene avviato, quello della distribuzione dell'energia nelle varie lunghezze d'onda è ancora al suo inizio. E, in proposito, ci sia lecito di esprimere la speranza che la nostra astronomia possa emergere in questo secondo campo quasi vergine, come già ha lasciato traccie imperiture nel primo campo per opera di tanti spettroscopisti italiani.

Ma, a raggiungere tale scopo, occorrono riflettori di larga apertura (n. 91) ed in numero sufficiente ad assicurare annualmente una discreta produzione scientifica che possa sostenere, per così dire, la concorrenza con la produzione annua dei grandi telescopi che altre nazioni posseggono in buon numero [1].

Intanto, per tornare alla distribuzione dell'energia nello spettro stellare, abbiamo già esaminato nel Vol. I, i metodi usati, ai quali si può ora aggiungere il così detto « *metodo del cuneo* » (wedge method) che, sebbene un po' grossolano, si va diffondendo in questi ultimi tempi per la sua grande semplicità [2].

---

[1] Cfr. Vol. I, Introduzione, pag. X.

[2] Preconizzato dal MERTON e dal NICHOLSON per ricerche di laboratorio ed introdotto nell'astronomia principalmente per opera del PLASKETT, esso consiste nel procedimento seguente, che esponiamo nelle linee essenziali, rimandando per i dettagli alla memoria del PLASKETT: *The wedge method and its application to astronomical spectrophotometry*, in « Publ. of the Domin. Astroph. Observatory, Victoria », Vol. II n. 12.

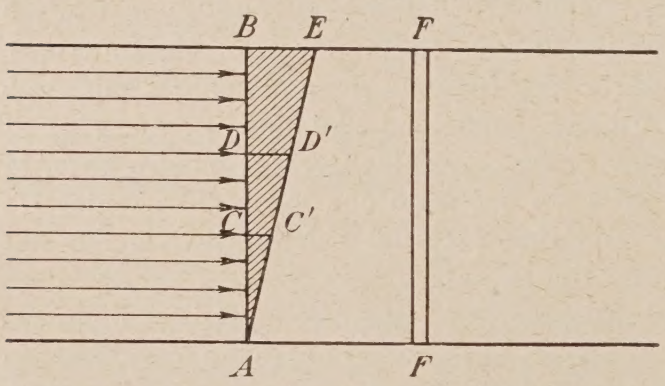


Fig. 124.

Supponiamo di porre un cuneo *ABE* di vetro neutro (n. 46) sopra la fissura *FF* dello spettrografo (n. 94), nel senso della sua lunghezza ed illuminiamo la fissura stessa con luce policromatica, fotografandone lo spettro sopra la lastra posta al fuoco dello spettrografo (cfr. fig. 124).

Applicando tali metodi ed eseguendo le correzioni dovute all' assorbimento dell' atmosfera terrestre (n. 71 e ss.) si è determinata, fino ad ora, la distribuzione dell' energia in

---

Esaminiamo quale sarà la configurazione assunta dallo spettrogramma e, a tale scopo, cominciamo col considerare una speciale radiazione, per es. quella verde.

A cagione dello spessore crescente del cuneo assorbente, i raggi verdi cadranno sopra la fenditura dello spettrografo con intensità sempre minore man mano che ci allontaniamo dall' estremo A, fino a che giunti ad un certo punto C — a cui corrisponde nel cuneo lo spessore CC' — essi diverranno insufficienti ad impressionare la lastra nel tempo di posa adottato. Otterremo quindi sopra la lastra fotografica uno spettrogramma che, nel verde, avrà la larghezza AC.

Se invece l' intensità della luce verde fosse stata maggiore, essa sarebbe riuscita ad impressionare la lastra anche dopo aver attraversato spes-

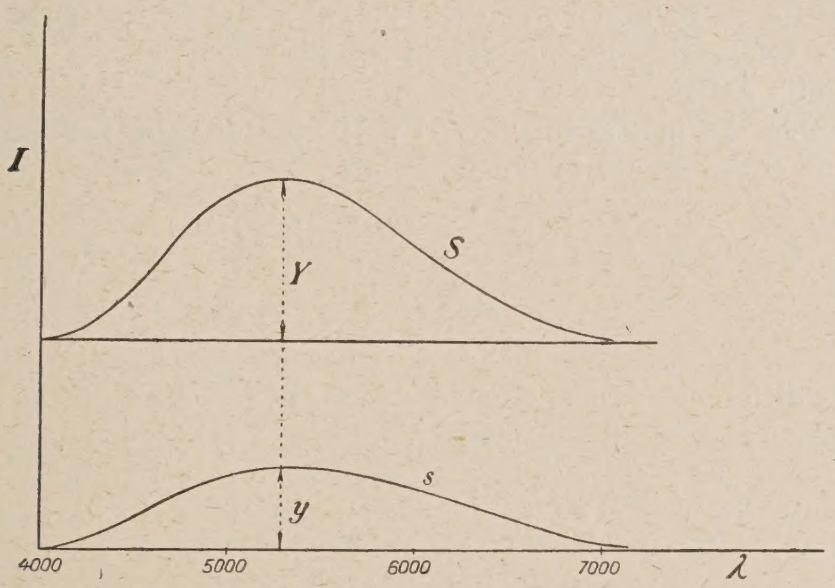


Fig. 125.

sori maggiori del cuneo: p. es. fino allo spessore DD' ed in conseguenza la larghezza dello spettro nel verde sarebbe stata AD invece di AC.

Si comprende quindi che, se la luce policromatica che viene a cadere sopra la fenditura dello spettrografo ha intensità differente nelle diverse lunghezze d' onda, lo spettrogramma ottenuto sarà di differente larghezza nelle regioni corrispondenti ai vari colori.

Ciò posto, il Plaskett fa scorrere con moto uniforme l' immagine fuocale della stella S^* da esaminare sopra la fenditura dello spettrografo col cuneo sovrapposto e fotografa poi, con lo stesso procedi-

alcune stelle più luminose [1]; e, benchè le misure eseguite siano ancora molto scarse, sembra tuttavia di poter concludere — almeno in via provvisoria — che:

---

mento, lo spettro di un'altra stella — o sorgente artificiale di luce — s^*, destinata a servire di confronto, ottenendo così sopra la lastra due spettrogrammi (cfr. fig. 125) che chiameremo S ed s.

Ora se Y è l'ordinata — o larghezza — dello spettrogramma S in corrispondenza alla lunghezza d'onda λ, ciò significa che le radiazioni di lunghezza d'onda sono riuscite ad impressionare la lastra fino a distanza Y dall'estremo inferiore del cuneo assorbente. A tale distanza il cuneo aveva uno spessore X e riduceva quindi la luce (cfr. vol. I, pag. 114, nota) nel rapporto e^{-hX} essendo e la base dei logaritmi naturali ed h una costante propria del cuneo.

Analogamente se y è l'ordinata dello spettrogramma s per la stessa lunghezza d'onda λ ed x lo spessore corrispondente del cuneo, è chiaro che la stella — naturale od artificiale — s ha potuto impressionare la lastra fotografica fino a che la sua luce di lunghezza d'onda λ è stata ridotta nel rapporto e^{-hx}.

Ne segue che indicando con $I(\lambda)$ e $i(\lambda)$ le intensità delle radiazioni emesse da S^* ed s^* per la lunghezza d'onda λ, si ha:

$$I(\lambda)e^{-hX} = i(\lambda)e^{-hx} \tag{1}$$

e quindi

$$\log_e \frac{I(\lambda)}{i(\lambda)} = h(X - x)\,. \tag{2}$$

Ma la differenza $X - x$ degli spessori del cuneo, per le distanze Y ed y a partire dall'estremo della fenditura, è proporzionale a $Y - y$; d'altra parte, per passare dai logaritmi naturali a quelli a base decimale basta moltiplicare per un coefficiente costante. Avremo dunque, in conclusione:

$$\log_{10} \frac{I(\lambda)}{i(\lambda)} = C(Y - y) \tag{3}$$

dove C è una costante dipendente dalla natura del cuneo, dalla scala (ingrandimento) adoperato ecc..

È chiaro che, una volta determinata questa costante, è facile calcolare $I(\lambda)$ conoscendo $i(\lambda)$, ciò che ci permette di determinare la distribuzione dell'energia nello spettro dell'astro S^*, conoscendo la distribuzione nell'astro campione s^*.

[1] Cfr. p. es. PLASKETT, op. cit., dove si trova studiata, col « Wedge method » la distribuzione dell'energia nello spettro delle sei stelle γ Cassiopeiae, ε Persei, α Cygni, δ Cassiopeiae, α Aurigae, β Geminorum. Cfr. anche ABBOT: *Radiometer measurements of stellar energy spectra*, in

1) *In linea generale, la distribuzione dell'energia nello spettro stellare è analoga a quella che si avrebbe nello spettro di un corpo nero ad una temperatura* T *detta " temperatura effettiva „ dell'astro. Tale temperatura è massima* (n. 69)

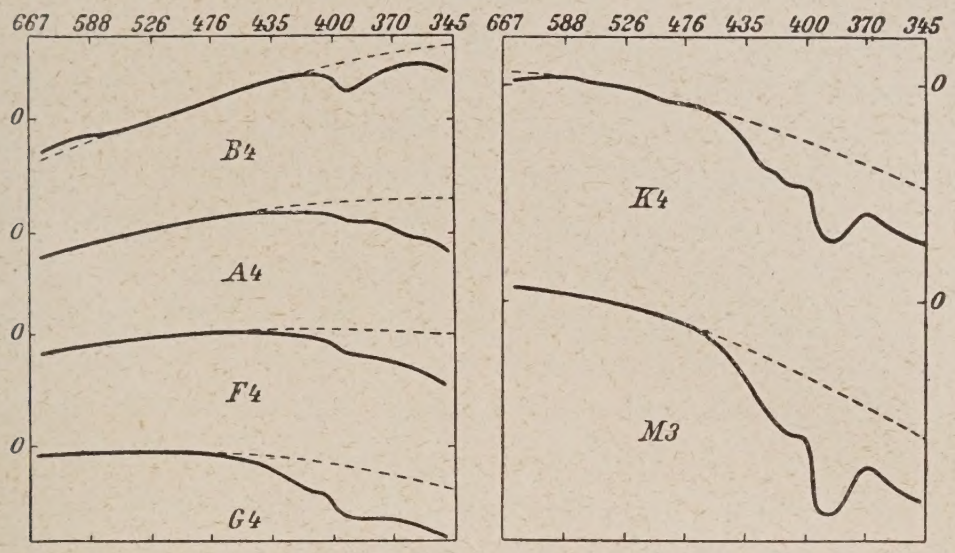


Fig. 126.
Distribuzione dell'energia nello spettro, per i diversi tipi stellari (Brill).
(La linea punteggiata indica il corpo nero).

per le stelle dei primi tipi spettrali O *e* B *e va lentamente discendendo attraverso i tipi successivi* A, F *ecc.*.

2) *Nella regione violetta ed ultravioletta, il diagramma della distribuzione dell'energia nello spettro stellare discende, in generale, al disotto di quello corrispondente nel corpo nero* [1].

Più precisamente, Huggins ed Hartmann avevano già indicato larghe zone di assorbimento nella regione ultra-

---

« Astroph. Journ. », Vol. LX (v. fig. 57, Vol. I); Brill: *Die strahlung der Sterne*, in « Ergebnisse d. exakt. naturwis. », Bd III; Nicholson: *Stellar radiation measurements*, in « Astroph. Journ. », Vol. LXVIII, oltre ai lavori citati al n. 63 e 11. Per recentissime misure cfr. Abbot: *Energy spectra of the stars* in « Contr. Mt. Wilson Observ. » n. 380.

[1] Oltre al Brill, Op. cit., cfr. Harmann, « Physikal. Zeitschrift », XVIII; Debye, id. id.; Kohl, « Astr. Mitt. Gottingen », XVI; Huggins: *An Atlas of repr. stellar spectra.*

violetta. Studi più recenti [1] hanno mostrato che negli spettri del tipo *A* l'intensità del fondo continuo diminuisce rapidamente a partire da $\lambda = 3645{,}6$ — e cioè dalla « testa » della serie idrogenica di Balmer (n. 76) — fino alle più brevi

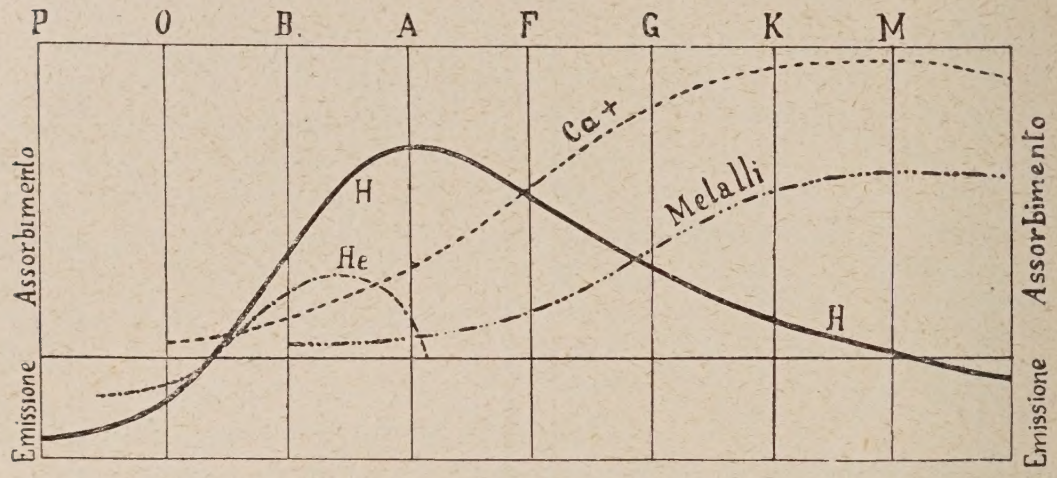


Fig. 127.
Intensità di alcune righe spettrali nei diversi tipi (Rufus).

lunghezze d'onda osservabili. Questa zona di assorbimento si trova anche nelle stelle degli altri tipi spettrali ed è tanto più notevole quanto più sono accentuate le righe dell'idrogeno, onde sembra probabile che si tratti di uno spettro continuo di assorbimento dovuto ad elettroni liberi (n. 84) dell'idrogeno.

Occorre aggiungere però che:

1) Vi possono essere delle bande di assorbimento dovuto a composti, tanto più che recentemente tali bande sono state incontrate [2] anche nelle stelle del tipo *B*.

2) Prescindendo pure dall'assorbimento selettivo dell'atmosfera stellare (n. 71 e ss.), la luce stellare, per giungere fino a noi, può spesso traversare regioni contenenti pulviscolo cosmico, nubi di calcio (n. 132) ecc. dove i raggi di breve lunghezza d'onda sarebbero maggiormente assorbiti in virtù della legge di Rayleygh (n. 73).

---

[1] Cfr. Russell, Dugan, Stewart: *Astronomy*, Vol. II, pag. 876. Cfr. anche C. Yu.: *On the cont. hydrogen absorption in spectra of class A stars*, in « Bull. Lick. Obs. » n. 375; Nicholson: *On a contin. hydrog. radiat.* in « Month. Not. », LXXXV.

[2] Cfr. Lockyer: *A wide absorption band in some B type stars*, in « Month. Notices », Vol. LXXXIX (1928).

Ma dobbiamo aggiungere ancora un' altra osservazione. Adoperando prismi di quarzo, sostanza trasparente alle brevi lunghezze d' onda, e servendosi di specchi riflettori anzichè di lenti obbiettive poco permeabili alla luce ultravioletta, è stato possibile analizzare gli spettri stellari fino a circa 3000 U. A. Ora sarebbe certo immensamente interessante per la scienza se si potesse varcare un tale limite, tanto più che nel lontano ultravioletto esistono le « righe ultime » di un gran numero di elementi; ma, come vedemmo (n. 74), ciò è impedito dall' assorbimento dell' atmosfera terrestre.

Più precisamente il fenomeno è prodotto dall' ozono contenuto nelle alte regioni della nostra atmosfera, il quale dà origine ad una forte banda di assorbimento da $\lambda = 2850$ a $\lambda = 2330$. E poichè tale ozono sembra formato in gran parte per azione dei raggi solari, si è proposto in questi ultimi tempi [1] di eseguire osservazioni spettroscopiche stellari nelle regioni iperboree, durante la lunga notte polare. E la proposta appare certo interessantissima, non ostante le molteplici difficoltà che occorre vincere.

134. Altre classificazioni spettrali. Le uniche classificazioni oggi adoperate per i tipi spettrali delle stelle sono quella *visuale* del P. Secchi e quella *fotografica* dell' Osservatorio di Harvard che è ora adottata da tutti gli astronomi; possiamo quindi ritenere che le altre classificazioni, date nel passato da vari astronomi, conservino ormai una importanza semplicemente storica.

Ciò nonostante, sarà utile ricordare allo studioso le principali tra esse e cioè:

1) La classificazione del VOGEL,
2) La classificazione di Miss MAURY,
3) La classificazione del LOCKYER.

Passiamo ad esaminare queste classificazioni, dandone brevissimi cenni e formando un quadro comparativo che mostri le relazioni esistenti tra esse e la classificazione di Harvard.

---

[1] Cfr. *The Nature*, (« A Weekly Journ. of Sciences », London) nn. 24 novembre 1928 e 9 febbraio 1929.

1) Il Vogel, che, come vedemmo (n. 74), fu uno dei primi ad ottenere fotografie dello spettro, aveva già dato fin dal 1874 una classificazione *visuale* che è molto simile a quella del P. Secchi. Infatti [1] essa comprende tre tipi che vengono indicati con i numeri romani I, II, III e che corrispondono rispettivamente alle stelle bianche, gialle e aranciate. Ma ogni tipo si suddivide in numerosi sottotipi, che si indicano aggiungendo una lettera minuscola *a*, *b*, *c*, al simbolo dei tipi: p. es. III*a*, II*b*, ecc..

2) La classificazione di Miss A. Maury [2] è una *classificazione fotografica*, secondo la quale gli spettri stellari vengono divisi in ventidue tipi, che seguono presso a poco l'ordine dei tipi di Harvard *B*, *A*, *F*, ecc. e vengono indicati con i numeri romani I, II,... XXII.

Ma ognuno di questi tipi si suddivide, a sua volta, in *tre sottotipi principali* che s'indicano scrivendo, dopo il simbolo del tipo, la lettera *a* (p. es. II*a*) se lo spettro ha righe normali, la lettera *b* se ha righe diffuse e la *c* — ancora usate per gli spettri delle stelle supergiganti — se ha righe assai nette e sottili. Inoltre a questi tre sottotipi principali si aggiungono *due sottotipi intermedi*, indicati da *ab*, *ac* (p. es. II*ab*), se le righe hanno apparenza intermedia tra la normale e la diffusa o tra la normale e la sottile.

Dobbiamo poi rilevare che le scarse cognizioni sopra la evoluzione stellare, che si avevano all'epoca della classificazione della Maury (anno 1897), fecero chiamare le suddivisioni *a*, *b*, *c*, col nome di « *serie parallele* », quasi che esse appartenessero a stelle di diversa origine le quali nulla avessero in comune. Oggi sappiamo invece che l'aspetto delle righe spettrali dipende in parte dal nanismo, gigantismo o supergigantismo dell'astro e sappiamo pure che le stelle sono giganti nella prima fase della loro vita e divengono nane durante l'ultima fase.

---

[1] Per maggiori notizie sopra la classificazione del VOGEL, cfr. « Astr. Nachr. », Bd. 84.

[2] Per maggiori dettagli cfr. ANTONIA C. MAURY: *Spectra of bright Stars*, in « Annals of Harvard College », Vol. XXVIII, parte I.

3) La classificazione del Lockyer [1], a differenza delle altre, non è nè visuale nè fotografica, ma *evolutiva* e cioè segue l'ordine che questo grande scienziato riteneva probabile per l'evoluzione delle stelle e che è poco diverso da quello attualmente ammesso e che esporremo nei capitoli successivi.

In particolare tale classificazione comprende:

a) *Un ramo ascendente* che parte dalle nebulose ed abbraccia gli otto tipi seguenti con temperature sempre crescenti dall'uno all'altro:

1) Antariano: es. Antares (α Scorpii, tipo *M0p*).
2) Aldebariano: es. Aldebaran (α Tauri, tipo *K*5).
3) Polariano: es. la Polare (tipo *F*8, *ac*).
4) Posto vacante.
5) Cignano: es. α Cygni (tipo *A2c*).
6) Rigeliano: es. Rigel (β Orionis, tipo *B8c*).
7) Tauriano: es. ζ Tauri (tipo *B*3).
8) Cruciano: es. β Crucis (tipo *B1c*).

b) *Un vertice* in cui vengono collocate le stelle del tipo O, che il Lockyer chiama tipo argoniano, da γ Argus (tipo *O*6w).

c) *Un ramo discendente* che parte dal vertice e giunge sino alla completa estinzione delle stelle (stelle oscure). Questo ramo comprende gli otto tipi seguenti che hanno temperatura decrescente dall'uno all'altro:

1) Achernariano: es. Achernar (α Eridani, tipo *B5b*).
2) Algoliano: es. Algol (β Persei, tipo *B8a*).
3) Markabiano: es. Markab (α Pegasi, tipo *A*0b).
4) Posto vacante.
5) Siriano: es. Sirio (α Canis Maioris, tipo *A*0a).
6) Procioniano: es. Procione (α Canis Minoris, tipo *F5a*).
7) Arturiano: es. Arturo (α Bootis, tipo *K*0).
8) Pisciano: es. 19 Piscium (tipo *Na*).

I quattro tipi più vicini ai vertici di ciascun ramo sono indicati dal Lockyer col nome di *tipi protometallici*, giacchè nei loro spettri appariscono in larga misura gli elementi

---

[1] Per maggiori notizie cfr. LOCKYER: *Catalogue of 470 of the brighter stars.*; London, 1902.

ionizzati, che il Lockyer chiamava protometalli (n. 80); gli altri quattro tipi di ciascun ramo sono invece indicati col nome di *tipi metallici*, giacchè in essi appariscono prevalentemente gli elementi non ionizzati.

Termineremo eseguendo un confronto tra le varie classificazioni per mezzo della seguente [1]:

TABELLA

Secchi	Vogel	Maury	Cannon
(V)	*IIIb*	XXII	*Oa, Ob, Oc, Od, Oe*
		I	*Oe5*
	Ib	II	*Bo*
		III	*B1*
		IV	*B2*
		IV-V	*B3*
		V	*B5*
		VI	*B8*
		VI-VII	*B8, B9*
I	*Ia*	VII	*Ao*
		VIII	*Ao*
		IX	*A2*
		X	*A5*
		XI	*Fo*
		XI-XII	*F2*
		XII	*F5*
		XII-XIII	*F5*
		XIII	*F8*
II	*IIa*	XIV	*Go*
		XIV-XV	*G5*
		XV	*Ko*
		XV-XVI	*K2*
		XVI	*K5*
III	*IIIa*	XVII	*Ma*
		XVIII	*Ma, Mb*
		XIX	*Mb*
		XIX-XX	*Mb, Mc*
		XXI	*Md*
IV	*IIIb*	XXI	*N, R, S*

[1] Cfr. p. es.: *Astronomie*, p. 401, nella collezione « Die Kultur der Gegenwart » di Teubner in Lipsia.

Terminando questo capitolo, ricorderemo che il primo prisma obbiettivo — strumento tanto utile nella spettroscopia stellare — fu inaugurato nella pratica il 15 febbraio 1869 dal Prof. L. RESPIGHI all' *Osservatorio del Campidoglio*, a Roma, precedendo così tutte le altre specole.

CAPITOLO II.

Luminosità, diametri, masse e densità delle stelle.

135. Luminosità stellari. Abbiamo esaminato nel Vol. I i metodi di cui la scienza dispone per determinare la velocità, il diametro, la massa [1] e lo splendore assoluto degli astri e abbiamo visto come tale splendore sia misurato dalla grandezza assoluta M, la quale è legata alla grandezza visuale dall' equazione (4)

$$M = m + 5 + 5 \log \pi \tag{225}$$

dove π è la parallasse.

Ma, a questo riguardo, vogliamo aggiungere che modernamente è stato introdotto il concetto di *luminosità* L di un astro, che si definisce come il *rapporto tra la quantità*

---

[1] A tale proposito dobbiamo far notare al lettore che, per calcolare la massa di ogni astro, noi ci serviamo dell' attrazione che esso esercita e che questo calcolo viene eseguito ammettendo implicitamente l' ipotesi che *il flusso gravitazionale non venga assorbito attraversando mezzi materiali.*

Se, invece, tale assorbimento avesse luogo, l'attrazione esercitata dalle regioni interne dell' astro risulterebbe attenuata, onde la massa — e quindi anche la densità — ottenuta col calcolo sarebbe inferiore al valore reale e cioè gli astri sarebbero, in realtà, più densi e massicci di quanto noi ora crediamo. Per maggiori notizie su questo intessante argomento cfr. varie note del prof. Q. MAIORANA in « Rend. Acc. Lincei », dal 1919 in poi.

totale di luce emessa dall' astro stesso e quella emessa dal Sole. Servendoci della legge di Pogson (eqne 1) e ricordando che il Sole (cfr. n. 15) ha grandezza assoluta 4,85, otteniamo come valore [1] del logaritmo decimale di L:

$$\log L = 1{,}94 - 0{,}4M = -0{,}06 - 0{,}4m - 2\log\pi. \tag{226}$$

Con la (225) e (226), servendoci dei valori di m e di π dati dai cataloghi di Harvard e dello Schlesinger (cfr. *Appendice* del Vol. I), abbiamo calcolato la seguente:

TABELLA

Stella	M	L
S Doradus	— 8,9	300000
β Orionis (Rigel)	— 5,77	18000
α Orionis (Betelgeuse)	— 2,95	1300
α Scorpii (Antares)	— 1,70	420
β Pegasi (Scheat)	— 1,47	340
α Aurigae (Capella)	— 0,41	127
α Bootis (Arturo)	— 0,25	111
α Tauri (Aldebaran)	— 0,16	100
α Lyrae (Wega)	+ 0,60	51
α Canis Maioris (Sirio)	1,26	28
α Aquilae (Altair)	2,44	9
α Canis Minoris (Procione)	2,95	6
α Centauri *A* (Princ. della doppia)	4,46	1,5
Sole	4,85	1,00
61 Cygni *A* (Princ. della doppia)	8,40	0,04
α Canis Maioris *B* (Satellite di Sirio)	11,20	0,003
40 Eridani *B* (Satellite della 40 Erid.)	11,20	0,003
Stella di Barnard	13,40	0,0004
Stella di Van Maanen	14,50	0,0001

---

[1] Dalla equazione (1) del Vol. I, abbiamo, chiamando con I lo splendore assoluto di un astro, con M la sua grandezza assoluta e con I_0 e M_0 lo splendore assoluto e la grandezza assoluta del Sole:

$$\frac{I}{I_0} = L = 2{,}512^{M_0 - M} \tag{1}$$

Come appare dalla tabella, la stella intrinsecamente più luminosa che si conosca sarebbe la *S Doradus*, una variabile irregolare appartenente alla grande Nube di Magellano. Se sono esatte le idee moderne sopra la parallasse [1] di questa Nube, la *S Doradus* raggiungerebbe, nel medio splendore, la grandezza assoluta — 8,9 corrispondente ad *una luminosità 300000 volte superiore a quella del Sole!*

Premesse queste nozioni, cominciamo ad osservare che nell'Astronomia siderale — come del resto in ogni scienza — per scoprire le leggi più importanti, è necessario di mettere in relazione tra loro i singoli fenomeni dati dalle osservazioni, onde studiarne la mutua dipendenza e le mutue relazioni. Da questo lato, lasciando da parte le velocità e le distanze stellari di cui ci occuperemo nel Vol. III, i confronti che si offrono per primi alla nostra mente sono i seguenti:

---

donde, essendo $M_0 = 4{,}85$ (n. 15) risulta:

(2) $$\log L = 0{,}4(4{,}85 - M) = 1{,}94 - 0{,}4M$$

che, per la (225) diviene:

(3) $$\log L = -0{,}06 - 0{,}4m - 2 \log \pi$$

coincidente con la (226) del testo.

[1] Nella misura della parallasse vi è generalmente un errore non inferiore a $0'',01$. Ora, chiamando questo errore con $d\pi$ e differenziando la (226) rispetto a π otteniamo:

(1) $$\frac{dL}{L} = -2\frac{d\pi}{\pi}$$

che ci mostra come i valori di L siano poco attendibili quando la parallasse dell'astro risulta molto piccola.

Dobbiamo anche ricordare che la (225) è stata ottenuta supponendo che l'intensità luminosa apparente degli astri vari in ragione inversa del quadrato della distanza, ciò che è vero nella duplice ipotesi che lo spazio sia *euclideo* e che non vi sia assorbimento di luce per parte di materie cosmiche diffuse nelle regioni interstellari. Se tali ipotesi non fossero verificate — se p. es. si ammette una « *curvatura dello spazio* » come esamineremo nel Vol. III — i valori delle luminosità L ottenuti con la (226) potrebbero essere molto diversi dal vero, specialmente per le stelle più lontane.

1) Luminosità stellari (o grandezze assolute) e tipi spettrali

2) Luminosità stellari (o grandezze assolute) e masse stellari

3) Masse stellari e tipi spettrali

dei quali il terzo dipende evidentemente dagli altri due.

Vediamo quali sono i risultati che se ne possono trarre.

136. Diagramma di Russell. La « Mean Sequence » di Eddington. — Nel 1913, H. RUSSELL [1] mostrò per primo le relazioni esistenti tra la grandezza assoluta degli astri ed il loro tipo spettrale. Le sue conclusioni erano allora fondate soltanto sopra l'esame di alcune centinaia di stelle; ma aumentando sempre più il numero delle parallassi conosciute, CURTIS, ADAMS e JOY [2] hanno ripetuto l'esame valendosi di circa tremila stelle e giungendo sostanzialmente ai medesimi risultati. Vediamo in che cosa essi consistano.

A tale scopo prendiamo un sistema di assi cartesiani e riportiamo sopra le ordinate i logaritmi delle luminosità, o — ciò che è equivalente per la (226) — le grandezze assolute in *ordine decrescente* e poniamo sopra le ascisse, ad intervalli eguali, i vari tipi spettrali nell'ordine della classificazione di Harvard: *B*, *A*, *F*, *G*, ecc.. Ciò posto, rappresentiamo sul diagramma ogni stella studiata per mezzo di un punto avente l'ascissa e l'ordinata corrispondenti al tipo spettrale ed alla grandezza assoluta dell'astro.

Eseguito così il diagramma, ci accorgiamo subito che esso presenta la proprietà notevolissima che i punti, anzichè essere sparsi a caso, si concentrano in alcune regioni e precimente:

1) Un gran numero di punti si concentra lungo una linea poco differente da una retta inclinata sopra l'asse

---

(1) Cfr. « The Observatory », Vol. XXXVI, p. 324, dove si riporta il sunto di un discorso tenuto dal RUSSELL al Meeting della Royal Astronomical Society il 13 giugno 1913; id. id. XXXVII, p. 165.

(2) Cfr. « Popular Astronomy » Vol. XXIX.

delle ascisse e che va [1] dalla grandezza assoluta — 2,3 per il tipo *B*0 alla grandezza assoluta 11,8 per il tipo *M*5.

Secondo la proposta di Eddington, gli astronomi chiamano questa retta col nome di *media sequenza* (mean se-

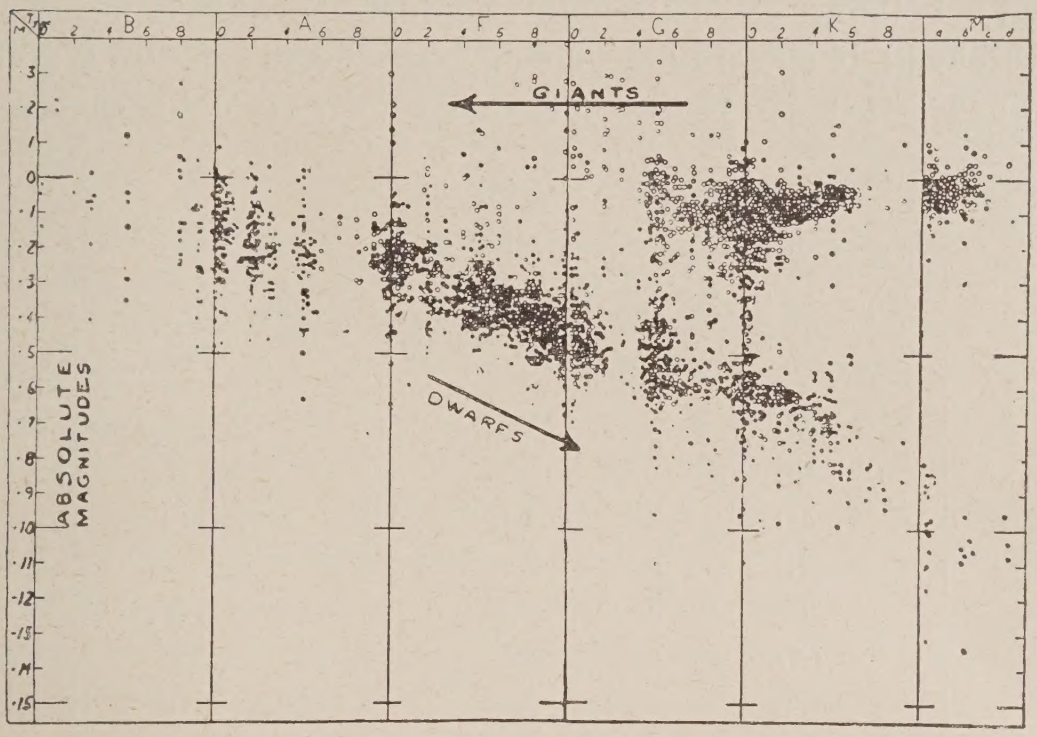


Fig. 128.

Diagramma di Curtis (risultati delle misure di 2375 stelle).

quence) perchè rappresenta i diversi stadi assunti da un astro durante la sua *evoluzione normale*.

2) Un altro gruppo di punti si addensa, sebbene in modo meno notevole del primo, intorno ad una retta lievemente inclinata sopra l'asse delle ascisse e che va dalla grandezza assoluta — 2,5 per il tipo *K*5 alla grandezza 1,3 per il tipo *A*0. Tale linea, detta « retta delle giganti » viene quindi a tagliare la « mean sequence » tra il tipo *B* e quello *A*.

3) Infine si nota un piccolo gruppo di punti poco discosto dall'origine, ciò che indica l'esistenza di stelle dei primi tipi spettrali e di bassa luminosità (stelle bianche nane).

---

[1] Cfr. in proposito la recente memoria del Redman, *A determination from binarg stars data of giant and dwarf branches of the Russell's diagram*, in « Month. Notic. », Vol. LXXXVIII (1928).

Aggiungiamo che gli studi moderni, incrementando sempre più il numero delle stelle di debole luminosità di cui si conosce la parallasse, hanno aumentato l' importanza della « mean sequence » intorno alla quale si concentrano ormai circa i cinque sesti delle stelle esaminate. Secondo le ultime ricerche [1], le sue ordinate, e cioè le grandezze assolute M delle « nane » per i vari tipi spettrali, sono date dalla seguente

TABELLA

Tipo Spettrale	Grand. assolute « Mean Sequence »	
	Parall. Dinamiche	Parall. Trigon.
*B*0	—	— 2,3
*B*8	—	— 1,5
*A*0	+ 1,5	+ 0,3
*A*3	2,0	1,5
*F*2	2,9	2,6
*G*0	4,2	4,4
*K*0	5,3	6,0
*K*5	7,2	8,0
*M*3	10,8	10,3

Ne segue che, indicando i vari tipi spettrali *B*, *A*, *F* con i numeri 1, 2, 3 ecc., la « mean sequence » ha per equazione approssimata:

$$M = -5{,}0 + 2{,}5 \text{ tipo spettrale.} \tag{227}$$

Termineremo osservando che alla « mean sequence » appartengono Sirio, Procione, la 61 Cygni, la « stella di Barnard », le stelle della cintura di Orione e, particolarmente, il *Sole* che ha tipo spettrale *G*0 e grandezza assoluta 4,85.

---

[1] I dati della tabella sono tratti dalla recente memoria del REDMAN, ora citata, in « Month. Notic. » Vol. LXXXVIII (1928).

137. Stelle giganti e nane. Immaginiamo ora, nel diagramma di Russell, di elevare una normale all' asse delle ascisse da un punto qualsiasi; p. es., per fissare le idee, dal tipo spettrale *K*0. Vediamo subito che tale normale incontra anzi tutto la « mean sequence » in un punto corrispondente alla grandezza assoluta 6,5 ed incontra quindi la « retta delle giganti » in un altro punto corrispondente alla grandezza assoluta — 1. Ciò indica che la massima parte delle stelle del tipo *K*0 può essere divisa in *due gruppi*: il primo comprendente stelle di grandezza assoluta 6,5 e l' altro stelle di grandezza assoluta — 1 e cioè — per la legge di Pogson — $2{,}512^{7{,}5} = 1000$ volte più luminose delle prime. Lo stesso diagramma mostra poi che tale separazione è anche più accentuata per il tipo seguente *M*0, mentre risulta meno sensibile per il tipo precedente *G*0 ed ancora meno per *F*0.

Questa grande divisione stellare in astri molto luminosi ed in astri debolmente luminosi, costituisce un fenomeno di estrema importanza, che HERTZSPRUNG — che lo aveva intuito fin [1] dal 1908 — ha proposto d' indicare chiamando col nome di *stelle giganti* quelle di grande splendore assoluto e col nome di *stelle nane* quelle di debole splendore assoluto. E tale nomenclatura è divenuta ormai di uso generale tra gli astronomi, giacchè corrisponde sostanzialmente ai risultati che si deducono dalle osservazioni.

Infatti immaginiamo due stelle, p. es. del tipo di *K*0, l' una di grandezza — 1 e l' altra di grandezza — 6,5; stelle che, essendo del medesimo tipo spettrale, avranno presso a poco la medesima temperatura effettiva. In conseguenza, se supponiamo che ambedue irradino come corpi neri, dobbiamo concludere che la prima [2], avendo uno splendore assoluto 1000 volte maggiore, avrà una superficie irradiante

[1] Cfr. E. HERTZSPRUNG: *Ueber die Sterne der Unterabteilungen c und ac nach der Spektr. von A. Maury*, in « Astron. Nachr. », Bd. 179, Nr. 4296.

[2] In generale indicando con I_1 e I_2 l' energia totale (bolometrica) irradiata da due astri e chiamando con M_{b1} e M_{b2} le loro grandezze bolo-

1000 volte più estesa e cioè un raggio 32 volte maggiore ed un volume 32000 volte più grande della seconda.

E le recenti misure dei diametri stellari, eseguite con l'interferometro (n. 101 e ss.), sebbene siano ancora poco numerose, tendono a confermare queste deduzioni mostrando una buona concordanza tra i risultati del calcolo e quelli dell'osservazione. Diamo in proposito la seguente tabella, dove indichiamo con $\Delta''_{calc.}$ il diametro angolare calcolato (n. 102) in secondi, con $\Delta''_{oss.}$ quello dedotto dalle osservazioni interferometriche, con D il diametro lineare (eq. 147), misurato prendendo per unità quello del Sole che è eguale, come si sa, a 1391000 km.

DIAMETRI DI ALCUNE STELLE GIGANTI

STELLE	$\Delta''_{oss.}$	$\Delta''_{calc.}$	D
1) α Bootis (Arturo)	0,″020	0,″023	27
2) α Tauri (Aldebaran) . . .	0, 020	0, 034	38
3) β Pegasi (Scheat)	0, 021	0, 025	40
4) α Orionis (Betelgeuse) . .	0, 047	0, 048	300
5) ο Ceti (Mira)	0, 056	0, 051	300
6) α Herculis (Ras Algethi) .	0, 030	0, 030	400
7) α Scorpii (Antares) . . .	0, 040	0, 042	450

---

metriche assolute, si ha dalla legge di Pogson:

$$M_{1b} - M_{2b} = -2{,}5 \log \frac{I_1}{I_2}. \tag{1}$$

Ma, se i due astri appartengono allo stesso tipo spettrale ed hanno la medesima temperatura effettiva, la differenza delle grandezze bolometriche assolute $M_{1b} - M_{2b}$ è eguale (n. 50) a quella delle grandezze visuali assolute $M_1 - M_2$ ed inoltre l'energia irradiata è proporzionale all'estensione della superficie irradiante e cioè — se gli astri hanno forma sferica — ai quadrati dei loro raggi R_1 e R_2. La (1) diviene dunque:

$$M_1 - M_2 = -2{,}5 \log \frac{R_1^2}{R_2^2} = -5 \log \frac{R_1}{R_2} \tag{2}$$

donde ricaviamo subito:

$$\frac{R_1}{R_2} = 10^{\frac{M_2 - M_1}{5}}. \tag{3}$$

La concordanza, mostrata da questa tabella, rende attendibili i valori dei diametri calcolati per alcune stelle della « mean sequence » e per alcune « bianche nane »; diametri che riportiamo nella seguente tabella [1]:

DIAMETRI CALCOLATI DI ALCUNE STELLE NANE

STELLE	*D*
Mean Sequence	
1) β Centauri	11
2) ν Scorpii	3,2
3) β Aurigae *A*	2,4
4) α Lyrae (Wega)	2,4
5) α Canis Minoris (Procione)	1,9
6) α Canis Maioris (Sirio)	1,8
7) α Aquilae (Altair)	1,4
8) α Centauri *A*	1,0
9) 70 Ophiuci *A*	1,0
10) 61 Cygni *A*	0,7
11) 60 Kruger *A*	0,34
12) St. di Barnard	0,16
Bianche Nane	
1) Satell. di Sirio	0,034
2) » 40 Eridani	0,019
3) St. di v. Maanen	0,007

Come vediamo, le stelle giganti presentano diametri parecchie decine di volte maggiori delle nane e quindi hanno volumi molte migliaia di volte più grandi. D'altra parte però, come diremo tra breve, le masse stellari variano dentro limiti abbastanza ristretti, onde la densità media delle stelle giganti risulta assai inferiore a quella delle stelle nane [2].

In proposito, prendendo per unità la densità dell'acqua distillata alla temperatura di 4 centigradi, riportiamo la densità media δ calcolata per alcune stelle di cui si conosce la massa ed il volume.

---

(1) Per altre indicazioni cfr. BRILL: *Temp. und scheinbaren halbmesser von 134 Sterne*, in « Astr. Nachr. », 5335, Bd. 223.

(2) Per maggiori notizie si consulti la memoria fondamentale di F. H. SEARES: *The masses and densities of the stars*, in « Contr. Mt. Wilson Obs. », 226 e « Astroph. Journ. », LV; cfr. anche RABE: *Bemerk. über die absolute helligkeit und masse der Zwegsterne*, in « Astr. Nachr. », 5525 Bd. 231 e 5389 Bd. 225.

Densità media di alcune stelle

Stelle:

a) *Giganti*:

1) α Scorpii (Antares)	0,0000003	4) α Tauri (Aldebaran)	0,00002
2) α Orionis (Betelgeuse)	0,0000006	5) α Bootis (Arturo)	0,00030
3) β Pegasi (Scheat)	0,0000020	6) α Aurigae (Capra)	0,00240

b) *Mean Sequence*:

1) β Centauri	0,02
2) α Lyrae (Wega)	0,11
3) β Aurigae *A*	0,13
4) ν Scorpii.	0.16
5) α Canis Minoris (Procione)	0,16
6) α Canis Maioris (Sirio).	0,42
7) α Aquilae (Altair)	0,60
8) 70 Ophiuci	0,90
9) α Centauri *A*	1,10
10) 61 Cygni *A*	1,30
11) **Sole**	1,41
12) 60 Kruger *A*	9
13) St. di Barnard	45

c) *Nane bianche*:

1) Satell. di Sirio	30000
2) » 40 Eridani	64000
3) St. di van Maanen	400000?

Riepilogando dunque, possiamo concludere che, a partire dal tipo spettrale *F*, *le stelle possono dividersi in due classi; l'una di un grande volume, di alto splendore assoluto e di debole densità e l'altra con i caratteri contrari.*

Infine, quanto alla proporzione numerica tra le due classi di stelle, avvertiamo che la questione è ancora insoluta e che noi dovremo occuparcene nelle Statistica Stellare. Ma fin d'ora possiamo dire:

1) Che *nel diagramma di Russell*, dove sono registrate *tutte* le stelle di cui si conosce la grandezza assoluta, la proporzione è evidentemente alterata a danno delle stelle nane, giacchè queste sfuggono più facilmente ai nostri mezzi d'indagine. Così, p. es., tra le stelle visibili ad occhio nudo, le nane sono assai scarse.

2) Che invece, se consideriamo *una porzione di spazio sufficientemente limitata* per essere bene accessibile ai nostri mezzi d'indagine — per es., se consideriamo soltanto le stelle esistenti dentro una sfera avente per centro il Sole e per raggio 20 parsecs — il numero delle nane supera quello delle giganti [1].

---

[1] Cfr. in proposito Sampson: *The distribution of stars of known parallax*, in « Month. Not. », LXXXVIII; Dyson: *Giant and Dwarf Stars of type KO*, id., LXXXIX.

138. Differenze spettro-colorimetriche tra le stelle giganti e le nane. Se si conosce la parallasse di una stella, è facile ricavarne la grandezza assoluta con la (225) e quindi è facile decidere se essa sia gigante o nana.

Disgraziatamente però le stelle di cui si conosce la parallasse sono ancora assai poche, onde si comprende quanto

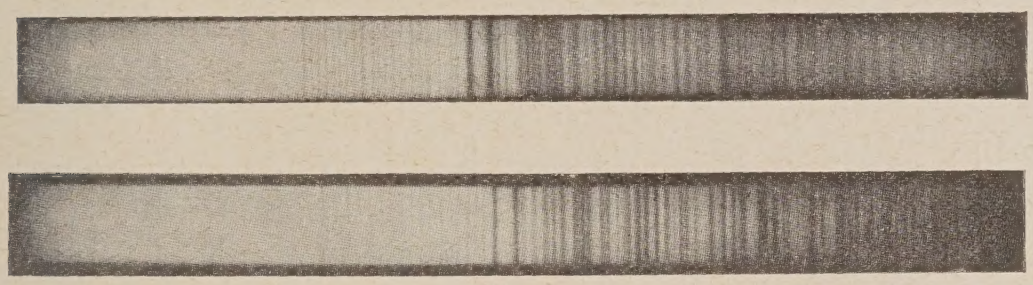


Fig. 129.
Confronto tra lo spettro di una gigante (in alto) del tipo *gK*0, con quello di una nana (in basso) del tipo *dK*0. — (Fot. Osservatorio Lick).

sia interessante per l'astronomo di ricercare dei caratteri spettrali o colorimetrici che indichino direttamente il gigantismo o il nanismo dell'astro studiato. E ciò tanto più che questa ricerca si ricollega, come è evidente, col metodo delle parallassi spettroscopiche (n. 112) che ha appunto per oggetto di determinare direttamente la grandezza assoluta delle stelle, onde ricavarne poi la parallasse.

Ciò posto, per iniziare il nostro studio, ricordiamo che lo spettro di un astro dipende principalmente dal grado di ionizzazione x degli elementi contenuti nella sua atmosfera, e che x è legata al potenziale di ionizzazione V, alla pressione P ed alla temperatura T, dalla formula (cfr. eq. 107) del Saha:

$$\log \frac{x^2}{1-x^2} P = -\frac{5050\,V}{T} + 2{,}5 \log T - 6{,}5 \,. \tag{228}$$

Ora se due stelle, una gigante S_g ed una nana S_n, hanno lo stesso tipo spettrale, è evidente che la maggioranza degli elementi si presenta egualmente ionizzata in ambedue. Chiamando quindi con P_g e T_g la pressione e la temperatura del-

l'atmosfera della gigante e con P_n e T_n quelle della nana ed indicando con $\bar{V}$ un valore medio di V, la (228) ci darà:

$$(229) \qquad -\frac{5050\bar{V}}{T_g} + 2{,}5 \log T_g - \log P_g =$$
$$= -\frac{5050\bar{V}}{T_n} + 2{,}5 \log T_n - \log P_n ;$$

donde ricaviamo:

$$(230) \qquad \log \frac{P_n}{P_g} = 2{,}5 \log \frac{T_n}{T_g} + 5050\bar{V} \left\{ \frac{1}{T_g} - \frac{1}{T_n} \right\}.$$

Ora, per quanto si è detto, la pressione P_n nell'atmosfera delle nane è certamente maggiore di quella P_g delle giganti, onde il primo membro della (230) risulterà positivo. Sarà dunque positivo anche il secondo membro ed in conseguenza avremo $T_n > T_g$.

Concludendo, dunque, vediamo che, *a parità di tipo spettrale, la temperatura effettiva delle stelle nane è maggiore di quella delle giganti* [1], *onde le prime hanno un colore più prossimo al violetto ed un " indice di colore „ minore.*

L'osservazione conferma questo risultato teorico, come mostra il seguente specchietto [2]:

INDICE DEL COLORE PER STELLE GIGANTI E NANE

TIPO SPETTRALE	GIGANTI	NANE
*F*5	0,62	0,62
*G*0	0,86	0,72
*G*5	1,15	0,83
*K*0	1,48	0,99
*K*5	1,84	1,26
*M*0	1,88	1,76.

---

[1] Cfr. in proposito il recentissimo studio di L. HUFNAGEL, *Temperatures of giants and dwarfs*, in « Harvard Coll. Observ. », Circ. 343 (1929).

[2] Per maggiori dettagli cfr. anzitutto i Vol. I, II e III delle *Tras. of the Intern. Astron. Union* (Commiss. 24, 25 e 29). Cfr. anche O. STRUVE: *Remarks on the color of* B *and* A *type stars*, in « Astr. Nachr. », n. 5447,

Giunti e questo punto, consideriamo un elemento difficilmente ionizzabile e cioè che abbia un potenziale di ionizzazione W molto maggiore di $\bar{V}$. Indicando con Z_g e Z_n il grado di ionizzazione che questo elemento raggiunge nell' atmosfera della stella gigante S_g ed in quella della stella nana S_n, avremo dalla (228):

$$\log \frac{Z_g^2}{1 - Z_g^2} = -\frac{5050\,W}{T_g} + 2{,}5 \log T_g - 6{,}5 - \log P_g, \tag{231}$$

$$\log \frac{Z_n^2}{1 - Z_n^2} = -\frac{5050\,W}{T_n} + 2{,}5 \log T_n - 6{,}5 - \log P_n, \tag{232}$$

donde, sottraendo, risulta:

$$\begin{aligned} \log \frac{Z_n^2}{1 - Z_n^2} - \log \frac{Z_g^2}{1 - Z_g^2} &= 5050\,W \left[\frac{1}{T_g} - \frac{1}{T_n}\right] + \\ &+ 2{,}5 \log \frac{T_n}{T_g} - \log \frac{P_n}{P_g}. \end{aligned} \tag{233}$$

Bd. 227; DITTRICH: *Die Rotverschiebung der Riesensterne*, id. 5158, Bd. 215; HARKANYI: *Ueber den einfluss der absoluten Grosse auf die effektive temperatur der Sterne*, id. 5202, Bd. 217; WILSING: *Ueber die bezieh. zwischen den farben, den temp. und den Durchmessern der Sterne*, ib. 5124, Bd. 214; BALANOWSKY: *Die effectiven Wellenlagen der Sterne und der abs. helligkeit*, in « Bull. Obs. Poulkowo », Vol. X, n. 1; SEARES: *The mean color index of stars*, in « Astroph. Journ. », LXI; MONK: *Intensity of the continuous spectrum of stars and its relation to absolute magnitude*, id. XLIV.

Dobbiamo aggiungere però che STORER (*A photometric study of the continuous spectra of giant and dwarf stars*, in « Lick Obs. Bull », n. 410, 1929) conclude dichiarando che « *no colour index involving only the visual spectrum can distinguish a giant from a dwarf* », mentre altri astronomi arrivano ad opposti risultati. Per recentissime misure e discussioni cfr. anche ABBOT, *Energy spectra of the stars*, in « Contr. Mt. Wilson Observ. », n. 380, oltre alla già citata memoria di HUFNAGEL in « Harv. Coll. Obser. », circ. 343.

Quest' ultima equazione, sostituendo al posto di $\log \frac{P_n}{P_g}$ il suo valore dato dalla (230), diviene:

$$\log \frac{Z_n^2}{1-Z_n^2} - \log \frac{Z_g^2}{1-Z_g^2} = 5050\, W \left[\frac{1}{T_g} - \frac{1}{T_n}\right] - \tag{234}$$

$$- 5050\, \overline{V} \left[\frac{1}{T_g} - \frac{1}{T_n}\right],$$

da cui infine ricaviamo:

$$\log \frac{Z_n^2}{1-Z_n^2} - \log \frac{Z_g^2}{1-Z_g^2} = 5050\, [W - \overline{V}] \left[\frac{1}{T_g} - \frac{1}{T_n}\right]. \tag{235}$$

E quindi, essendo $T_n > T_g$ e $W > \overline{V}$, la (235) mostra che anche Z_n sarà maggiore di Z_g. Vediamo dunque che, *a parità di tipo spettrale, gli elementi difficilmente ionizzabili sono più ionizzati nelle stelle nane che nelle stelle giganti.*

Analogamente, ripetendo il ragionamento con $U < \overline{V}$, si dimostra che, *a parità di tipo spettrale, gli elementi facilmente ionizzabili sono meno ionizzati nelle stelle nane che nelle stelle giganti.*

In tal modo, la teoria spiega una quantità di dettagli che l' osservazione ha rivelato sopra gli spettri delle stelle. Così, p. es., si comprende facilmente perchè, come già dicemmo (n. 112), nella gigante Aldebaran la riga $\lambda = 4216 Sr+$, dovuta ad un elemento con basso potenziale di ionizzazione ($V = 5{,}67$; cfr. n. 80), sia più intensa che nella nana 61 Cygni, sebbene le due stelle abbiano lo stesso tipo spettrale. E si comprende pure il profondo significato fisico che serve di base al metodo (n. 112) delle parallassi spettroscopiche, che determina appunto l' intensità luminosa assoluta per mezzo di osservazioni spettrali. Qui vogliamo solo aggiungere che, per gli astronomi dotati soltanto di modesti mezzi spettroscopici, ha grande importanza, per le stelle del tipo G, lo studio della banda del cianogeno che può essere

individuata anche con bassa dispersione e che è assai più forte nelle stelle giganti che nelle nane [1].

Ricordiamo ancora che, a causa della pressione minore, le righe spettrali si presentano, in genere, più nette e sottili nelle stelle giganti e supergiganti che nelle nane.

Per comodità degli astronomi, termineremo riportando una lista di stelle scelte [2] dall' Unione Astronomica Internazionale, onde servire di campione nella pratica. È inutile ricordare ancora che la lettera iniziale *g* indica stelle giganti (giant = gigante), la *c* (già usata nella classificazione di M. Maury, n. 134), stelle supergiganti ed infine la *d* (dwarf = nano) indica stelle nane.

Lista di Stelle Campioni per l'esame spettrale

Supergiganti		Giganti	
ε Canis Minoris	*cB*1	ϑ Scorpii	*gF*0
β Orionis	*cB*8	ε Ceti	*gF*5
η Leonis	*cA*0	τ Persei	*gG*1
α Carinae	*cF*0	η Piscium	*gG*5
α Persei	*cF*5	α Bootis	*gK*0
α Ursae Minoris	*cF*8	α Tauri	*gK*5
ζ Geminorum	*cG*0	δ Virginis	*gM*0
5 Lacertae	*cK*2	β Pegasi	*gM*3
α Scorpii	*cM*0	54 Arietis	*gM*8

Nane

α Canis Minoris	*dF*5	70 Ophiuci	*dK*0
β Virginis	*dF*8	61 Cygni	*dK*8
Sole	*dG*0	St. di Barnard	*dM*0
μ Herculis	*dG*5	21185 Lalande	*dM*3

---

(1) Cfr.: « Harvard Circ. », 291 e *Ionization in Giant and Dwarf Stars*, in « Observatory », Vol. 49. Cfr. anche C. Payne: *On ionization in the atmosphere of the hotter stars*, in « Harvard Circ. », 256; *Photometric lines intensity for normal and supergiant stars*, in « Harvard Circ. », 306.

(2) Cfr. *Trans. of the Intern. Astron. Union*, Vol. I, pag. 102. Per altri studi recenti sopra le grandezze assolute e le parallassi spettroscopiche delle stelle, oltre alle memorie citate al n. 112, cfr. anche Adams: *The absolute magnitudes of 410 stars of type M*, in « Astroph. Journ. »,

139. Le stelle " nane bianche ". - La densità stellare dedotta dalla Teoria di Relatività. Abbiamo già visto come le stelle bianche (tipi *A* e *B*) siano generalmente giganti, fatta eccezione di un piccolo gruppo che nel diagramma di Russell apparisce interamente separato sia dalla « retta delle giganti », sia dalla « mean sequence ».

Questo piccolo gruppo è formato di stelle a cui gli astronomi moderni hanno dato il nome di *nane bianche* (white dwarfs) per indicarne il colore e la debole luminosità assoluta. Ed il loro studio appare estremamente interessante sotto un triplice punto di vista, e cioè:

1) Perchè le nane bianche hanno densità estremamente elevata ed anzi assolutamente eccezionale tra gli astri;

2) Perchè le nane bianche costringono a modificare le idee, dominanti sino a pochi anni fa, sopra l'evoluzione stellare, sopra le sorgenti dell'energia stellare e, forse, sopra l'origine delle stelle « novae »;

3) Perchè, in fine, offrono una nuova prova della Teoria di Relatività. Per brevità, ci occuperemo soltanto [1] della

---

Vol. LXIV; DOUGLAS: *Spetroscopic magnitudes of A type stars*, id. id.; STROMBERG: *The absolute magnitude of giant M stars*, ib. LXV; L. v. KALMAR: *Die Grosse der Fixsterne*, in « Astron. Nachr. » Bd. 223, n. 5574; LUYTEN: *On the absolute magnitude of the class M stars*, in « Harvard Reprint », n. 49; YU: *A Spectroscopic method for determining the absolute luminos. of class A stars*, in « Lick Observ. Ball. », n. 380; SCHALEN: *Spectrophot. determ. of absolute magnitudes of B and A type stars*, in « Meddel. Observ. Upsala », n. 10; C. PAYNE: *The spectrum of supergiant stars of class F8*, in « Harvard Circul. », n. 300; DYSON: *Giant and Dwarf Stars of type K0*, in « Month. Notic. », LXXXIX.

[1] Per maggiori notizie cfr. WEBER: *Über Einsteins Effekt in den Spektren von Doppelsterne*, in « Astr. Nachr. », Bd. 220, n. 5268; ANDING: *Ueber der Wesen des Siriusbegleiters*, id. Bd. 229, n. 5477; GEHNE: *Weisse Zwerge und Neue Sterne*, ib. Bd. 233, n. 5569 e Bd. 235, n. 5619; EDDINGTON: *On the relation between the masses and luminosities of stars*, in « Month. Notic. », Vol. LXXXIV; ADAMS: *The relativity displacement of spectral lines in the companion of Sirius*, in « The Observatory », Vol. XLVIII e « Proc. Nat. Acad. of Scienc », 1925. Cfr. anche: *Handbuch der Astrophysik*, Bd. VI, zweit. teil, pag. 348 (Berlin, Springer, 1928).

più conosciuta tra le nane bianche, che è, come dicemmo, il *Satellite di Sirio* (α Canis Maioris, *B*).

Sarà inutile ricordare (n. 16) che questo satellite, predetto da BESSEL nel 1844, fu scoperto da CLARK il 31 gennaio 1862 e, da allora, attentamente osservato da astronomi che disponevano di equatoriali di circa 50 cm. di apertura e, specialmente, da STRUVE, HALL, BURNHAM, BARNARD, AITKEN ecc. Gli elementi dell'orbita furono determinati da AITKEN [1] e da HOVARD [2] i quali, con i metodi che esamineremo tra breve, hanno calcolato le masse dei due corpi trovando [3] che quella di Sirio è eguale a 2,56 $\odot$ e quella del satellite a 0,74 $\odot$.

D'altra parte, secondo le misure fotometriche dell'Osservatorio di Harvard, la grandezza visuale di Sirio è $-1,6$ e quella del satellite 8,5 mentre i tipi spettrali sono assai vicini tra loro e cioè *A*0 per Sirio ed *F*0 (o, secondo Adams, *A*7) per il satellite. In conseguenza (n. 81) le temperature effettive dei due astri possono assumersi in cifra tonda di 11000 e 7500 centigradi, onde le loro grandezze bolometriche (n. 67) sono rispettivamente $-1,9$ e 8,4. Indicando allora con Δ_0 il diametro apparente di Sirio, e con Δ quello del satellite, l'equazione (17) diviene:

$$10,3 = -2,5 \log \frac{\Delta^2\, 7500^4}{\Delta_0^{\,2}\, 11000^4} \tag{236}$$

d'onde ricaviamo come valore del rapporto dei due diametri apparenti:

$$\frac{\Delta}{\Delta_0} = 0,019$$

e quindi, poichè il diametro di Sirio è uguale a 1,8 volte

---

[1] Cfr. AITKEN: *The orbit of Sirius*, in « Lick Observ. Bull. », n. 316.

[2] Cfr. *Popular Astronomy*, Vol. 30, pag. 390 (1922).

[3] È inutile ricordare che il simbolo $\odot$ è assai usato in astronomia per rappresentare il Sole. Scrivendo quindi che la massa di un corpo è uguale a 2,56 $\odot$, si vuole indicare che essa è uguale a 2,56 volte la massa del Sole.

quello del Sole, il diametro del satellite sarà 0,034 volte il diametro solare. Ma la massa del satellite stesso è 0,74 ⊙ e quindi la sua densità media sarà $\frac{0,74}{0,034^3} = 20000$ volte maggiore di quella del Sole e cioè eguale a circa 30000 volte quella dell'acqua; risultato veramente singolare e tanto più notevole in quanto che le densità delle stelle sono, di regola, assai basse.

Ma la stessa importanza e singolarità di questo risultato consigliava gli astronomi a cercarne un controllo per altra via, e ciò è stato fatto recentemente dall'ADAMS [1] servendosi della Teoria di Relatività.

Infatti, poichè il movimento orbitale del satellite è conosciuto, è facile di calcolare in ogni istante la sua velocità radiale (n. 87) ed in conseguenza, esaminando lo spostamento delle righe spettrali, è possibile di separare (n. 90) la parte dovuta all'effetto Doppler da quella dovuta all'effetto Einstein. E precisamente ADAMS ha trovato dagli spettrogrammi del satellite di Sirio che ogni riga di lunghezza d'onda λ subisce, per l'effetto Einstein, uno spostamento $\Delta\lambda = 0,000060\,\lambda$. Ora, indicando con M_s e R_s la massa ed il raggio del Sole, si ha per il potenziale einsteiniano [2] g_{44} del Sole:

$$g_{44} = 1 - \frac{2M_s}{R_s} \tag{237}$$

mentre quello g'_{44} della Terra è prossimamente eguale ad 1 essendo la massa terrestre trascurabile.

In conseguenza, indicando con $\Delta\lambda_s$ lo spostamento subito dalle righe dello spettro solare, l'equazione (117) diviene:

$$\frac{\Delta t_s}{\Delta t} = 1 + \frac{M_s}{R_s} \tag{238}$$

---

(1) Cfr ADAMS, op. cit.

(2) Cfr. MARCOLONGO: *Relatività*, II ediz., pag. 176 e ss. (G. Principato, Messina); CARMICHAEL: *The Theory of Relativity*, pag. 105 (New York, J. Wiley).

donde ricaviamo:

$$\frac{\Delta\lambda_s}{\lambda} = \frac{M_s}{R_s}. \tag{239}$$

Analogamente, indicando con $\Delta\lambda$ lo spostamento einsteiniano delle righe spettrali di una stella qualsiasi di massa M e raggio R, avremo:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{M}{R}. \tag{240}$$

Dalla (239) e (240) si ha immediatamente:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{M}{M_s} \cdot \frac{R_s}{R} \cdot \frac{\Delta\lambda_s}{\lambda} \tag{241}$$

e cioè, avendosi nel Sole (n. 90), uno spostamento einsteiniano $\Delta\lambda_s$ eguale a $0{,}000002\,\lambda$, otteniamo:

$$\frac{R}{R_s} = \frac{M}{M_s} \cdot \frac{0{,}000002\lambda}{\Delta\lambda} \tag{242}$$

equazione che ci dà il rapporto tra il raggio di una stella ed il raggio del Sole, conoscendo il rapporto delle loro masse e lo spostamento $\Delta\lambda$ delle righe spettrali per l'effetto Einstein.

In particolare, per il satellite di Sirio si ha $\frac{M}{M_s} = 0{,}74$ e $\Delta\lambda = 0{,}000060\,\lambda$, onde la (242) diviene

$$\frac{R}{R_s} = \frac{0{,}74}{30}.$$

E cioè il raggio del satellite di Sirio sarebbe circa un quarantesimo di quello del Sole, ciò che indicherebbe una densità media circa 50000 volte superiore a quella dell'acqua, confermando così — almeno nell'ordine di grandezza — il risultato ottenuto direttamente e di cui abbiamo parlato poco fa (cfr. n. 81, nota 3).

Vedremo più tardi a quali problemi cosmogonici conducano queste stelle nane bianche, dotate di una densità tanto elevata, e come si cerchi modernamente ([1]) di collegarle con le stelle *Novae*.

140. Masse e luminosità. Esaurito lo studio delle relazioni tra le luminosità stellari ed i tipi spettrali, ci resta ancora a svolgere le altre due parti del programma propostoci al n. 135 e cioè ad esaminare le relazioni tra le masse e le luminosità da un lato e tra le masse ed i tipi spettrali dell'altro. Riassumiamo in breve i risultati delle osservazioni ([2]).

Anzitutto occorre notare che le nostre conoscenze sopra le masse degli astri sono ancora assai scarse. Come già abbiamo accennato (n. 114) e dovremo meglio vedere in

---

([1]) Cfr. GEHNE, op. cit.

In proposito — sebbene la questione riguardi forse più la fisica che l'astronomia — aggiungiamo che EDDINGTON ha proposto di spiegare l'esistenza di materia con densità così elevata, ammettendo che queste « nane bianche » siano costituite in gran parte da atomi altamente ionizzati. Infatti, poichè la massa atomica risiede nel nucleo centrale (n. 77), se l'atomo perde numerosi elettroni esterni la sua massa rimane costante, mentre il volume occupato si riduce ad una piccola frazione del volume primitivo, onde la densità media aumenta in proporzione. Cfr. R. FOWLER: *On dense Matter*, in « Month. Notic. », vol. LXXXVII e H. RUDOLPH: *Die grosstmogliche Massendichte im Innern von Weltkorpern*, in « Astron. Nachr. » Bd. 227, n. 5447.

([2]) Per maggiori notizie sopra questo argomento, su cui vertono tanti studi moderni, cfr. RUSSELL: *Notes on the masses of stars*, in « Month. Notic. », LXXXII; EDDINGTON: *On the relation between the masses and the luminosities of the stars*, id., LXXXIII e LXXXIV; JEANS: *On the masses, luminosities and surface temperature of the stars* (tre note); ib., LXXXV; SEARES: *The masses and densities of the stars*, in « Astroph. Journ. », LV; id.: *Luminosities and masses of stars*, in « Mount Wilson Contrib. », 226; VOGT: *Die Leuchtkraft-Masse Beziehung der Stern*, in « Astron. Nachr. », Bd. 233, n. 5569;: id. *Die Beziehung zwischen den Massen und den absoluten Leuchtkraften der Sterne*, id. Bd. 225, n. 5394; O. STRUVE: *Ueber des Massenverhaltnis der spektr. Doppelsterne*, id. Bd. 227, n. 5432; GERASIMOVIC: *On the masses of stars of spectr. type F to K*, id. Bd. 227, n. 5434; BRILL: *Strahlungsenergetische Parallaxen*

seguito, il calcolo è possibile nel caso di stelle binarie, sia visuali che spettroscopiche. Occorre però ricordare (n. 115)

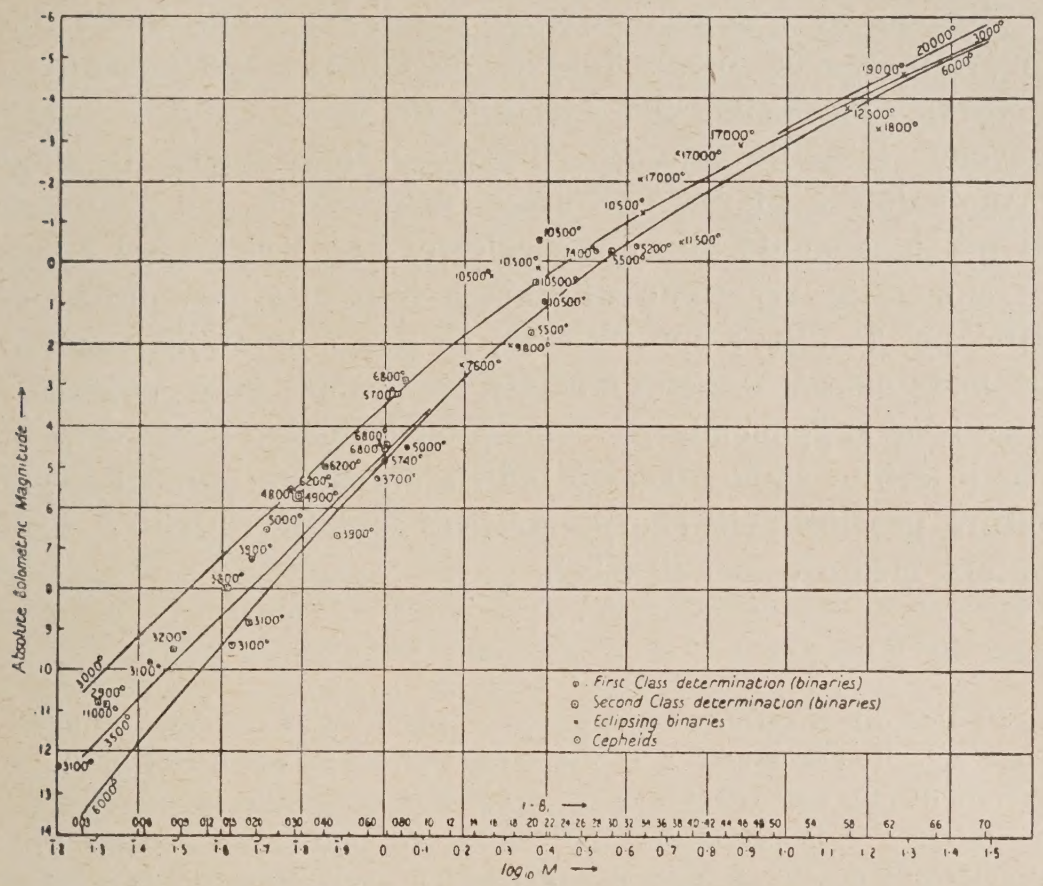


Fig. 130.

Relazione tra la grandezza assoluta e la massa degli astri secondo i risultati delle osservazioni. (MILNE, Month. Not. 1929).

che, per queste ultime, l'esame degli spettrogrammi ci fa conoscere soltanto il prodotto [1] $a \sin i$, onde l'equazione (204) ci dà il prodotto delle masse del sistema per $\sin^3 i$; da ciò

---

von 123 visuellen Doppelsterne, in « Berlin-Babelsberg », Bd. VII Heft I; SHAJN, *On some relation between the masses, luminosities and spectra among eclipsing binaries*, in « Month. Notic. », LXXXVIII; MILNE, *The masses, luminosities and effective temperatures of the stars*, id., XC (novembre 1929). Per dati recentissimi cfr. specialmente J. PITMAN: *The masses and absolute magnitudes of binary stars*, in « Astronomical Journal », n. 916 (aprile 1929).

[1] Sarà inutile ricordare che a indica il semiasse maggiore dell'orbita ellittica e i l'inclinazione del piano dell'orbita stessa col piano tangente alla sfera celeste condotto per la stella principale del sistema.

segue che noi *non possiamo conoscere la massa dei sistemi binari spettroscopici, se non conosciamo il valore di* $\sin^3 i$.

Ora un caso importantissimo in cui $\sin^3 i$ può facilmente determinarsi ha luogo *quando la binaria spettroscopica è contemporaneamente una variabile ad eclisse*; allora infatti, dovendo la stella satellite eclissare periodicamente la stella principale, il piano dell'orbita è, presso a poco, normale al piano tangente alla sfera celeste, e cioè si ha $\sin^3 i = 1$.

Ma, fatta eccezione di questo tipo di stelle, nulla può dirsi per le altre; pur tuttavia, se non è possibile calcolare la loro massa *individualmente*, possiamo però calcolarla *in media* supponendo — come probabilmente è in realtà — che le orbite siano disposte indifferentemente in tutte le giaciture possibili, ciò che permette di sostituire a $\sin^3 i$ il suo valore medio e cioè [1] 0,588.

---

[1] Per dimostrarlo, prendiamo come piano xy il piano tangente alla sfera celeste, come asse z la normale al piano stesso, e cioè il raggio vettore diretto dalla doppia spettroscopica O verso la Terra e costruiamo una sfera avente per centro O e per raggio l'unità. Se scegliamo come equatore di questa sfera la sua intersezione col piano xy, la normale al piano dell'orbita taglierà la sfera stessa in due punti opposti, uno situato sul parallelo di latitudine $90° - i$ e l'altro in posizione opposta.

Ne segue che la probabilità p affinchè i sia compreso tra u e $u + du$ è eguale al rapporto tra l'area della zona sferica limitata dai paralleli di latitudine $90° - u$ e $90° - u - du$ e l'area della semisfera. Si ha dunque, per nozioni geometriche elementari:

$$p = \sin u \, du . \tag{1}$$

Ora per noti teoremi di calcolo delle probabilità, il valore medio di $\sin^3 i$, che indicheremo con K, sarà dato dall'integrale

$$K = \int_0^{\pi/2} p \sin^3 u \, du \tag{2}$$

che per la (1) diviene:

$$K = \int_0^{\pi/2} \sin^4 u \, du . \tag{3}$$

Così si è trovato, in modo assolutamente indubbio, che *la luminosità stellare cresce insieme con la massa*; ed anzi dal complesso delle osservazioni *sembra* risultare *che il logaritmo della massa stellare* μ *sia, presso a poco, funzione lineare della grandezza assoluta* M. Per es. RUSSELL, ADAMS e JOY [1] dall'esame di 413 stelle di vari tipi spettrali — escluse le « nane bianche » — sono giunti alla seguente tabella, che dà i valori delle masse stellari μ in funzione della grandezza assoluta M:

TABELLA

M	15	12,5	10,0	7,5	5,0	2,5	0,0	—2,5
$\mu(\odot = 1)$	0,14	0,22	0,34	0,55	0,91	1,7	4,0	12
$\log \mu$ . . .	—0,86	—0,66	—0,46	—0,26	—0,04	0,24	0,60	1,08

Il DOIG [2], dall'esame di un gran numero di stelle — escluse sempre le « nane bianche » — è stato condotto alla formula empirica assai semplice

$$\log \mu = 0{,}31 \left[2^{\frac{10-M}{5}} - 2{,}05 \right] \tag{243}$$

dove i logaritmi sono, come sempre, a base decimale e dove si prende per unità di massa quella del Sole.

In modo assai più notevole, l'EDDINGTON, partendo da pure considerazioni teoriche sopra la costituzione interna

---

Ponendo allora $\sin u = t$, si ha immediatamente, eseguendo l'integrazione:

$$K = \int_0^1 \frac{t^4 dt}{\sqrt{1-t^2}} = \frac{3\pi}{16} = 0{,}588 \tag{4}$$

come abbiamo indicato nel testo. Cfr. anche AITKEN: *The binary stars*, pag. 204 (New-York, Douglas, 1918).

[1] Cfr. RUSSELL: *A comparison of spectroscopic and dynamic parallaxes*, in « Publ. Astr. Soc. of Pacific », 1923; id.: « Astronomy », vol. II, pag. 691.

[2] Cfr. DOIG: *An outline of Stellar Astronomy*, pag. 44 (London, Draughtmann, 1927).

delle stelle — considerazioni di cui dovremo occuparci tra breve — ha dimostrato che *la luminosità stellare dipende dalla massa e dalla temperatura effettiva*, e quindi anche dal tipo spettrale. Prendendo per unità di massa quella del Sole e chiamando con q il peso molecolare della sostanza — sempre poco diverso da 2, come vedremo, a causa dell'alta ionizzazione — Eddington trova (n. 163) che il rapporto $1 - \beta$ $(0 < \beta < 1)$ tra la pressione della luce e la gravità in ogni punto dell'astro è dato dall'equazione:

$$\frac{1-\beta}{\beta^4} = 0{,}00309\mu^2 q^4 \tag{244}$$

e dimostra quindi che l'energia totale, irradiata dall'astro stesso, è proporzionale a $\frac{\mu(1-\beta)^2}{\beta}$. In pratica, escludendo temperature eccessivamente alte o basse (tipi spettrali estremi) vedremo che questa teoria conduce alla formula:

$$\log \mu = -0{,}057 - 1{,}07 \log(1-\beta) - 0{,}28M. \tag{245}$$

Ed, in proposito, aggiungiamo che gli astronomi chiamano oggi col nome di « *masse teoriche* » le masse stellari calcolate col metodo di Eddington; masse che si avvicinano molto a quelle direttamente osservate, come indica la seguente

TABELLA

Grandez. assoluta (visuale)	$1-\beta$	Massa calcolata ($\odot = 1$)	Massa osservata ($\odot = 1$)
—2,5	0,472	10,1	12,0
0,0	0,257	3,7	4,0
2,5	0,113	1,7	1,7
5,0	0,045	0,92	0,91
7,5	0,016	0,53	0,55
10,0	0,0058	0,31	0,34
12,5	0,0020	0,18	0,22
15,0	0,0007	0,11	0,14

Notiamo subito che, come appare da questa tabella, *le masse stellari oscillano* generalmente *dentro limiti ristretti* e cioè, in cifre tonde, tra 0,1 ⊙ e 10 ⊙; vale a dire, essendo la massa del Sole di $1{,}94.10^{33}$ grammi, tra 2.10^{32} e 2.10^{34} grammi. Per ora la stella di maggior massa conosciuta sembra la *BD* + 6° 1309 (1), della costellazione dell'Unicorno e del tipo spettrale *O8*. Si tratta di una doppia spettroscopica, studiata dal PLASKETT, che ha trovato per le due componenti del sistema $\mu_1 \sin^3 i = 75$ e $\mu_2 \sin^3 i = 63$, donde segue che le componenti stesse hanno masse superiori a 75 ⊙ e 63 ⊙: caso veramente notevolissimo, anche tra le stelle del tipo *O*, che pure sono le più massiccie come vedemmo poco fa (2). Anche la variabile *HD*, 1337 studiata dal PEARCE (3) ed appartenente al tipo *O*, è una doppia spettroscopica le cui componenti hanno masse eguali a 36,3 ⊙ e 33,8 ⊙ e grandezze assolute — 5,94 e — 4,83; e cioè la stella satellite è circa diecimila volte e quella principale circa ventimila volte più luminosa del Sole! Nella scienza deve tacere la fantasia; ma è innegabile che la nostra mente rimane abbagliata dinanzi alle maraviglie di questi grandi Soli abbinati, rispetto ai quali l'astro del giorno apparirebbe come un debole lumicino!

Sarà poi inutile rilevare come l'esatta corrispondenza tra le masse calcolate e le masse osservate costituisca un valido argomento a favore della teoria di Eddington sopra la costituzione interna degli astri. Soltanto si deve notare che le stelle « bianche nane » si presentano qui come un caso di eccezione; p. es. il satellite di Sirio ha grandezza apparente $m = 8{,}5$ e grandezza assoluta $M = 11{,}2$ a cui corrisponderebbe una massa teorica eguale a 0,25 ⊙ e cioè

---

(1) È inutile ricordare che questo simbolo indica la stella 1309 della tabella corrispondente alla declinazione + 6° della *Bonner Durchmusterung* di Argelander (n. 119).

(2) Un caso ancora più eccezionale sarebbe la 27 Canis Maioris, che avrebbe una massa eguale a 1000 ⊙! Cfr. su ciò la recente nota di O. STRUVE: *27 Canis Maioris; the question of its mass*, in « Astroph. Journ », Vol. LXVIII.

(3) Cfr. « Publ. Dominion Astroph. Observ. Victoria », Vol. III, pag. 275.

circa tre volte minore della massa realmente osservata. Ma tale eccezione era facilmente prevedibile giacchè le « nane bianche », a cagione della loro altissima densità, sfuggono alla teoria generale sopra la costituzione delle stelle ([1]).

141. Masse e tipi spettrali. Ci resta ora ad esaminare la relazione tra la massa ed il tipo spettrale delle stelle ed, in proposito, è facile prevedere che essa sarà necessariamente assai grossolana, almeno per gli ultimi tipi spettrali. Infatti se consideriamo p. es. le stelle del tipo *K* o *M*, sappiamo che tra esse ve ne sono alcune *giganti* di altissima luminosità e quindi di grande massa, mentre altre sono *nane* e cioè di bassa luminosità e di debole massa. Perciò ci sembra che, volendo studiare una relazione non troppo vaga tra le masse ed i tipi spettrali, occorra esaminare:

1) O i primi tipi spettrali (*B*, *A* ecc.) per i quali si attenua la divergenza tra stelle giganti e stelle nane;

2) O la « mean sequence » che comprende soltanto stelle nane;

3) O le stelle della « retta delle giganti ».

([1]) Recentemente il JEANS ha enunciato una legge semplicissima secondo cui la radiazione totale, o bolometrica, di un astro è proporzionale al cubo della sua massa. Indicando quindi con I_b e μ la radiazione bolometrica e la massa di un astro qualsiasi e con I_{b_0} e μ_0 le stesse quantità per il Sole, la legge di JEANS ci dà l'equazione:

$$\frac{I_b}{I_{b_0}} = \left(\frac{\mu}{\mu_0}\right)^3. \tag{1}$$

Ed in conseguenza, chiamando con M_b e M_{b_0} le grandezze bolometriche assolute dell'astro e del Sole, la formula di POGSON diviene

$$M_b = M_{b_0} - 2{,}5 \log \frac{I_b}{I_{b_0}} = M_{b_0} - 7{,}5 \log \frac{\mu}{\mu_0}. \tag{2}$$

Prendendo come unità di massa quella μ_0 del Sole ed essendo $M_{b_0} = 4{,}85$, la (2) ci dà allora:

$$\log \mu = 0{,}65 - 0{,}13\, M_b \tag{3}$$

formula semplice e sufficientemente esatta che lega la massa di un astro con la sua grandezza bolometrica assoluta. Cfr. JEANS, *Astronomy and Cosmogony*, pag. 126 (Cambridge, University Press, 1928).

Per quanto riguarda la prima categoria, il RUSSELL [1], dall'esame del terzo catalogo di Lick [2], è giunto alla seguente tabella dove μ_1 e μ_2 indicano le masse medie delle due componenti (stella principale e stella satellite) di vari sistemi binari spettroscopici e dove si è posto $\sin^3 i = 0{,}588$:

TIPI SPETTRALI	μ_1	μ_2
*G*5 — *F*5	2,0	1,9
*F*3 — *A*5	2,4	1,9
*A*3 — *B*8	3,9	3,4
*B*5 — *B*3	8,3	6,0
*B*2 — *B*0	20,7	16,0.

Ora questa tabella, sebbene fondata sopra l'esame di un ristretto numero di casi, mostra chiaramante un fatto di alta importanza nell'astrofisica e cioè che *nell'evoluzione stellare soltanto le stelle di grande massa possono raggiungere i tipi A e B.* Ed a più forte ragione ciò deve dirsi per il tipo *O*, che è infatti raggiunto soltanto da stelle di massa eccezionalmente elevata: in proposito, abbiamo visto poco fa l'esempio della *BD* + 6° 1309 e qui aggiungiamo che il PITMAN [3] trova in media per le variabili ad eclissi del tipo *O-B*0 delle masse 35 volte superiori a quella del Sole.

Passando ora alle altre due categorie (stelle giganti e nane) ricordiamo gli studi del SEARES [4] il quale si è ser-

---

[1] Cfr. RUSSELL: *Astronomy*, Vol. II, p. 705.

[2] Cfr. *Third Catalogue of Spectroscopic Binary Stars*, in « Lick Observ. Bull », n. 355.

[3] Cfr. J. PITMAN: *The masses and absolute magnitudes of binary stars*, in « Astronomical Journ. », n. 918 (aprile 1929). Consigliamo vivamente a coloro che desiderano approfondire l'argomento, la lettura di questo recente lavoro del Pitman, ove si trovano ben discussi parecchi risultati sopra le masse delle stelle binarie visuali, delle binarie ad eclisse e delle binarie spettroscopiche. Aggiungiamo che, secondo alcune ricerche del CAMPBELL e MOORE (« Publ. Lick Obs. », XIII) e del VAN MAANEN (« Contr. Mount Wilson Observ. », 356) la massa media delle *nebulose planetarie* — collegate, come vedemmo, alle stelle Novae — sembra 16,7 ⊙ e la loro grandezza assoluta media $M = 8{,}1$.

[4] Cfr. SEARES, op. cit. « Astroph. Journ » Vol. LV.

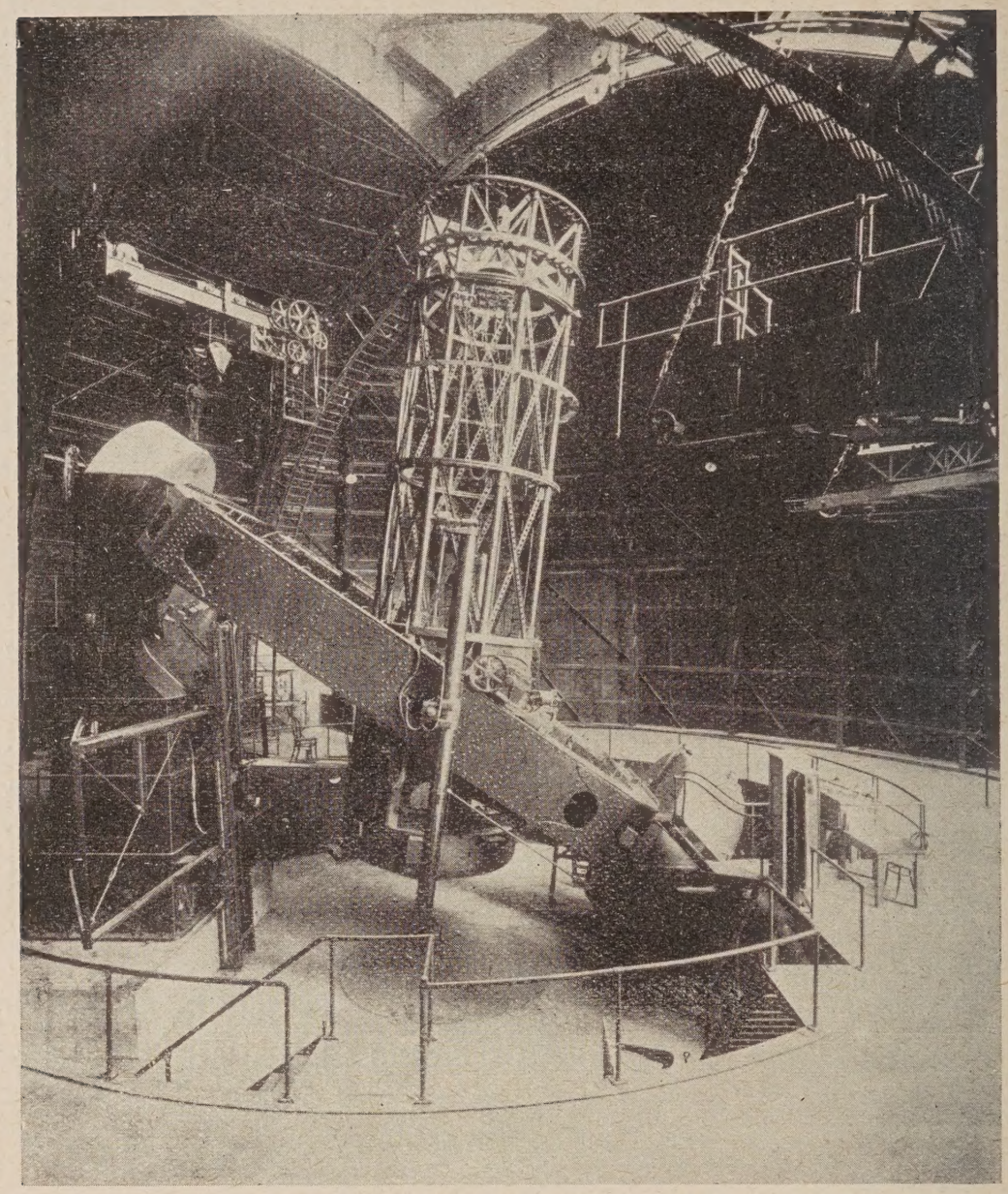


Fig. 131.
Il riflettore di cento pollici dell' Osservatorio di Mt. Wilson a cui si debbono le maggiori ricerche spettroscopiche moderne.

vito non solo delle osservazioni delle stelle binarie. ma anche del concetto statistico dell' *equipartizione dell' energia* [1].

Nelle sue ricerche egli trova che le stelle della « retta

---

[1] Le moderne ricerche sopra l' equipartizione dell' energia cinetica delle stelle verranno esaminate nel Vol. III di questo Trattato. Per ora diciamo soltanto che, in media, le stelle di grande massa sono an-

delle giganti » hanno massa poco differente per i vari tipi spettrali ed eguale, in media, a circa 4 ⊙; ciò che del resto era facile a prevedere, giacchè queste stelle — come già dicemmo — hanno, presso a poco, identica grandezza assoluta [1].

Per le stelle della « mean sequence », il SEARES dà invece la seguente

TABELLA

TIPO SPETTR.	μ OSSERV.	μ CALCOL.	TIPO SPETTR.	μ OSSERV.	μ CALCOL.
*B*0	10	18	*G*0	1,0	1,0
*B*5	8,3	10,5	*G*5	0,76	0,76
*A*0	6,0	6,6	*K*0	0,68	0,62
*A*5	4,0	4,1	*K*5	0,62	0,48
*F*0	2,5	2,5	*M*0	0,59	0,26
*F*5	1,5	1,5			

Queste cifre ci danno occasione di fare un' osservazione importante.

Consideriamo p. es. il tipo *M*, nel caso delle stelle giganti. Esso contiene — come meglio diremo tra breve — stelle giovani che iniziano il loro ciclo di evoluzione: stelle

---

che le meno veloci e che anzi la forza viva $T = \frac{1}{2}\mu W^2$ è poco variabile da stella a stella.

In particolare il SEARES, prendendo come unità di massa quella del Sole e misurando in km/sec. la velocità totale W — facile a calcolarsi (n. 117) quando si conosca la velocità radiale V, la parallasse ed il moto proprio — trova che il logaritmo decimale del prodotto μW^2 è, in media, eguale a 3,57.

Più precisamente il SEARES mostra che, quando le masse variano da 1 a 10, le oscillazioni subite dall' energia cinetica T non superano il 9 % e possono anzi ridursi al 3 %. E ciò rende questo metodo degno di molta attenzione per la ricerca della masse stellari. (Cfr. SEARES, op. cit).

[1] In particolare per le stelle giganti di tipo *M* cfr. STROMBERG: *The absolute magnitude of giant M stars*, in « Astroph. Journ. », LXV e ADAMAS, JOY and HUMASON: *The absolute magnitude and parallaxes of 410 stars of type M*, id., Vol. LXIV; cfr. anche « Contr. Mt. Wilson Obs. », nn. 319 e 327.

di cui alcune hanno gran massa e sono destinate ad arrivare ai tipi *A* o *B* ed altre hanno massa più piccola che permetterà loro di giungere soltanto fino al tipo *F* o al tipo *G*.

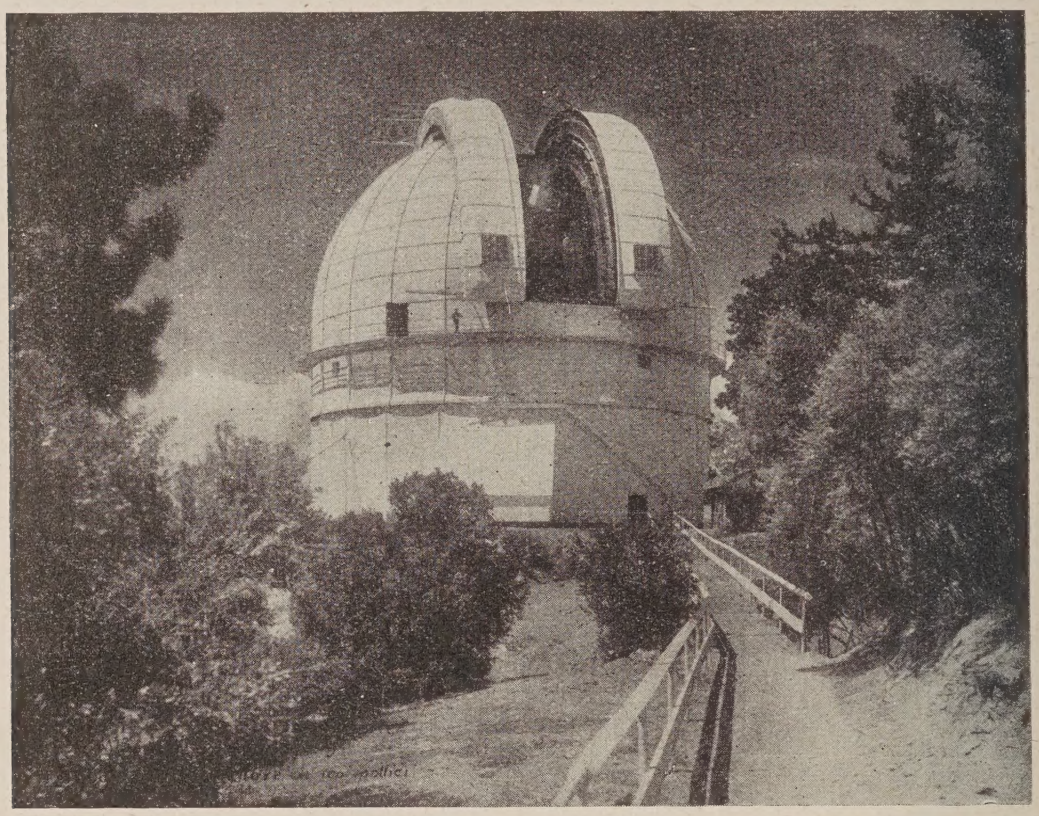


Fig. 132.
Cupola del riflettore di cento pollici di Mt. Wilson.

Consideriamo invece lo stesso tipo spettrale *M* nel caso della « mean sequence ». Esso contiene stelle invecchiate alcune reduci dai tipi *B* o *A* ed altre reduci soltanto dal tipo *F* o dal tipo *G*; ma in media — almeno ammettendo l' ipotesi che l' Universo Sidereo abbia raggiunto uno stato di regime — la miscela sarà di composizione identica, sia per il tipo *M* delle giganti, come per il tipo *M* della « mean sequence ». Ci attenderemmo dunque di trovare masse presso a poco identiche.

Invece ci appare un fatto stranissimo; e cioè mentre nel primo caso la massa media degli astri è circa quadrupla di quella del Sole, nel secondo è appena la metà di quella del Sole stesso. Sebbene non si sappia se il nostro Universo

sia, o no, in uno stato di regime e sebbene il materiale di osservazione sia ancora troppo scarso, sembra di poter concludere che *le stelle, invecchiando, diminuiscono di massa, forse perchè questa si trasforma in energia.*

Sarebbe certamente di estrema importanza il poter confermare questo fatto con altre osservazioni ed il VOGT [1] ha, in proposito, rivolto la sua attenzione alle stelle doppie; ma, fino ad ora, senza frutto.

Riassumendo vediamo come molto si sia lavorato in questi campi, ma come moltissimo vi sia ancora da studiare e come tante e tante questioni, d'importanza fondamentale, appaiano appena esaminate. Vi è qui un terreno sconfinato, ancora vergine e ricco d'immense promesse ed è nostro vivo desiderio che in esso l'Astronomia Italiana possa largamente affermarsi. E perciò crediamo assai utile che vengano messe in valore [2] le nostre Specole — e, possibilmente, vengano *specializzate* — liberandoci dagli ultimi residui di quella vecchia mentalità per cui alcuni amavano quasi di *monopolizzare* nel loro Osservatorio tutta l'Astronomia! Come se molte nazioni non avessero Osservatori non solo *potenti* ma anche *numerosi* — per ricordare un recente esempio, Berlino che aveva già la magnifica specola di Potsdam, ne ha costruita una seconda, ancora più moderna, a Babelsberg, poco distante dall'altra — e come se un solo strumento ed un solo uomo potessero abbracciare e conoscere l'infinita Scienza dei Cieli!

---

(1) Cfr. VOGT., op. cit.

(2) Ci sia lecito ricordare in proposito che il P. HAGEN, Direttore della Specola Vaticana, venuto a Roma dall'America, poco fa scriveva testualmente che « *sotto il bel cielo di Roma, potè assicurarsi dell'alto grado di evidenza che qui raggiungono i colori propri delle stelle. Da Osservatori posti entro estesi continenti, egli non li aveva mai rimirati così chiari e vividi* ».

Riconoscimento veramente prezioso nella bocca di un dotto astronomo straniero e che rende sempre più desiderabile la sistemazione dell'Osservatorio di Roma! (Cfr. « Pubbl. Specola Vaticana », Vol. III, Introduzione).

CAPITOLO TERZO

L' atmosfera delle stelle.

§ 1. - NOZIONI PRELIMINARI.

142. Il problema fondamentale dell' atmosfera stellare. L' atmosfera degli astri costituisce la parte meglio conosciuta del globo stellare ed anzi è la sola parte che sia possibile di sottoporre alle nostre osservazioni [1].

Come già vedemmo nel Vol. I, le righe oscure, che si notano negli spettri delle stelle, sono prodotte dall' assorbimento operato dall' atmosfera dell' astro sopra la luce emessa dalla *fotosfera* (n. 89) sottostante. Ora sappiamo che il comportamento delle righe spettrali di una miscela gassosa dipende dalla temperatura, dalla pressione e dalla composizione chimica della miscela. Si presenta dunque agli astronomi il seguente problema fondamentale:

" *Conoscendo lo spettro di un astro, dedurne la temperatura media, la pressione media e la composizione chimica, qualitativa e quantitativa, della sua atmosfera* ".

Tale problema è stato così enunciato, in tutta la estensione, nel recente Congresso Astronomico Internazionale di Leida [2]. E per la sua soluzione giova prendere in consi-

---

[1] Citeremo man mano i più importanti lavori moderni sopra i singoli oggetti che verranno esaminati in questo capitolo. Intanto, come opera riassuntiva, ricordiamo la bella monografia di CECILIA PAYNE: *Stellar Atmospheres*, in « Harvard Observ. », Monographs, N. 1 (1925). ed il recentissimo studio di H. N. RUSSELL: *On the composition of the Sun's atmosphere*, in « Astroph. Jornal », Vol. LXX (1928).

[2] Cfr. *Trans. of the Intern. Astron. Union*, Vol. III (Comm. 29).

derazione alcuni elementi forniti dall' esame degli spettrogrammi stellari e cioè l' *intensità* e la *larghezza* delle righe spettrali.

Vedremo quali conseguenze possano dedursene. Ma intanto osserviamo che la scienza moderna vuole andare anche più oltre.

Infatti, come risulta da osservazioni eseguite sul Sole specialmente durante le eclissi totali, le righe spettrali si formano a differenti altezze, o livelli, sopra la fotosfera dell' astro. In particolare, secondo il MITCHELL [1] si ha la seguente suddivisione per le righe cromosferiche:

1) *Righe di basso livello.* — Nella regione violetta, bene accessibile alla fotografia, notiamo:

$\lambda = 4018{,}1$ *Mn*	$\lambda = 4161{,}7$ *Ti*	$\lambda = 4312{,}9$ *Ti* +
$\lambda = 4021{,}9$ *Fe*	$\lambda = 4181{,}8$ *Fe*	$\lambda = 4415{,}1$ *Fe*
$\lambda = 4028{,}3$ *Ti* +	$\lambda = 4202{,}0$ *Fe*	$\lambda = 4454{,}8$ *Ca*
$\lambda = 4030{,}8$ *Mn*	$\lambda = 4254{,}3$ *Cr*	$\lambda = 4461{,}7$ *Fe*
$\lambda = 4057{,}7$ *Mg*	$\lambda = 4282{,}4$ *Fe*	$\lambda = 4522{,}8$ *Fe*

2) *Righe di medio livello.* — Notiamo:

$\lambda = 4005{,}2$ *Fe*	$\lambda = 4233{,}3$ *Fe* +	$\lambda = 4395{,}0$ *Ti* +
$\lambda = 4012{,}5$ *Ti* +	$\lambda = 4294{,}1$ *Ti* +	$\lambda = 4404{,}8$ *Fe*
$\lambda = 4063{,}6$ *Fe*	$\lambda = 4383{,}5$ *Fe*	$\lambda = 4501{,}5$ *Ti* +

3) *Righe di alto livello.* — Oltre alle due righe idrogeniche H_γ e H_δ, notiamo:

$\lambda = 4077{,}7$ *Sr* +	$\lambda = 4215{,}5$ *Sr* +	$\lambda = 4226{,}7$ *Ca*

Servendosi di queste righe, C. RUFUS [2] ha proposto di studiare le velocità radiali della cromosfera stellare a di-

---

[1] Cfr. MITCHELL, *Wave lengths of the chromosphere* in « Astroph. Journ. » XXXVIII. Notiamo che le lunghezze d' onda riportate sono state lievemente modificate, secondo le ultime tabelle del KAISER.

[2] Cfr. « Popular Astronomy » XXXII (1924).

verse altezze — cosa molto interessante specialmente per le *stelle pulsanti* (Cefeidi) — ma, fin ad ora, solo pochissimi astri sono stati esaminati come ad es. δ Cephei [1], ζ Geminorum [2], η Aquilae [3], W Sagittarii [4], S Sagittarii [5], T Monocerotis [6] ecc.

In generale possiamo dire che, nelle righe più larghe, *le parti centrali provengono dalle regioni più alte dello strato invertente*, e *i bordi dalle parti più basse situate presso la fotosfera dell'astro.*

143. Intensità delle righe spettrali. Numero degli atomi che producono una data riga. È noto che il ROWLAND nelle sue " *Tables of Solar Spectrum* „ [7] ha indicato le intensità delle righe dello spettro del Sole per mezzo di numeri empirici. E precisamente egli pose eguale a 1000 l' intensità della [*K*] di Fraunhofer — la riga più intensa dello spettro solare — a 700 quella della [*H*] e chiamò con 1 l' intensità delle righe che raggiungono appena il limite di chiara visibilità *(just clearly visible)* come ad es.:

$$\lambda = 4439{,}9\,Fe,\ \lambda = 5618\,Fe,\ \lambda = 6082{,}7\,Fe \text{ ecc.}$$

Le righe al di sotto di questo limite furono indicate dal ROWLAND con i simboli 0,00,000,0000 che modernamente sono stati sostituiti dai numeri 0, — 1, — 2, — 3. Così p. es.

---

(1) Cfr. « Lick Observ. Bull. » n. 379.

(2) Cfr. « Popular Astronomy » XXXIV; « Bull. Observ. Poulkovo » Vol. XI, 6 (1929) e « Publ. Dom. Observatory Ottawa » Vol. IX.

(3) Cfr. « Popular Astronomy » XXXII.

(4) Cfr. « Publ. Astr. Soc. Pacific » XXXVII e « Popular Astronomy » XXXII.

(5) Cfr. « Popular Astronomy » XXXII.

(6) Cfr. « Astroph. Journ. » Vol. XLVI.

(7) Cfr. « Astroph. Journ. », 1895, 1896 e 1897. Aggiungiamo che il ST. JOHN, a Monte Wilson, ha ultimato una revisione di queste tavole prendendo per base le lunghezze d' onda delle righe « standards » del ferro, secondo le proposte del Congresso Internazionale Astronomico di Roma del 1922. Cfr. *Trans. of the Intern. Astron. Union*, Vol. I.

per le righe di Fraunhofer nel Sole si ha, chiamando con R l' intensità data dal ROWLAND:

Riga	λ	R	Riga	λ	R
H_α	6562,8	40	[G]	4307,9 4307,7	6 3
$[D_1]$	5895,9	20	H_δ	4101,7	40
$[D_2]$	5890,0	30	H_ε	3970,1	5
H_β	4861,3	30	[H]	3968,5	700
H_γ	4340,5	20	[K]	3933,7	1000

Analogamente, dopo ottenuto lo spettrogramma di una stella qualsiasi, possiamo stimarne l' intensità R' delle varie righe, nella scala del Rowland, paragonandole con lo spettro solare fotografato con lo stesso spettrografo. Tale esame raggiunge la massima precisione quando si eseguisce col microfotometro; ma, in mancanza, può farsi anche visualmente con sufficiente esattezza.

Ciò posto, chiameremo col nome di *atomi attivi*, per una riga solare qualsiasi, *gli atomi* dell' atmosfera del Sole *che prendono parte alla produzione* di questa riga ed indicheremo con n il numero di tali atomi contenuti in un cilindro elevato verticalmente sopra un centimetro quadrato della fotosfera del Sole stesso e prolungato fino ai limiti della sua atmosfera. In altre parole: *indicheremo con n il numero di atomi attivi che insistono sopra un cm² di fotosfera solare*, numero che sarà evidentemente tanto maggiore quanto maggiore è l' intensità R della riga prodotta.

Ora il RUSSELL e l' ADAMS hanno dimostrato sperimentalmente [1] che, chiamando con n_0 il numero degli atomi attivi necessario a produrre una riga d' intensità 0 nella

---

[1] Cfr. *A calibration of Rowland's scale of intensities for solar lines*, in « Contr. Mt. Wilson » n. 358, e « Astroph. Journ. », Vol. LXVIII, 1928.

Gli astronomi pratici troveranno a pag. 93 delle *Trans. of the Intern. Astron. Union*, Vol. III, una recente ed esatta tabella delle intensità di molte righe dello spettro solare.

scala del ROWLAND, si può porre:

$$\log \frac{n}{n_0} = B \log A \tag{246}$$

dove $\log A$ varia quasi linearmente con R secondo la seguente tabella data dallo stesso RUSSELL:

R	log A	R	log A	R	log A
— 2	— 1,80	6	2,68	15	3,54
— 2	— 1,15	8	3,00	18	3,66
0	0,00	10	3,21	20	3,72
2	1,03	12	3,37	30	3,98
4	2,00	14	3,49	40	4,17

Quanto a B, esso è un fattore poco diverso da 1, destinato a correggere errori di valutazione provenienti dai diversi colori delle regioni spettrali in cui compaiono le righe: in media si ha $B = 1{,}15$ per $\lambda = 4000$, $B = 1{,}00$ per $\lambda = 5000$, $B = 0{,}89$ per $\lambda = 6000$, ecc. [1].

Analogamente, se indichiamo con R' l'intensità di una riga nello spettro di una stella e con n' il numero di atomi che la produce, si ha:

$$\log \frac{n'}{n_0} = B \log A' \tag{247}$$

donde, confrontando con la (246) otteniamo:

$$\log \frac{n'}{n} = B (\log A' - \log A) \tag{248}$$

la quale ci dà il rapporto tra il numero degli atomi che insistono sopra un cm² di superficie fotosferica nel Sole e nell' astro considerato e che sono impiegati a produrre *la stessa riga spettrale.*

144. Formule di Fowler e di Adams. — Abbondanza relativa degli elementi. Giunti a questo punto, occorre osser-

---

[1] Ne segue, p. es., che H_α dell' idrogeno è prodotta nel Sole da un numero di atomi un milione di volte maggiore del numero di atomi che producono le righe debolissime d' intensità $R = -3$.

vare che, in un gas, il numero degli atomi che prende parte alla formazione di una data riga spettrale è generalmente assai piccolo rispetto al numero totale degli atomi esistenti nel gas stesso. Infatti, come vedemmo (n. 99), una riga spettrale è prodotta soltanto da quegli atomi che si trovano in quel particolare stato di eccitazione che li rende atti ad emettere od assorbire la riga stessa. Occorre quindi studiare come si ripartiscono, ad una data temperatura T, gli atomi di un gas nei diversi stati di eccitazione che essi sono suscettibili di assumere.

In proposito, furono fatte ricerche assai interessanti dal FOWLER e dal MILNE [1], i quali hanno completato la teoria del Saha ed hanno dimostrato che, per gli atomi neutri, la *funzione di ripartizione* $b(T)$ può scriversi sotto la forma di una serie, nella quale ciascun termine è proporzionale al numero degli atomi che si trovano nello stato di eccitazione determinato dal potenziale U_i. Questa serie ha la forma seguente:

$$b(T) = q_0 + q_1 e^{-\frac{V-U_1}{kT}} + q_2 e^{-\frac{V-U_2}{kT}} + \dots \tag{249}$$

dove $e = 2{,}71828$ è la base dei logaritmi naturali, V è il potenziale di ionizzazione, U_1, U_2 ecc. sono i *potenziali di eccitazione* delle varie righe spettrali (n. 80) e dove si ha $k = 8{,}6.10^{-5}$, misurando sempre le temperature in centigradi ed i potenziali in volts. Inoltre per i gas monovalenti (eccettuato l'idrogeno) si ha $q_0 = q_1 = q_2 = \dots = 1$, mentre per i gas bivalenti e per l'elio si ha $q_0 = 1$, $q_1 = q_2 = q_3 = \dots = 2$.

Ne segue che, su n atomi neutri, il numero n_r di quelli che sono nello stato di eccitazione r sarà dato dalla formula:

$$n_r = \frac{n q_r}{b(T)} e^{-\frac{V-U_r}{kT}} . \tag{250}$$

---

[1] Cfr. « Month. Notices ». Vol. LXXXIII, LXXXIV, LXXXV e LXXXIX; « Philosoph. Magazine », Vol. XXXXIV e XXXXV. Cfr. anche C. PAYNE: *Observations bearing on Milne's generalization of the Saha theory*, in « Harv. Coll. Observ. », Bull. n. 867 (1929).

E saranno appunto questi n_r atomi che, per l'equazione (101), avranno la capacità di emettere od assorbire quella riga la cui lunghezza d'onda λ_r (in unità Angstrom) è data dalla formula (101):

$$\lambda_r = \frac{12345}{U_r}. \tag{251}$$

Tutto ciò per gli atomi neutri.

Ma, se x è il grado di ionizzazione del gas e se N è il numero totale dei suoi atomi, soltanto $N(1-x)$ sono allo stato neutro. Ne segue che il rapporto $\frac{n_r}{N}$ tra il numero totale degli atomi presenti ed il numero degli atomi che prendono parte alla produzione della riga d'arco di lunghezza d'onda λ_r è dato da:

$$\frac{n_r}{N} = \frac{n_r}{n} \cdot \frac{n}{N} = \frac{n_r}{n}(1-x) = \frac{q_r(1-x)}{b(T)} e^{-\frac{V-U_r}{Tk}}. \tag{252}$$

Sostituendo al posto di x il suo valore ricavato dalla formula [1] del Saha (n. 80) si ottiene per $\frac{n_r}{N}$ un'espressione $F(P, T)$ che dipende dalla temperatura T e dalla pressione P dell'atmosfera stellare. Data la temperatura, il numero di atomi impegnato nel produrre la riga λ_r sarà massimo per quel valore di P che rende massima la $F(P,T)$; e questo valore si ottiene, secondo le note regole dell'analisi matematica, differenziando la F rapporto a P ed eguagliando la derivata a zero. Tali calcoli sono stati eseguiti dal MILNE e dal FOWLER ed i risultati — utilissimi per determinare P — furono riportati al n. 99. In appresso, chiameremo il rapporto $\frac{n_r}{N}$ col nome di « *concentrazione atomica* » (*fractional concentration*, del Fowler e Milne) relativa alla riga λ_r.

---

[1] Cfr. RUSSELL, *The theory of ionization*, in « Astroph. Journ. » Vol. LV.

Tutte queste formule sono di alta importanza nell'astrofisica moderna e si trovano spesso adoperate in molte ricerche sopra l'atmosfera delle stelle. Dobbiamo aggiungere però che recentemente (1928) ADAMS e RUSSELL nella loro memoria « *Preliminary results of a new method for the analysis of stellar spectra* » [1] sono giunti ad una formula assai più semplice — e quindi più utile nella pratica — ammettendo l'ipotesi che gli atomi posti a differenti livelli nell'atmosfera stellare abbiano eguale efficienza nella produzione delle righe spettrali; ipotesi non rigorosa, ma praticamente attendibile con buona approssimazione.

Più precisamente, indichiamo con N' il numero totale degli atomi di un dato elemento (p. es. idrogeno) che insistono sopra un cm^2 della fotosfera di una stella qualsiasi e con n'_r il numero di essi che è impegnato a produrre una data riga d'arco di lunghezza d'onda λ_r e potenziale di eccitazione U_r. Indichiamo pure con N e con n_r le stesse quantità relative al Sole e sia T_a' la temperatura media dell'atmosfera della stella che si considera e T_a la temperatura media dell'atmosfera solare [2]. Si ha allora, secondo la dimostrazione data da ADAMS e RUSSELL nella citata memoria:

$$\log \frac{n'_r}{n_r} = \log \frac{N'}{N} + 5050 U_r \left[\frac{1}{T_a} - \frac{1}{T'_a} \right] \tag{253}$$

essendo sempre i logaritmi a base decimale.

Questa formula è applicabile soltanto alle righe d'arco [3], ma la sua utilità è grandissima.

---

[1] Cfr. « Astroph. Journal », Vol. LXVIII e « Contr. Mt. Wilson Observatory », n. 359.

[2] Secondo EDDINGTON, la temperatura media T_a dell'atmosfera solare può essere presa eguale a circa $0{,}88T$, dove T è la temperatura effettiva del Sole; ne risulta $T_a = 5400$ centigradi. Cfr. EDDINGTON: *The internal constitution of the Stars*, p. 358.

[3] Nella citata memoria del RUSSELL ed ADAMS i lettori potranno trovare altre formule più complicate, valide per le righe degli elementi ionizzati.

Infatti, con osservazioni visuali o microfotometriche, noi possiamo misurare nella scala del ROWLAND l'intensità R' delle righe d'arco λ_r di un dato elemento (p. es. idrogeno, elio ecc.) che appaiono nello spettrogramma di un astro e possiamo quindi ricavarne il $\log \frac{n'_r}{n_r}$ servendoci della (248).

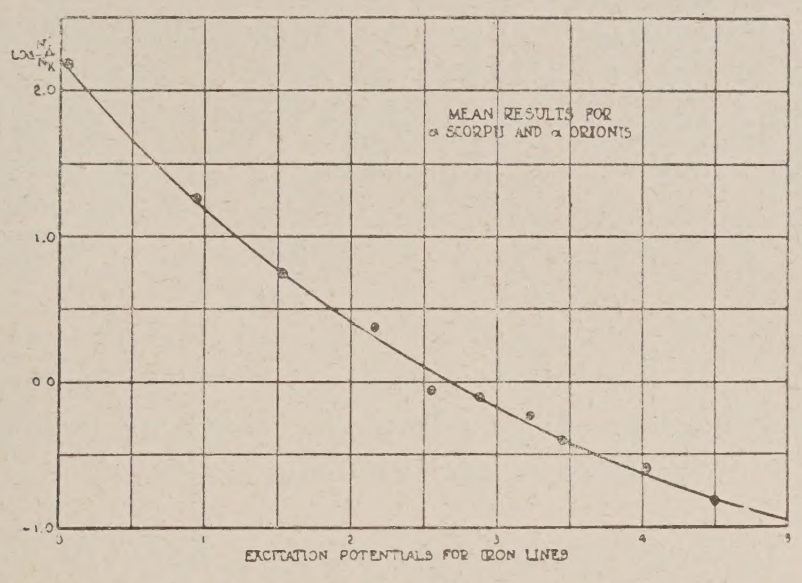


Fig. 133.
Diagramma corrispondente alle righe del ferro per l'atmosfera di Antares e Betelgeuse.
(RUSSELL, *Prelim. Result.*).

Ciò fatto, costruiamo un diagramma, prendendo per ordinate i valori di $\log \frac{n'_r}{n_r}$ e per ascisse i corrispondenti valori dei potenziali di eccitazione U_r.

Poichè, secondo la (253), tra $\log \frac{n'_r}{n_r}$ e U_r passa una relazione lineare, *i vari punti del diagramma, corrispondenti alle singole righe con cui uno stesso elemento* (p. es. l'idrogeno) *comparisce nello spettro di una stella, si disporranno in linea retta.*

E questa retta, come risulta dalla (253), intersecherà l'asse delle y in un punto di ordinata eguale a $\log \frac{N'}{N}$, punto che ci darà il rapporto tra il numero totale N' degli atomi dell'elemento considerato che insistono sopra un cm^2 della

fotosfera stellare ed il numero totale N degli atomi dello stesso elemento che insistono sopra un cm^2 della fotosfera del Sole. Tale rapporto è fondamentale nell'analisi chimica quantitativa dell'atmosfera degli astri e noi lo chiameremo col nome di « *abbondanza relativa* » dell'elemento (p. es. dell'idrogeno) nella stella che si studia.

Ma possiamo fare ancora un'altra osservazione. E cioè, se indichiamo con α l'angolo che la retta così disegnata nel diagramma forma con l'asse delle ascisse, si ha dalla (253) in virtù di una nota formula di Geometria Analitica [1]:

$$\frac{1}{T'_a} = \frac{1}{T_a} - \frac{tg\alpha}{5050}. \tag{254}$$

Deducendo l'angolo α dal disegno e conoscendo la temperatura dell'atmosfera solare T_a, possiamo quindi calcolare la temperatura T'_a dell'atmosfera dell'astro.

145. Larghezza delle righe di Fraunhofer. - Teoria di Unsold e Stewart. Le formule che precedono ci danno l'abbondanza degli elementi che costituiscono l'atmosfera delle stelle, in confronto con l'atmosfera del Sole. Potremo dunque ritenere come risoluto il problema di determinare la composizione chimica quantitativa dell'atmosfera di un astro quando si riesca a conoscere la composizione chimica quantitativa dell'atmosfera solare; cosa questa certamente più facile,

---

[1] Infatti, data l'equazione di una retta

$$y = m + nx \tag{1}$$

si ha dalla Geometria Analitica, indicando con α l'angolo che essa forma con l'asse delle ascisse:

$$\text{tg}\,\alpha = n. \tag{2}$$

Nel nostro caso, si ha dunque dalla (253)

$$\text{tg}\,\alpha = 5050\left[\frac{1}{T_a} - \frac{1}{T'_a}\right] \tag{3}$$

da cui si ricava immediatamente la (254) del testo.

giacchè lo spettro del Sole si presta ad essere studiato con particolare esattezza.

A questo scopo, STEWART [1], FAIRLEY [2] ecc. hanno preso recentemente in esame la larghezza delle righe di Fraunhofer, sia con considerazioni teoriche che con esperienze di laboratorio. In particolare STEWART suppone debole la pressione dell'atmosfera solare — come è certamente nella realtà — e tiene conto sia dell'effetto Doppler prodotto dall'agitazione termica delle molecole (n. 87), sia della diffusione (*scattering*) che un gas fa subire alla luce che lo attraversa, quando la lunghezza d'onda è molto prossima a quella delle righe spettrali del gas. E con tali considerazioni giunge al risultato seguente.

Immaginiamo di misurare la larghezza *osservabile* [3] Δ di una riga spettrale prodotta da un elemento E, p. es. sodio, elio ecc., e sia s l'intensità luminosa nei margini della riga ed S quella del fondo continuo dello spettro su cui la riga stessa si proietta. Poniamo:

$$\frac{s}{S} = \frac{1}{1+k} \tag{255}$$

dove k si chiama *fattore di contrasto* e, in pratica, si può ottenere esaminando lo spettrogramma col microfotometro. Se N è il numero degli atomi dell'elemento E che insistono sopra un cm² di fotosfera solare, e λ la lunghezza d'onda della riga considerata, Stewart trova la relazione:

$$\frac{\Delta}{\lambda} = 8{,}2.10^{-13}\sqrt{\frac{N}{2k}} \tag{256}$$

---

(1) Cfr J. STEWART: *The width of absorption lines in a rarefied gas*, in « Astroph. Journ. », Vol. LIX (1924).

(2) Cfr. A. FAIRLEY: *Width of sodium absorptions lines D*, in « Astroph. Journ. «, Vol. LXVII (1928).

(3) Col nome di larghezza *osservabile*, STEWART intende « the width between the two points of minimum observable contrast ». Cfr. « Astroph. Journ. », Vol. LIX, pag. 32.

da cui segue che *le righe più larghe* dello spettro solare, *sono prodotte dagli elementi più abbondanti* nel Sole stesso [1].

P. es. per ciascuna delle due righe [*D*] del sodio, dello spettro solare si ha, in cifra tonda, $\lambda = 5890$ e $\Delta = 0{,}6$ *U.A.* Ne segue dalla (256) che il numero N degli atomi di sodio che insistono sopra un cm² della fotosfera del Sole è dato da:

$$N = 2k\left(\frac{10^{13}.0{,}6}{8{,}2\,.\,5890}\right)^2 = 3{,}1.10.^{16}k$$

Essendo, al margine della riga, $k = 10$ circa, N è dell'ordine di 10^{18}; risultato non molto diverso da quello ottenuto più recentemente dal RUSSELL [2] secondo cui il numero di tutti gli atomi metallici che insistono sopra un cm² di fotosfera solare è 8.10^{20}.

Ora si sa che un centimetro cubo della nostra atmosfera, al livello del mare, contiene $2{,}78.10^{19}$ molecole [3]; vediamo

---

(1) Cfr. CH. MOORE and H. RUSSELL: *On the winged lines in the solar spectrum*, in « Astroph. Journ. », Vol. LXIII.

Secondo questo esame gli elementi più abbondanti nell' atmosfera solare sarebbero i seguenti: ferro, magnesio, calcio, nichelio, idrogeno, titanio, sodio, alluminio, silicio.

(2) Cfr. RUSSELL: *On the composition of the Sun's atmosphere*, in « Astroph. Journ. », Vol. LXX.

(3) Ricordiamo la legge fondamentale, dovuta al chimico italiano A. AVOGADRO, secondo la quale: *in volumi eguali, ed alle stesse condizioni di temperatura e pressione, tutti i gas contengono eguale numero di molecole.* In particolare, il numero delle molecole di un gas qualsiasi, contenuto in un cm³ alla temperatura del ghiaccio fondente ed alla pressione atmosferica (760 mm. di mercurio) è eguale a $2{,}78.10^{19}$, *numero* detto *di Avogadro.*

In chimica si chiama anche *grammimolecola* di un gas, una quantità di gas il cui peso, espresso in grammi, sia eguale al peso molecolare del gas stesso; p. es. 2 grammi di idrogeno, 32 grammi di ossigeno ecc.

Ora una grammimolecola di un gas qualsiasi, alla pressione atmosferica ed alla temperatura del ghiaccio fondente occupa il volume di 22410 centimetri cubi. Ne segue che il numero di molecole di un gas, contenuto in una grammimolecola, è costante per tutti i gas ed è eguale a $22410.2{,}78.10^{19} = 62{,}3\ 10^{22}$, *numero* detto *di Loschmidt.*

dunque che tutto il sodio contenuto nell'altissima colonna gassosa che riposa sopra un centimetro quadrato della fotosfera del Sole, se venisse ridotto alla pressione dell'atmosfera terrestre, occuperebbe appena la decima parte di un centimetro cubo!

Quando si pensi all'abbondanza relativa del sodio, questo risultato è veramente sorprendente e ci dà una prova dell'estrema tenuità dell'atmosfera del Sole!

Terminando, sarà inutile aggiungere che questo metodo di calcolo può applicarsi non solo allo spettro solare ma anche agli spettrogrammi stellari, sebbene in tal caso s'incontrino maggiori difficoltà, sia per la minore esattezza delle osservazioni, sia per l'effetto prodotto dalla rotazione, ancora incognita, delle stelle ([1]).

146. Profili delle righe spettrali. Le ricerche, che abbiamo ora esposte, sono suscettibili di un'ulteriore estensione nel modo seguente.

Come è noto, l'oscurità delle righe spettrali è, in generale, massima nel centro ([2]) e va lentamente degradando verso i bordi, dove la riga — specialmente se è sfumata — si unisce quasi insensibilmente al fondo continuo dello spettro.

In conseguenza, se esaminiamo uno spettrogramma col *microfotometro registratore* (n. 70), otterremo per ogni riga

---

([1]) Poichè una stella apparisce come un punto luminoso, è evidente che negli spettrogrammi vengono confusi insieme i raggi provenienti dalle diverse regioni della superficie stellare. Ora, se l'astro ruota intorno a sé stesso, le varie parti della superficie stellare hanno, in generale, diversa velocità radiale rispetto all'osservatore e quindi l'effetto Döppler produce un allargamento delle righe spettrali (n. 87).

Su questo fenomeno, messo in luce specialmente da ABNEY (« Month. Notic. », Vol. XXXVII) e non ancora sufficientemente studiato, rimandiamo il lettore ad una recentissima memoria di SHAJN e STRUVE: *On the rotation of the Stars*, in « Month Notic. », Vol. LXXXIX (1929). Cfr. anche CARROLL: *The form of an absorption line in the spectrum of a rotating or expandig Stars*, id., Vol. LXXXVIII.

([2]) CARROLL ha mostrato recentemente che, a causa del limitato potere dispersivo degli strumenti, nessuna riga spettrale può apparire per-

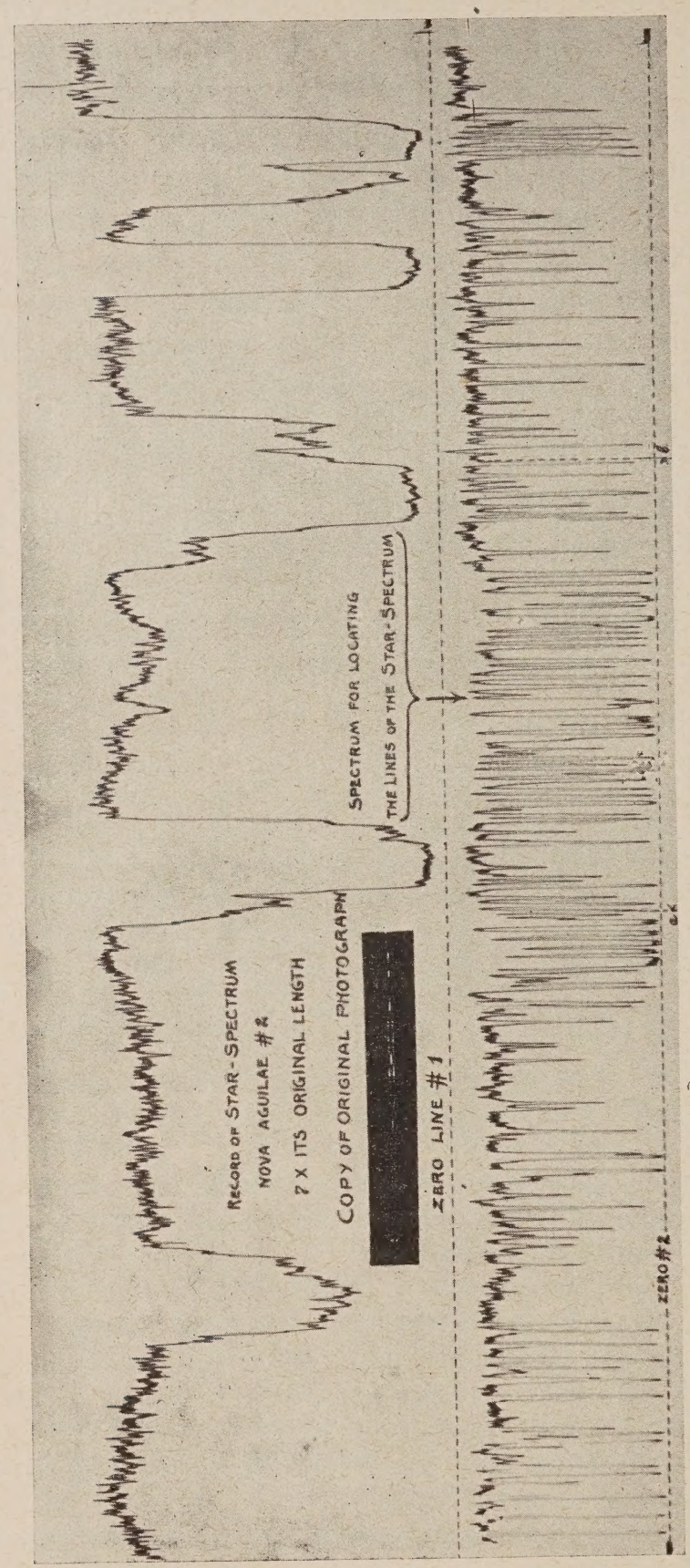


Fig. 134.
Profilo spettrale della « Nova Aquilae 1918 ».
Microfotogramma ottenuto col microfotometro registratore Kipp (Olanda) e termopila Moll.
(Nella figura è anche rappresentato lo spettrogramma originale).

un diagramma che ha l'ordinata minima al centro, mentre da una parte e dall'altra, la curva si innalza più o meno rapidamente. Tali figure sono chiamate dagli astrofisici col nome di *profili delle righe spettrali* (contours of the lines of

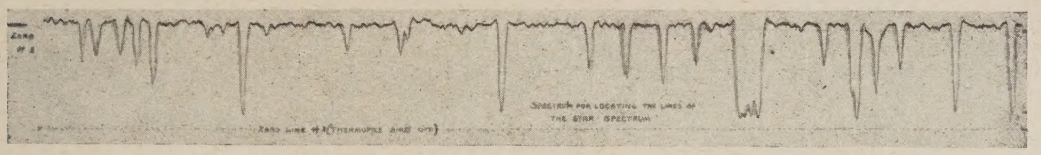


Fig. 135.
Profilo spettrale di α Scorpii (Antares) ottenuto con microfotometro registratore KIPP.

the spectrum, degli inglesi) e, in pratica, si possono spesso rappresentare con un'equazione esponenziale del tipo:

$$I = I_c e^{-kx} \tag{257}$$

dove I_c è l'intensità nel centro della riga considerata, I l'intensità a distanza x (valutata positivamente) dal centro ed e indica la base dei logaritmi naturali. Così, p. es., per il profilo della $[F]$ dell'idrogeno nello spettrogramma di Sirio, ELVEY [1] ha trovato l'equazione:

$$I = 68\, e^{-0{,}098x}.$$

---

fettamente nera al centro, anche se così fosse realmente. Cfr. CARROLL: *The intensity of an absorption line in a spectrum produced by a grating*, in « Mont. Notic. », Vol. LXXXVIII.

[1] Cfr. ELVEY: *The contours of the hydrogen lines for A stars*, in « Astroph. Journ. », Vol. LXVIII. Cfr. anche C. PAYNE: *On the contours of stellar absorption lines and the composition of stellar atmospheres*, in « Harvard Repr. », 48; id. id.: *The contours of absorption lines of calcium*, in « Bull. Harvard Coll. », n. 858; T. DUNHAM: *The contours of hydrogen lines in stars of class A.*, id. n. 858; F. HOGG: *Contours of calcium lines in late type stars*, id., n. 859. Per studi recentissimi cfr. inoltre EDDINGTON: *The formations of absorption lines*, in « Month. Notic. », Vol. LXXXIX, ed ELVEY, *The contours of hydrogen lines in stellar spectra*, in « Astroph. Journ. » LXXI (1930).

In teoria, UNSOLD [1], STEWART [2], KLUBER [3], MILNE [4] ed altri hanno dato delle formule che collegano i profili così osservati col numero di atomi gassosi che insistono sopra un cm^2 della fotosfera stellare.

In particolare UNSOLD, applicando agli atomi la teoria classica delle oscillazioni smorzate, ha dato la formula:

$$I = I_c e^{-\frac{h\lambda_c^2 N}{(\lambda-\lambda_c)^2}} \tag{258}$$

dove λ_c e λ sono le lunghezze d'onda corrispondenti al centro ed a un punto interno qualsiasi di una riga spettrale prodotta da un dato elemento; I_c ed I le intensità corrispondenti, h un coefficiente ed N il numero degli atomi dell'elemento che insistono sopra un cm^2 di fotosfera dell'astro. Non entreremo però in questi dettagli, sia perchè dovremmo dilungarci sopra problemi delicatissimi di fisica superiore, sia perchè, in pratica, nessuna di queste formule rappresenta esattamente i fenomeni [5]. La questione rimane quindi aperta allo studio dei fisici e degli astronomi.

§ 2. - COSTITUZIONE DELL' ATMOSFERA STELLARE.

147. Atmosfera e fotosfera. Come già accennammo (n. 84), fino a pochi anni or sono, si credeva generalmente che la fotosfera del Sole — e analogamente delle stelle — fosse

---

(1) Cfr. « Zeit. fur Physik », Vol. XXXXIV e XXXXVI.

(2) Cfr. STEWART, op. cit., « Astroph. Journ. », LIX.

(3) Cfr. « Zeit. fur Physik », Vol. XXXXIV.

(4) Cfr. MILNE: *The theoretical contours of absorption lines in stellar atmospheres* e *Ionization in stellar atmospheres*, in « Month. Notic. », vol. LXXXIX; ELVEY: *The contours of helium lines in stellar spectra*, in « Astroph. Journ. », Vol. LXX e LXXI (1930).

(5) C. PAYNE osserva anzi che la divergenza tra teoria ed osservazione è maggiore per le righe idrogeniche della serie di Balmer nelle stelle del tipo B e per le righe $[H]$ e $[K]$ nelle stelle del tipo M. Cfr. PAYNE: *Harvard Repr.* 48, pag. 402.

Naturalmente occorre tener conto che l'allargamento osservato s_{os} nelle righe spettrali può risultare da quello s_r dovuto alla rotazione, da

costituita da uno strato gassoso contenente in sospensione particelle *solide o liquide* e con ciò si spiegava la sua opacità in confronto con la trasparenza dell'atmosfera soprastante. L'esperienza indicava però che, a bassa pressione, nessun elemento poteva conservare lo stato solido o liquido ad una temperatura eguale a quella della fotosfera del Sole, onde tale spiegazione supponeva necessariamente che la fotosfera solare fosse sottoposta ad una pressione elevatissima da parte dell'atmosfera soprastante.

Ne seguì che, quando i progressi dell'Astronomia mostrarono l'estrema rarefazione dell'atmosfera del Sole e delle stelle, questa vecchia teoria cadde dalle fondamenta. Ed oggi tutti gli astrofisici ammettono che l'opacità fotosferica sia dovuta all'opacità che acquistano i gas altamente ionizzati (n. 84) appena la pressione diviene sensibile; opacità che deve attribuirsi principalmente alla diffusione ed all'assorbimento delle radiazioni da parte degli elettroni liberi, come il calcolo conferma pienamente.

P. es., tenendo conto soltanto dell'assorbimento e supponendo la temperatura di 5000 centigradi, il RUSSELL [1] trova che l'intensità di un raggio luminoso si riduce nel rapporto $^1/_e$ — dove $e = 2{,}71828$ indica la base dei loga-

---

quello s_s dovuto all'effetto STARK, da quello s_a dovuto all'abbondanza dell'elemento che produce la riga spettrale ed infine — nel caso delle Cefeidi — da quello dovuto all'effetto Döppler risultante dalle pulsazioni dell'astro. In proposito STRUVE: (Cfr. *Stark effect in stellar spectra*, in « Astroph. Journ. » LXIX) suggerisce la formula:

$$s^2_{os} = s^2_r + s^2_s + s^2_a .$$

In ogni modo una divergenza tra teoria e osservazione è stata trovata anche da ELVEY nella sua ultima memoria (« Astroph. Journ. » LXXI) dove ha esaminato i profili delle righe idrogeniche H_β e H_γ per 61 stelle del tipo *F*.

[1] Cfr. H. RUSSELL and J. STEWART: *Pressures at the Sun's surface*, in « Astroph. Journ. », Vol. LIX. Cfr. anche STEWART: « Physical Review », Vol. XXII; UNSOLD: *A spectroscopic determination of the pressure in the calcium chromosphere*, in « Contrib. of Mt. Wilson Observatory » n. 377; id. *On the physical interpretation of spectroheliograms*, id. 378.

ritmi naturali — quando lo spessore S, in chilometri, del gas attraversato è eguale a:

$$S = 64.10^{-5} \frac{(1+x)^2}{xp^2} \tag{259}$$

dove p è la pressione in atmosfere ed x il grado di ionizzazione. Così, nel caso di vapori di sodio, calcolando x con la formula del SAHA, il RUSSELL ottiene il seguente specchietto:

p	10^{-4}	10^{-3}	10^{-2}	10^{-1}	1
S	260000	2600	28	0,47	0,01.

Questo specchietto mostra come l'assorbimento della luce attraverso i gas ionizzati cresca rapidissimamente appena la pressione diviene sensibile, e ciò spiega perfettamente perchè il globo solare apparisca terminato da una superficie lucida, che è appunto quella a cui gli antichi astronomi diedero il nome di fotosfera (φῶς = luce). In realtà però, secondo i concetti moderni che abbiamo svolto, la fotosfera deve oggi considerarsi come un semplice strato gassoso, che non presenta *nessuna discontinuità, nè singolarità*, rispetto agli strati gassosi soprastanti o sottostanti.

Inoltre, poichè l'osservazione mostra che gli strati gassosi che sovrastano alla fotosfera del Sole — e cioè l'atmosfera, e la *cromosfera* (n. 89) — hanno uno spessore di almeno 100000 chilometri, segue dalla tabella che la pressione media dell'atmosfera solare è circa diecimila volte minore di quella dell'atmosfera terrestre al livello del mare.

Vedremo come tali pressioni, enormemente basse, si spieghino col fatto che alla superficie degli astri la forza di gravità è, in parte, equilibrata dall'opposta « pressione della luce », la quale è relativamente tanto più sensibile quanto minore è il diametro delle particelle su cui agisce [1].

---

[1] Infatti il peso P è proporzionale alla massa della particella considerata, mentre la pressione L che su di essa esercita la luce è proporzionale all'area della sezione che intercetta i raggi luminosi. Ne

148. Composizione chimica qualitativa dell'atmosfera stellare [1]. La determinazione della composizione chimica qualitativa dell'atmosfera stellare, costituisce un problema relativamente facile a risolversi, giacchè basta determinare le lunghezze d'onda delle varie righe che compaiono negli spettrogrammi ed eseguire il confronto con i risultati ottenuti nei laboratori (n. 97).

Per non dilungarci troppo, ci occuperemo soltanto dei principali elementi, disponendoli secondo l'ordine dei loro pesi atomici (n. 77).

a) *Idrogeno ed elio.* L'idrogeno è rappresentato negli spettrogrammi stellari dalla serie di Balmer, giacchè quella di Lyman cade nell'ultravioletto. Ed in proposito ricordiamo che il CURTISS è riuscito ad osservare 27 righe idrogeniche nella stella ζ Tauri [2], ciò che costituisce un vero « record ». Quanto allo spettro continuo dell'idrogeno, in prosecuzione della serie di Balmer (n. 84), esso fu notato da HUGGINS nelle stelle e, recentemente, da HUBBLE nelle nebulose [3].

L'elio è rappresentato sia dalle serie semplici (ls-mp), (lp-md) ecc. come dalle serie di « doublets » (ls_2-mp_2) ecc., mentre l'elio ionizzato appare nelle stelle più calde per mezzo della serie di Pickering.

b) *Carbonio e composti.* Non si hanno ancora prove sicure della presenza del *carbonio neutro* negli spettri stellari, forse perchè le « righe ultime », che sono in generale le più intense, cadono nell'estremo ultravioletto, al di sotto dei limiti dell'assorbimento dell'atmosfera terrestre (n. 43).

---

segue che, per una particella sferica di densità ρ e di diametro D, il rapporto L/P delle due forze opposte è inversamente proporzionale a ρD e quindi è tanto maggiore, quanto minore è il diametro D della particella considerata. Cfr. MILNE: *The equilibrium of the calcium chromosphere*, in « Month. Notices », Vol. LXXXV e LXXXVI.

(1) Per maggiori dettagli cfr. C. PAYNE, op. cit., in « Harvard Monographs », n. 1, pag. 55 e ss.

(2) Cfr. « Publ. Observ. University of Michigan », Vol. III.

(3) Cfr. « Publ. Astr. Society of Pacific », Vol. XXXII.

Invece si è rilevata la presenza del *carbonio ionizzato*, specialmente con la doppia in $\lambda = 4267$ la quale raggiunge la massima intensità nelle stelle del sottotipo *B3*, e con la doppia in $\lambda = 6580$ che è assai notevole nelle stelle di Wolf.

Quanto ai composti del carbonio, dobbiamo notare:

1) *Le bande del cianogeno* che sono assai cospicue nelle stelle dei tipi *G* e *K* e che il LINDBLAD (n. 112) adopera per la determinazione della parallasse spettroscopica (n. 112).

2) *Le bande dell'ossido di carbonio*, notevoli nei tipi *N* ed *R*.

3) *Le bande di Swan* dovute secondo il LUDENDORFF all'ossido di carbonio e, secondo il RUSSELL, a composti non ossigenati del carbonio stesso (cfr. n. 129); sono molto sviluppate nel tipo stellare *N* e nello spettro delle comete.

4) *La "banda G"*, dovuta ad idrocarburi, presso $\lambda = 4314$. Negli spettri ottenuti con debole dispersione essa si confonde con le vicine righe del ferro e del calcio e raggiunge la massima intensità nei tipi stellari *G* e *K*, benchè sia stata osservata anche nel tipo *A*.

c) *Azoto, ossigeno e composti.* Abbiamo già parlato della presenza dell'*azoto ionizzato* e dell'*ossigeno ionizzato* nelle stelle dei tipi *O* e *B*. Quanto ai composti dell'ossigeno, che si trovano specialmente negli spettrogrammi delle stelle di bassa temperatura, notiamo l'ossido di carbonio CO, l'ossido di titanio TiO_2, l'ossido di zirconio ZrO_2 e, in fine, anche il *vapor acqueo* H_2O che il CORTIE [1] rilevò nelle macchie del Sole fin dal 1908.

d) *Sodio e Magnesio.* Il *sodio neutro* appare abbondante negli spettrogrammi stellari, specialmente per la doppia [*D*] che è assai notevole nelle stelle di moderata temperatura; non si ha invece traccia sicura del *sodio ionizzato*, probabilmente perchè le sue righe spettrali dovrebbero cadere nell'estremo ultravioletto.

---

[1] Cfr. CORTIE: *On the probable existence of steam in the region of Sun Spots* in « Astroph. Journ. », Vol. XXVIII.

Quanto al *magnesio neutro*, notiamo il gruppo delle righe [*b*] che comincia ad apparire nelle stelle del sottotipo *A*0 e raggiunge la massima intensità nei sottotipi *K*2-*K*5. Invece il *magnesio ionizzato* appare specialmente nella doppia $\lambda = 4481$; doppia che raggiunge la massima intensità nel sottotipo *A*2 e che recentemente fu usata dal PLASKETT per la determinazione della temperatura [1] di stelle del tipo *O*.

Aggiungiamo che, nelle macchie del Sole, il FOWLER [2] ha trovato anche l' *idruro di magnesio* (MgH_2) che, insieme con quello di calcio CaH_2, è il solo idruro fin ad ora rinvenuto negli spettri dei corpi celesti.

e) *Silicio e alluminio.* L' alluminio è rappresentato negli spettrogrammi stellari specialmente dalle due righe $\lambda = 3944$ e $\lambda = 3957$, notevoli nelle stelle di bassa temperatura.

Quanto al silicio, esso è abbondantissimo, ed inoltre, secondo la temperatura stellare, può comparire negli spettrogrammi in quattro stadi e cioè: neutro, ionizzato, doppiamente ionizzato e triplamente ionizzato. Notiamo anzi che, tra le stelle del tipo *A*, ve ne sono alcune — p. es. ω Ophiuci — a cui si è dato il nome di *stelle del silicio* (silicon stars) per la forza eccezionale delle righe $\lambda = 4128{,}0$ e $\lambda = 4130{,}9$ del silicio ionizzato.

f) *Calcio.* Come il silicio, anche il calcio è assai diffuso nei corpi celesti.

In particolare il calcio neutro si manifesta specialmente con la $\lambda = 4226{,}7$ che comincia ad apparire nel sottotipo *A*0 ed aumenta d' intensità nei tipi seguenti; il calcio ionizzato si manifesta con le righe [*H*] e [*K*] di Fraunhofer che raggiungono nel tipo *K un' intensità superiore a quella di tutte le altre righe in ogni altro tipo spettrale.* Infine vedemmo come la *stazionarietà* (nn. 100 e 128) delle righe del calcio

---

(1) Cfr. PLASKETT: *The spectra of three O type stars*, in « Publ. Dominion Astroph. Observatory » Vol. I, n. 30.

(2) Cfr. FOWLER: *The origin of certain bands in the spectra of Sunspots*, in « Month. Notices », Vol. LXVII.

sembri dovuta alla grande diffusione di questo elemento, anche negli spazi interstellari.

g) *Titanio.* Insieme al calcio, anche il titanio, neutro e ionizzato, è un elemento largamente rappresentato negli spettri stellari. In particolare deve ricordarsi che *le righe del titanio ionizzato* raggiungono la massima evidenza nei sottotipi *F*5–*G*0 e *sono estremamente sensibili alla grandezza assoluta dell' astro,* donde il loro impiego nella ricerca della parallasse spettroscopica (n. 112).

h) *Manganese, ferro, cobalto, nickel, rame, zinco, rubidio, stronzio, stagno, zirconio.* Abbiamo già parlato dell' abbondanza del manganese, del ferro e del nickel negli spettri stellari.

Quanto al cobalto, notiamo che esso appare nello spettro solare ma è difficilmente identificabile negli spettri stellari, forse perchè la sua riga più intensa cade in $\lambda = 3495{,}7$. Ed analogamente possiamo dire per il rame, che si nota nello spettro solare principalmente con le righe $\lambda = 3273$ e $\lambda = 3247$; righe troppo avanzate nell' ultravioletto per essere individuabili negli spettrogrammi. Aggiungiamo che lo zinco appare rappresentato dalle righe $\lambda = 4722$ e $\lambda = 4810$, le quali raggiungono la massima intensità nel sottotipo *G*0; che il rubidio è stato, fin ad ora, rinvenuto soltanto nelle macchie del Sole (n. 81); che lo stagno neutro è stato scoperto dal LUNT [1] nello spettrogramma di Antares (α Scorpii) con una riga nell' azzurro, in $\lambda = 4524{,}7$.

Passando in fine allo stronzio ed allo zirconio, notiamo anzitutto che *lo stronzio ionizzato ha,* nell' astrofisica, *la medesima importanza del titanio,* giacchè le sue righe $\lambda = 4215$ e $\lambda = 4077$ sono assai sensibili alla grandezza assoluta dell' astro. Tali righe cominciano a mostrarsi nel sottotipo *A*0, e, a parità di grandezza assoluta, raggiungono la massima intensità nel sottotipo *K*2; inoltre esse divengono eccezionalmente forti in alcune stelle particolari del tipo *F* (p. es.

---

[1] Cfr. LUNT: *On the presence of tin in stellar atmospheres,* in « Month. Notices », Vol. LXVIII.

γ Equulei ed α Circini) le quali sono perciò indicate col nome di « *stelle dello stronzio* ». L'elemento neutro si nota invece specialmente per la riga $\lambda = 4607$, la quale comincia ad apparire nel sottotipo *F0* e si mostra più forte nei tipi successivi.

Quanto allo zirconio, abbiamo già parlato delle bande che si rinvengono negli spettrogrammi delle stelle del tipo *S* e che sono appunto dovute al biossido ZrO_2.

149. Elementi non ancora rinvenuti nell'atmosfera dei corpi celesti. Riassumendo possiamo dire che, fin ad ora, *su 90 elementi conosciuti* [1], *47 sono stati individuati negli spettrogrammi stellari, o nel Sole, mentre degli altri 43, non si hanno ancora indizi sicuri.* Riportiamo questi ultimi elementi nella seguente tabella, scrivendo in corsivo i più importanti ed aggiungendo a tutti il corrispondente peso atomico.

ELEMENTI NON ANCORA INDIVIDUATI
NEGLI SPETTROGRAMMI DEI CORPI CELESTI.

1. Afnio	178,6	16. Holmio	163,47	31. Radon	222
2. Argon	39,91	17. *Iodio*	126,93	32. Renio	187?
3. *Arsenico*	74,96	18. Iridio	193,1	33. *Selenio*	79,23
4. Attinio	227	19. Krypton	82,9	34. Tantalio	181,5
5. *Bismuto*	209,0	20. Lutezio	175,0	35. *Tellurio*	127,5
6. *Boro*	10,85	21. Masurio	98?	36. Terbio	159,2
7. *Bromo*	79,92	22. *Mercurio*	200,61	37. Thulium	169,4
8. Cesio	132,81	23. Neodimio	144,27	38. Torio	232,15
9. *Cloro*	35,46	24. Neon	20,2	39. Tungsteno	184,0
10. Disprosio	162,52	25. *Oro*	197,2	40. *Uranio*	238,17
11. Erbio	167,7	26. Osmio	190,8	41. Xenon	130,2
12. Florenzio	145?	27. *Platino*	195,23	42. Ytterbium	173,6
13. *Fluoro*	19,0	28. Polonio	210	43. *Zolfo*	32,06
14. *Fosforo*	31,3	29. Protoattinio	234		
15. Gadolinio	157,26	30. *Radio*	225,9		

---

[1] Nel sistema periodico degli elementi (n. 77), l'idrogeno occupa il primo posto e l'uranio il 92mo ed ultimo, ma vi sono due elementi sconosciuti al posto 85mo ed al posto 87mo, e cioè tra il polonio ed il radon e tra il radon ed il radio. Fino a pochi anni fa, vi era anche un altro posto vacante, e precisamente il posto 61mo, tra il neodimio (posto 60mo) ed il samario (posto 62mo), ma oggi questa lacuna è stata colmata con la scoperta del *florenzio*, detto anche *illinio*, perchè tro-

Come risulta da questa tabella [1], *non è vero* che quasi tutti gli elementi siano stati scoperti nelle stelle, secondo l' affermazione spesse volte ripetuta da libri di astronomia

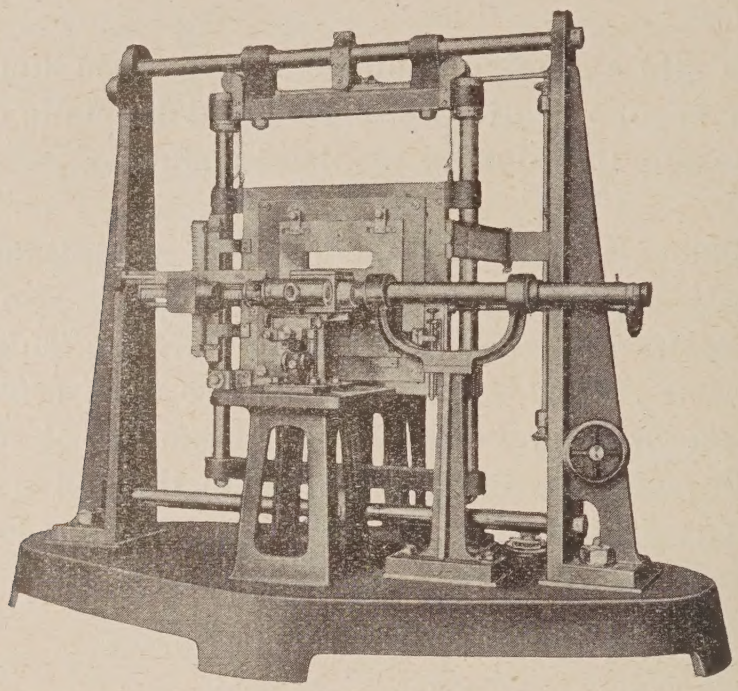


Fig. 136.
Microfotometro Kipp usato per dedurre i profili spettrali dall'esame degli spettrogrammi.

elementare. Rigorosamente parlando, possiamo anzi dire che *circa la metà degli elementi conosciuti non sono stati ancora individuati, con certezza, negli spettrogrammi stellari.*

Occorre però osservare:

1) che gli elementi mancanti — come mostra la tabella che abbiamo riportata — appartengono, in generale,

---

vato dai prof. Rolla e Fernandes dell'Università di Firenze e Harris ed Hopkins dell'Università di Illinois. Cfr. Rolla e Fernandes: *Sopra l' elemento di numero atomico* 61, in « Rend. Acc. Lincei », 1926; Rolla: *Le Terre Rare nella classificazione generale degli elementi chimici*, in « Scientia », 1928.

[1] Cfr. anche St. John, *Elements in the Sun* in « Com. National Acc. of Sciences » n. 107 (Washington, 1929); id. *Elements Unidentified or doubtful in the Sun*, in « Astroph. Journ. » LXX. Per il fosforo, cfr. il recentissimo articolo di O Struve, *Phosphorus in stellar spectra*, in « Astroph. Journ. », Vol. LXXI (1930).

alla categoria degli *elementi rari*, oppure sono di *grande peso atomico*, onde è probabile che essi manchino nell'atmosfera stellare, pur essendo presenti nelle regioni più interne dell' astro.

2) che le *righe ultime* — e cioè quelle che, generalmente, sono più intense — di vari elementi mancanti cadono nell'ultravioletto e sono quindi intercettate dall'assorbimento dell' atmosfera terrestre, la quale non lascia passare onde inferiori a 2900 *U.A.*

Tutto considerato, quindi, *gli astronomi non trovano ragioni sufficienti per concludere che qualche elemento sia realmente mancante nel Sole o nelle stelle* (1).

150. Pressione dell' atmosfera stellare. Come abbiamo visto, vi sono varî metodi per esaminare la pressione dell' atmosfera stellare. Li riassumeremo rapidamente, indicando insieme i risultati a cui essi hanno condotto:

1) *Spostamento delle righe spettrali.* Con questo metodo (n. 89) sono state eseguite recenti determinazioni dal RUSSELL (2) e dal St. JOHN (3), i quali sono così giunti alla conclusione che la pressione dell' atmosfera solare, al livello della fotosfera, non può superare la decima parte della pressione dell' atmosfera terrestre al livello del mare.

2) *Larghezza delle righe spettrali.* Già sappiamo (n. 89) che la pressione tende a rendere larghe e diffuse le righe spettrali. Ora, negli spettri stellari, si veggono spesso nette e distinte delle righe che appariscono larghe e nebulose nelle esperienze fatte nei laboratori alla pressione atmo-

---

(1) Cfr. RUSSELL: *Astronomy*, Vol. II, pag. 505. Per i composti, cfr. la recentissima nota di G. PICCARDI: *Ossidi e Idruri nell' atmosfera solare*, in « Mem. Soc. Astr. Italiana », Vol. V, n. 1 (1930).

(2) Cfr. RUSSELL and STEWART: *Pressures at Sun's surface*, in « Astroph. Journ. », Vol. LIX.

(3) Cfr. St. JOHN and BABCOCK: *Pressure in the reversing layer of the Sun's atmosphere*, in « Astroph. Journ. », Vol. LX. Cfr. anche C. PAYNE: *On the pressures in the atmospheres of stars*, in « Harv. Coll. Observ. Circ. », 334.

sferica, mentre divengono nette e sottili quando si opera a pressione molto ridotta. Da ciò si ha un valido argomento per ritenere che la pressione dell' atmosfera stellare sia, in genere, estremamente bassa.

Più precisamente l' equazione (256) di STEWART (n. 145) ha permesso di calcolare il numero di atomi di ogni elemento che insistono sopra un cm^2 della fotosfera degli astri. E, come abbiamo già detto, si è trovato, p. es., che per il sodio contenuto nell' atmosfera solare, questo numero è circa dieci volte minore del numero degli atomi contenuti in un centimetro cubo di un gas qualsiasi, alla pressione dell' atmosfera terrestre al livello del mare ([1])! Risultato questo veramente notevole, quando si pensi che il sodio è uno degli elementi più diffusi nell' atmosfera solare, come appare immediatamente dalla stessa intensità della riga [*D*].

Sebbene tali ricerche siano ancora da completarsi, possiamo dire che, fin ad ora, esse hanno dato risultati analoghi per le stelle; onde, modernamente, la pressione della atmosfera delle stelle si valuta, in media, dell' ordine di 10^{-4} a 10^{-7} rispetto a quella della nostra atmosfera al livello marino.

3) *Esame delle righe spettrali che, per un dato elemento, presentano l'intensità massima.* Abbiamo già esaminato (n. 99) questo metodo, dovuto principalmente al MILNE ed al FOWLER, ed abbiamo già veduto che anche esso conduce a risultati dello stesso ordine di grandezza.

4) *Opacità dei gas ionizzati.* Anche questo metodo è stato esaminato (n. 147) e ci ha condotto al medesimo risultato.

5) *Confronto tra le righe spettrali presentate da uno stesso elemento allo stato neutro e ionizzato.* Paragonando le righe spettrali di un elemento neutro con le righe dello stesso elemento ionizzato, ed esaminando la loro intensità rela-

---

([1]) RUSSELL, p. es., stima che se l' atmosfera solare fosse condensata alla densità dell' aria atmosferica al livello del mare, formerebbe uno strato di spessore inferiore ad un metro! Cfr.: *Scientific American Rew.* aprile, 1929.

tiva, la loro relativa larghezza ecc., si riesce a trovare il rapporto $\rho = \frac{x_i}{x_n}$ tra il numero x_i degli atomi ionizzati e quelli x_n degli atomi allo stato neutro.

Si ha allora per il grado di ionizzazione X dell'elemento considerato:

$$X = \frac{x_i}{x_i + x_n} = \frac{\rho}{1 + \rho} \tag{260}$$

e quindi la formula [1] del Saha e Russell diviene:

$$\begin{aligned} \log P_e &= \frac{5050\,V}{T} + 2{,}5 \log T - 6{,}5 - \log \frac{X}{1 - X} = \\ &= \frac{5050\,V}{T} + 2{,}5 \log T - 6{,}5 - \log \rho \end{aligned} \tag{261}$$

da cui, conoscendo la temperatura assoluta T ed il potenziale di ionizzazione V, si ricava la pressione elettronica P_e e cioè la pressione degli elettroni liberi: pressione che sta a quella totale dell'atmosfera, come il numero degli elettroni liberi sta al totale degli atomi neutri, degli atomi ionizzati e degli elettroni sommati insieme.

Servendosi di questo metodo, e confrontando le righe $[H]$ e $[K]$ del calcio ionizzato con la $\lambda = 4227$ del calcio neutro,

---

[1] La formula del SAHA (n. 80), dimostrata dapprima per un gas isolato, fu estesa dal RUSSELL ad una miscela di gas. In tal caso, chiamando con V il potenziale di quel gas che si considera tra i molti che compongono la miscela — p. e. l'idrogeno nell'atmosfera di un astro — e con X il suo grado di ionizzazione, si ha

$$\log \frac{X P_e}{1 - X} = \frac{5050\,V}{T} + 2.5 \log T - 6{,}5$$

dove P_e è la *pressione elettronica*, ossia quella esercitata dagli *elettroni liberi*, supposto che essi agissero come gli atomi di un gas. Cfr. RUSSELL: *The theory of ionization and the Sun-spot spectrum*, in « Astroph. Journ. », LV.

C. PAYNE e F. HOGG [1] hanno potuto recentemente mostrare che la pressione dell' atmosfera stellare non solo è sempre bassissima, ma sembra anche decrescere nei tipi spettrali più avanzati e col decrescere della gravità alla superficie dell' astro.

Riportiamo tali risultati nella seguente tabella, valutando la pressione P_e in atmosfere terrestri e misurando [2] la gravità g in m/sec.

TIPO SPETTR.	TEMPER. ADOTTATA	P_e	g
$G0$	5600	$10^{-5,4}$	500
$G5$	4800	$10^{-5,2}$	300
$K0$	4200	$10^{-6,2}$	200
$K5$	3850	$10^{-7,7}$	100
$M0$	3100	$10^{-8,2}$	60
$M5$	2850	$10^{-8,6}$	30

Evidentemente questi risultati numerici potranno subire in avvenire notevoli modificazioni, giacchè si basano sopra l' esame di pochissime stelle; ma, fin d' ora, da un complesso di tante prove, *possiamo ritenere come dimostrata la estrema rarefazione dell' atmosfera stellare*; e ciò, in fondo, equivale a dire che, *appena la pressione diviene sensibile, i gas stellari perdono la loro trasparenza e l'atmosfera si cambia in fotosfera.*

151. Temperatura dell'atmosfera stellare. - Sua differenza dalla " Colour-temperature ". Nel Vol. I. abbiamo appreso a determinare la temperatura effettiva delle stelle, partendo dalla legge di Planck (n. 47) e dalle relazioni che se ne deducono: particolarmente da quella che lega la temperatura stessa con l' indice del colore (n. 49). Aggiun-

---

[1] Cfr. C. PAYNE and F. HOGG: *On the pressures in the atmospheres of stars*, in « Harvard Coll. Obs. Circular », 334 (July, 1928).

[2] Calcoliamo g con la legge di Newton, senza tener conto della pressione della luce.

giamo che, nella pratica, questo ultimo metodo è usato così largamente per la sua semplicità, che gli astronomi chiamano spesso la temperatura effettiva col nome di *temperatura colorimetrica* (" *colour-temperature* ").

Teoricamente vedemmo che la temperatura effettiva, o « colour-temperature », indica soltanto la temperatura a cui dovrebbe essere portato un corpo nero, delle stesse dimensioni dell' astro, per dare la medesima irradiazione. In pratica però, poichè la fotosfera ha un' irradiazione simile a quella del corpo nero, la temperatura effettiva può ritenersi eguale o lievemente inferiore (n. 45) a quella della fotosfera e può quindi essere chiamata anche col nome di *temperatura fotosferica.*

Premesso tutto ciò, sorge il problema di determinare la temperatura dell' atmosfera stellare e cioè la temperatura degli strati gassosi che si elevano al di sopra della fotosfera stessa; problema assai complicato, anche perchè questa temperatura varia evidentemente da strato a strato, raggiungendo un massimo negli strati più bassi, posti a contatto con la fotosfera, e diminuendo generalmente negli strati più elevati.

Tra i metodi che vengono adoperati per giungere allo scopo, ricordiamo i seguenti, di cui già abbiamo parlato:

1. *Il metodo del* SAHA (n. 81), che è fondato sopra l'apparizione e la scomparsa delle righe degli elementi ionizzati, onde la temperatura che se ne deduce viene spesso chiamata col nome di *temperatura di ionizzazione.* Questo metodo, concettualmente assai semplice, è stato molto applicato in questi ultimi anni (cfr. tabelle al n. 81); ma, in pratica, riesce poco esatto, giacchè si fonda sopra l' osservazione di righe prossime al limite di visibilità.

2) *Il metodo del* MILNE *e* FOWLER (n. 99), il quale, al contrario del precedente, si fonda sopra l' esame delle righe spettrali che, per ciascun elemento, assumono la massima intensità [1].

---

[1] Per recentissime determinazioni in proposito, cfr. C. PAYNE: *On the determination of the maximum intensities of stellar absorption lines*, in « Harvard Coll. Observ. Bull. », n. 867 (maggio, 1929).

3) *Il metodo di* ADAMS *e* RUSSELL (n. 144) che si fonda sopra la determinazione dell' intensità relativa di righe spettrali di diverso potenziale di eccitazione. In pratica questo metodo può essere considerato come il più esatto, sia perchè l' intensità relativa si misura con molta precisione per mezzo del microfotometro (n. 70), sia perchè il risultato si basa sopra l' esame di un gran numero di righe.

Servendosi di elementi di differente peso atomico, o per cui la pressione risulti diversa ecc., si può tentare con questi metodi di trovare la temperatura di differenti strati dell' atmosfera di un astro; e così, per il Sole, si è giunti a determinare la temperatura dello *strato invertente*, o parte bassa dell' atmosfera solare, e la temperatura della *cromosfera*, o parte alta dell' atmosfera stessa. In generale però, per le stelle, la scienza non può ancora spingere tanto oltre la sua ambizione e deve contentarsi di valori medi, prendendo tale parola in senso piuttosto grossolano.

Così, applicando la formula (254) e prendendo come temperatura media dell' atmosfera del Sole $T_a = 5300$, ADAMS e RUSSELL [1] hanno recentemente ottenuto i risultati espressi dalla seguente

TABELLA

STELLA	TEMP. EFFETT.	TEMP. ATMOSF.
α Canis Maioris (Sirio)	9900	8700
α Canis Minoris (Procione) . .	7850	6900
α Persei (Algenib)	6700	5940
γ Cygni	5600	4950
α Bootis (Arturo)	3850	3380
α Scorpii (Antares)	3000	2620
α Orionis (Betelgeuse)	2900	2520

152. Composizione chimica quantitativa dell' atmosfera stellare. Lo studio della composizione chimica quantitativa

---

[1] Cfr. ADAMS e RUSSELL: *Preliminary results of a new method for the analysis of stellar spectra*, in « Astroph. Journ. », Vol. LXVIII; id. *On the composition of the Sun' s atmosphere*, id. Vol. LXX (1929).

Per recentissime informazioni cfr. la memoria di R. SAMPSON: *Effective temperatures of Stars*, in « Month. Not. », Vol. XC (1930)

dell' atmosfera stellare, costituisce la parte più moderna e più difficile della spettroscopia celeste.

Possiamo anzi dire che tale studio è tuttora ai suoi inizi. Ma esso avrà certamente un largo sviluppo nel futuro, giacchè potrà darci indicazioni utili per riconoscere l' eventuale comune origine di stelle diverse, per dividere gli astri in famiglie discendenti ciascuna da un unico capostipite ed anche per risolvere importantissimi problemi, fisici e filosofici, sopra la trasformazione degli elementi, sopra la parentela tra la Via Lattea ed altre nebule ecc. Ci sia dunque lecito di esprimere il voto e l' augurio che l' astronomia italiana, che gode dell' ammirabile cielo mediterraneo, possa largamente onorarsi in questo campo, ancora quasi vergine.

Ma, per tornare al nostro problema, ricapitoliamo anzi tutto i principali metodi che sono stati impiegati per risolverlo, per poi esaminare i risultati conseguiti. Abbiamo dunque:

1) *Metodo delle righe « ultime » e delle righe « subordinate »*. Questo metodo, sebbene assai grossolano, merita di essere ricordato per la sua estrema semplicità; infatti con un breve esame dello spettrogramma, esso ci fa conoscere quali elementi abbondino nell' atmosfera stellare e quali elementi invece vi siano contenuti in deboli proporzioni.

A tale scopo ricordiamo come l' esperienze di laboratorio dimostrano che, se un elemento è contenuto in piccole proporzioni in una miscela gassosa di cui si fa l' analisi spettroscopica, esso si mostra soltanto con alcune righe spettrali, dette *righe ultime* (n. 99). Aumentando la quantità dell' elemento contenuto nella miscela, le righe ultime si rinforzano e compariscono altre righe, dette *subordinate*, le quali si dividono, secondo l' ordine di apparizione, in *penultime, antipenultime* ecc.

Così, p. es., nello spettro del Sole, l' argento ed il palladio sono rappresentati soltanto dalle loro righe ultime, che appaiono anche assai deboli; possiamo quindi concludere che questi due elementi sono presenti nell' atmosfera solare soltanto in debolissime proporzioni. Invece per il ferro, per

il calcio, per il magnesio ecc., non solo appaiono le righe subordinate, ma queste si mostrano larghe ed intense, ciò che indica come tali elementi abbondino nell'atmosfera del Sole.

In pratica, il RUSSELL [1] ha compilato una lista molto estesa di righe ultime e subordinate, che riesce assai utile agli astronomi per tali ricerche.

2) *Metodo delle righe di « marginal appearance »*. Gli astronomi anglo-americani, ai quali sono dovuti i più recenti progressi in questo campo, chiamano righe spettrali di *ultima visibilità* (lines of marginal appearance), quelle righe che, per la loro debolezza, sono al limite di visibilità negli spettrogrammi stellari.

Ora queste righe presentano un'importanza speciale per i due fatti seguenti.

Man mano che diminuisce la concentrazione degli atomi impiegati a produrre una riga spettrale, occorre evidentemente che la luce attraversi un maggiore spessore dell'atmosfera stellare, affinchè l'assorbimento operato raggiunga proporzioni tali da rendere visibile la riga stessa. In conseguenza le righe di ultima visibilità hanno origine nelle regioni più basse dell'atmosfera stellare, quasi al livello della fotosfera; in altre parole, esse possono paragonarsi a *scandagli che s'immergono alla massima profondità nell'atmosfera delle stelle*, fino a raggiungere la fotosfera stessa.

Ma non basta. Affinchè sia visibile una riga di lunghezza d'onda λ, occorre che l'assorbimento operato dall'atmosfera stellare raggiunga almeno una certa aliquota (il Plaskett stima circa $^1/_{10}$) dell'irradiazione emessa dalla sottostante fotosfera per quella lunghezza d'onda λ. Ora, tale irradiazione è data dalla formula del Planck (n. 47) e dipende quindi unicamente da λ e dalla temperatura effettiva T. D'altra parte la quantità di energia che un atomo

---

[1] Cfr. RUSSELL: *A list of ultimate and penultimate lines*, in « Astroph. Journ. », Vol. LXI.

è capace di assorbire è eguale (n. 78) al prodotto della frequenza per la costante di Planck [1] e non dipende quindi dalla natura chimica dell'atomo considerato.

Possiamo dunque ammettere, con C. PAYNE [2], che *il numero* n *degli atomi attivi, necessari a produrre una riga di « marginal appearance » sia identico per tutti gli elementi* e dipenda soltanto dalla lunghezza d'onda e dalla temperatura.

Ne segue che se consideriamo k righe di ultima visibilità, poste nella medesima regione di uno spettrogramma stellare, e se indichiamo con N_1, N_2, ... N_k il numero degli atomi degli elementi corrispondenti e con c_1, c_2, ... c_k le rispettive concentrazioni atomiche (144), si ha:

$$n = N_1 c_1 = N_2 c_2 = \dots N_k c_k. \tag{262}$$

Vale a dire, *se più elementi producono righe di ultima visibilità nella medesima regione di uno spettrogramma, essi sono contenuti nell'atmosfera dell'astro in quantità inversamente proporzionali alle loro concentrazioni atomiche.* E poichè tali concentrazioni possono essere calcolate con le formule che abbiamo riportato (n. 144), è facile trovare la proporzione in cui i vari elementi entrano a comporre l'atmosfera della stella esaminata.

3) *Metodo di* ADAMS *e* RUSSELL. Le righe di « marginal appearance », che abbiamo ora esaminate, presentano però l'inconveniente di prestarsi assai male alle osservazioni a causa della loro debolissima visibilità. Per l'esattezza dei risultati è quindi preferibile il metodo più moderno, proposto da ADAMS e RUSSELL (n. 144), che è fondato sopra la misura delle intensità delle righe spettrali. Come abbiamo visto, questo metodo ci dà l'abbondanza relativa degli elementi contenuti nell'atmosfera di un astro — ben inteso,

---

(1) Misurando in ergs l'energia W assorbita da ogni atomo, valutando le lunghezze d'onda in Angstrom e servendosi dei dati del n. 78, si ha:

$$W = 1{,}96 \cdot 10^{-8} \cdot \lambda^{-1}.$$

(2) Cfr. C. PAYNE: *Stellar atmospheres*, pag. 181 e ss (« Harvard Monogr. », n. 1).

fino al livello in cui hanno origine le righe che si esaminano — rispetto alla composizione dall'atmosfera del Sole.

4) *Metodo dei profili.* I metodi fondati sopra l'esame della larghezza e del profilo delle righe spettrali, e di cui abbiamo parlato poco fa (n. 145 e 146), hanno il difetto di essere perturbati dall'effetto Zeeman e Stark [1] e — principalmente — dall'effetto Döppler, dovuto alla rotazione dell'astro, alle sue eventuali pulsazioni (come ad es. nelle Cefeidi o nelle stelle Novae), ai movimenti che hanno luogo nell'atmosfera stellare ecc. Ma, ciò non ostante, questi metodi rendono preziosi servigi specialmente per il Sole in cui le pulsazioni sono certamente debolissime e in cui si sa tener conto delle perturbazioni prodotte dalla rotazione e dall'effetto elettrico e magnetico. E ciò è tanto più utile poichè, una volta determinata la composizione quantitativa dell'atmosfera solare, il metodo di Russell ed Adams ci abilita a conoscere quella dell'atmosfera delle altre stelle, come vedemmo poco fa (n. 144).

Passando ora ad esporre i principali risultati fin qui ottenuti, possiamo dire che essi, per quanto incompleti, si riassumono nelle seguenti conclusioni:

I) *La composizione dell'atmosfera stellare è, in linea di massima, poco variabile da astro ad astro* [2], fatta eccezione di alcune stelle in cui predominano straordinariamente il bario, lo stronzio ed il silicio.

II) *In tale composizione sono generalmente più abbondanti gli elementi di basso peso atomico.*

III) *Esiste uno stretto parallelismo tra la composizione dell'atmosfera stellare e quella della crosta terrestre* (litosfera, idrosfera e atmosfera terrestre).

In particolare Russell ed Adams [3] hanno recentemente

---

[1] Per recentissime notizie in proposito, cfr. O. Struve: *Stark effect in stellar spectra*; in « Astroph. Journ. », Vol. LXIX.

[2] « *The uniformity of composition of stellar atmospheres appears to be an established fact* » (Payne, op. cit., pag. 189).

[3] Cfr. Adams e Russell: *Preliminary results of a new method for the analysis of stellar spectra*, pag. 18, in « Contr., Mt. Wilson », n. 359,

esaminato, col loro metodo, l'atmosfera di sette stelle (Algenib, Antares, Arturo, Betelgeuse, γ Cygni, Procione e Sirio) che, per la grande lucentezza, si prestano assai bene all'analisi spettroscopica. Indicando con a_r l'*abbondanza relativa* (n. 144) — e cioè il rapporto $\frac{N'}{N}$ tra il numero N' degli atomi di un dato elemento che insistono sopra un cm² della fotosfera stellare ed il numero N degli atomi dello stesso elemento che insistono sopra un cm² della fotosfera del Sole — i due autori ottengono per $\log_{10} a_r$ i valori riportati nella seguente

TABELLA

ABBONDANZA RELATIVA DEGLI ELEMENTI ($\log_{10} a_r$)

ELEMENTO	α Orionis	α Scorpii	α Bootis	γ Cygni	α Persei	α Canis Minoris	α Canis Maioris
Ferro	2,10	2,12	1,39	0,27	—0,81	—0,92	—2,74
Titanio	2,96	2,83	2,14	0,03	—0,89	—1,07	—2,06
Calcio	2,02	2,05	1,25	0,33	—0,91	—1,05	—2,76
Magnesio	1,96	1,88	1,65	0,12	—1,29	—1,28	—2,96
Manganese . . .	2,51	2,66	1,77	0,26	—1,21	—1,34	—2,60
Cromo	2,30	2,32	1,35	0,13	—0,75	—0,94	—2,83
Vanadio.	2,84	2,97	2,39	—0,02	—0,94	—0,70	—2,37
Scandio	2,96	3,06	2,38	—	—	—	—
Sodio	2,06	2,18	1,21	0,35	—0,99	—0,60	—1,86
Ferro ionizz . .	1,42	1,67	0,81	2,24	—0,90	0,24	—0,78
Titanio ionizz. .	1,36	1,61	1,07	1,91	0,80	—0,12	—1,31
Bario ionizz. .	1,60	1,73	0,80	1,17	0,29	—0,53	—1,94
Scandio ionizz.	1.58	1,30	1.24	1,98	1,01	—0,17	—1,45
Ittrio ionizz. . .	2,79	2,06	1,12	2,21	0,89	0,08	—

Sebbene gli astri esaminati siano ancora pochissimi, la tabella ora riportata mostra un fatto degno di molta attenzione; e cioè che nelle stelle supergiganti di tipo *c* (α Orionis, α Scorpii, γ Cygni) la quantità di vapori metallici contenuti nell'atmosfera, è relativamente circa cento volte

---

e « Astroph. Journ. », Vol. LXVIII) Cfr. anche STRUVE e C. HIGGS: *The stellar calcium lines in spectral types A and B*, in « Astroph. Journ. » Vol. LXX (1929).

più abbondante che nel Sole. Invece in Sirio (tipo *A0*) la quantità di vapori metallici è relativamente molto minore che nel Sole, forse — come suppone il Russell — perchè l'atmosfera di Sirio è prevalentemente idrogenica.

Analogamente C. PAYNE [1], servendosi delle righe di ultima visibilità, ha dato il seguente specchietto sopra la percentuale media degli elementi nell'atmosfera stellare, ponendola anche in confronto con la composizione della crosta terrestre secondo CLARKE [2]. Ad evitare equivoci, notiamo però che occorre ben distinguere tra *percentuale atomica* (numero degli atomi appartenenti ad un dato elemento, sopra cento atomi dell'atmosfera stellare) e *percentuale ponderale* (peso dell'elemento su cento grammi di atmosfera stellare) e che dalla prima si passa immediatamente alla seconda moltiplicando per i pesi atomici e riducendo in parti proporzionali.

TABELLA

ELEMENTO	ATMOSFERA STELLARE		CROSTA TERRESTRE	
	Perc. atom.	Perc. pond.	Perc. atom.	Perc. pond.
Ossigeno	45 %	42,5 %	54,9 %	49.1 %
Silicio.	6 %	9,5 %	16,2 %	25,7 %
Alluminio	5 %	7,6 %	4,9 %	7,5 %
Sodio	6 %	7,8 %	2,0 %	2,6 %
Calcio	3 %	6,8 %	1,5 %	3,4 %
Ferro	2,5 %	7,8 %	1,5 %	4,7 %

Questa tabella modifica i risultati dati precedentemente dalla medesima C. PAYNE [3]; ma in ogni caso occorre tener presente — come del resto dichiara la stessa autrice — che si tratta di dati ancora incertissimi, destinati soltanto a

---

[1] Cfr. C. PAYNE: *Oxigen in Stellar Atmospheres*, in « Harv. Coll. Obs. Bull. », 835.

[2] Cfr. F. CLARKE: *Data of Geochemistry*, in « Geol. Sur. Bull. U. S. », 35 (1920).

[3] Cfr. C. PAYNE: *Stellar Atmospheres*, pag. 187; id.: *The measurements of the intensity of spectrum lines*, in « Harv. Circ », 302.

costituire un primo saggio sopra un argomento che, per la sua importanza, dovrà formare oggetto di numerosi studi da parte degli astronomi futuri.

Termineremo osservando che il RUSSELL, in una sua recentissima memoria [1], ha dato invece la seguente composizione *volumetrica* dell'atmosfera del Sole:

H	60 parti	O . . .	2 parti	Elettroni liberi	0,8 parti
He	2 »	Metalli	1 parte		

Inoltre il 95 % della massa metallica, sarebbe costituita dai sei elementi: *Na, Mg, Si, K, Ca, Fe* [2].

---

[1] Cfr. RUSSELL: *On the composition of the Sun's atmosphere,* in « Astroph. Journ. », Vol. LXX (1929). Come appare dalla tabella, il RUSSELL conclude osservando che: *the abundance of hydrogen in the Sun's atmosphere is almost incredibly great!*

[2] Il sodio quindi costituirebbe circa un centesimo dell'atmosfera solare, ciò che è in accordo con quanto abbiamo visto (n. 145) e cioè che il numero totale degli atomi insistenti sopra un cm^2 della fotosfera del Sole è dell'ordine di 10^{20}, mentre quello dei soli atomi di sodio è dell'ordine di 10^{18}.

Capitolo Quarto

Le sorgenti dell'energia stellare e la trasformazione della materia in energia.

153. Generalità. Fino a qui ci siamo occupati dei tipi spettrali, dei diametri, della temperatura effettiva, della luminosità e dell' atmosfera delle stelle e cioè di quei caratteri che si ricollegano, per così dire, con la *costituzione esterna* degli astri. Per completare le ricerche, ci occorre ora di studiare la *costituzione interna* delle stelle e di esaminare se i risultati, a cui saremo condotti, possano fornirci una spiegazione dell' evoluzione degli astri attraverso i vari tipi spettroscopici ed attraverso la duplice fase di stelle giganti e di stelle nane.

Ma, prima di entrare in questo campo, ci sembra utile di studiare due questioni preliminari di grande importanza, la cui soluzione servirà anche ad illuminarci nelle successive ricerche. E cioè:

1) Come già sappiamo, le stelle sono globi di colossali dimensioni ad altissima temperatura e racchiudono quindi, nel loro interno, un' immensa provvista di energia calorifica. Qual' è la causa da cui deriva tanto calore?

2) Come vedremo, la vita delle stelle si misura a trilioni di anni e, durante tutto questo periodo, gli astri irradiano nello spazio un' enorme quantità di energia sotto forma di luce e calore. Tale energia irradiata è dovuta soltanto all' altissima temperatura dell' interno dell' astro, oppure vi sono altre cause, altre sorgenti di rifornimento?

Per rispondere a tali questioni con la maggiore sicurezza possibile, è opportuno di esaminare l' astro più vicino a noi e che meglio conosciamo: il Sole.

154. L'irradiazione del Sole. La quantità di energia che il Sole irradia si misura per mezzo di alcuni strumenti, detti *Piroeliometri* (Πῦρ = fuoco, calore: ἥλιος = Sole, μέτρον = misura).

I tipi più antichi, dovuti principalmente al POUILLET, consistevano essenzialmente in un recipiente annerito *V* dentro cui si poneva una data quantità di acqua distillata, esponendolo poi, per un determinato tempo, ai raggi del Sole. Un termometro indicava l'incremento di temperatura dell'acqua, e da ciò era facile dedurre la quantità di calore ricevuta dal recipiente, durante la sua esposizione alle radiazioni solari.

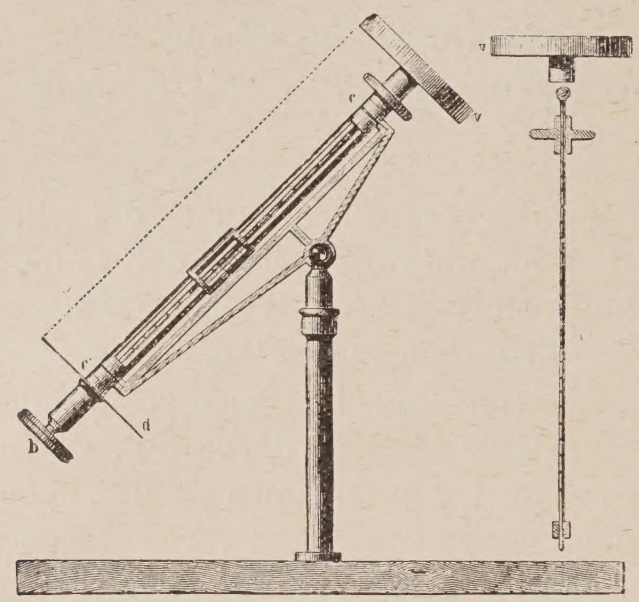


Fig. 137.
Antico piroeliometro del POUILLET.

Tali tipi sono oggi generalmente abbandonati, perchè troppo grossolani, e sostituiti dai moderni piroeliometri elettrici. Tra questi i più semplici (p. es. quello Kipp dell'Osservatorio del Campidoglio) sono formati da un recipiente cilindrico annerito nell'interno e con un foro in una delle basi; recipiente che si espone al Sole, in modo che la base su cui è il foro venga colpita normalmente dai raggi solari, onde avere il massimo flusso di energia attraverso il foro stesso.

Ora, come è facile comprendere, l'interno del recipiente funziona, presso a poco, come un corpo nero ideale e cioè assorbe tutte le radiazioni che vi entrano; e ciò, sia perchè le pareti interne sono annerite, sia perchè quelle radiazioni, che eventualmente venissero rimandate da una parete, vengono a cadere sopra un'altra parete e solo in piccolissima parte possono ritrovare il foro d'uscita. L'energia, così

assorbita, viene comunicata ad una pila termoelettrica di Moll e la corrente che si genera è misurata da un milliamperometro di precisione. Si tara l'apparecchio in laboratorio, per mezzo di sorgenti calorifiche d'intensità conosciuta [1].

In tal modo, dalla discussione delle osservazioni [2] fatte dal 1902 al 1924 e dopo aver corretto il risultato dall'assorbimento esercitato dall'atmosfera terrestre (n. 71 e ss.), si è trovato che *il Sole invia in un minuto primo, sopra un centimetro quadrato di superficie esposta normalmente, alla distanza media della Terra, una quantità di calore equivalente a* 1,937 *calorie-grammi.* Questo numero è stato chiamato dagli astronomi col nome di *costante solare*, sebbene, in realtà, esso sembri soggetto a piccole variazioni periodiche che potrebbero essere collegate col ciclo undecennale delle macchie del Sole [3].

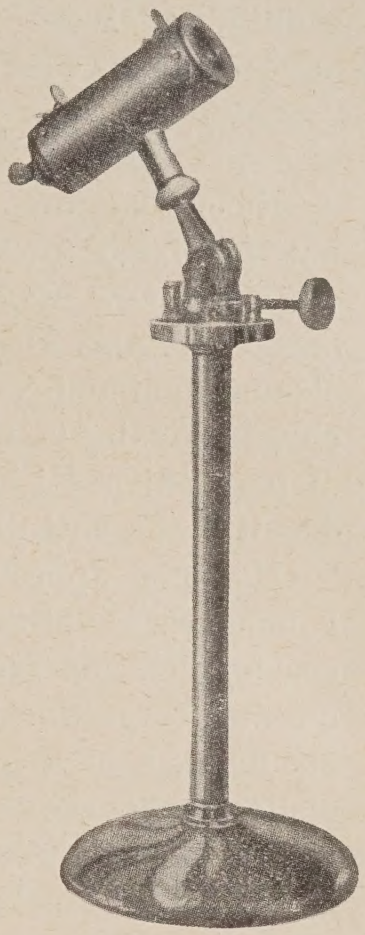


Fig. 138.
Moderno piroeliometro Kipp a pila termoelettrica, usato nel R. Osservatorio del Campidoglio.

Ciò posto, è facile calcolare il flusso totale φ di energia che il Sole irradia in ogni minuto; basta immaginare una sfera avente per centro il Sole e per raggio R la distanza della Terra dal Sole, trovare la superficie di tale sfera in cm^2 e moltiplicarla per 1,937. Es-

---

(1) Cfr. anche Amerio: *Ricerche sullo spettro e sulla temperatura solare*, in « Atti R. Acc. dei Lincei », 1914.

(2) Cfr. W. Bernheimer: *Strahlung und temperatur der Sonne*, in « Handbuch der Astrophysik », Bd. IV. In proposito, sarà inutile ricordare che la caloria-grammo (o piccola caloria) è la quantità di calore necessaria per innalzare di un grado centigrado un grammo di acqua distillata. Tradotta in lavoro, una piccola caloria equivale a $4{,}184.10^7$ ergs.

(3) Dalle misure eseguite ogni giorno, a cominciare dal 1876, dal R. Osservatorio Astronomico del Campidoglio, a Roma, sembra che anche il diametro del Sole sia soggetto a lievissime oscillazioni periodiche, che

sendo $R = 149.500.000$ km. — e cioè 1495.10^{10} cm. — si ha immediatamente:

$$\varphi = 1,937.4\pi.1495^2.10^{20}$$

e quindi il flusso Φ di energia che il Sole irradia in un anno giuliano sarà:

$$\Phi = 365,25.24.60.\varphi = 2,88.10^{33} \text{ calorie-grammi.}$$

Ricordando ora che la massa del Sole è di circa $1,9.10^{33}$ gr., noi possiamo affermare che, *in media, ogni grammo di materia solare irradia, in cifra tonda, una piccola caloria e mezzo all'anno.* E quindi, poichè la capacità calorifica degli elementi chimici è, in generale, inferiore all' unità, ne segue che, in media, la temperatura del Sole dovrebbe diminuire di parecchi gradi ogni anno, se l' astro non venisse rifornito da altre sorgenti di energia.

Ma, per approfondire la questione e valutare meglio l' immensa quantità di energia che il Sole ha irradiato nello spazio, occorre fare un passo innanzi ed esaminare da quanto tempo duri la vita dell'astro. In proposito abbiamo già detto, e lo vedremo meglio in seguito, come la vita delle stelle si misuri in trilioni di anni; ma, nel caso del Sole, il problema può essere studiato più accuratamente, giacchè qui, oltre alla scienza dei Cieli, viene in nostro soccorso anche la scienza della Terra: la Geologia.

È chiaro infatti che il Sole doveva necessariamente esistere ed irradiare il suo calore nello spazio, quando la vita comparve sul globo terrestre. Esaminando dunque le prime traccie vitali, conservate negli avanzi fossili degli strati geologici, e cercando di determinare l' età a cui rimontano, noi troveremo un limite minimo per la durata dell' irradiazione solare. E di ciò passiamo ora ad occuparci.

---

potrebbero essere connesse col ciclo delle macchie e con le piccole variazioni della costante solare. Per studiare questo punto, di grande importanza nella fisica solare, l' Osservatorio del Campidoglio ha iniziato una serie quotidiana di misure piroeliometriche della costante solare. Cfr. in proposito G. Armellini, in « Rend. R. Acc. Lincei », 1924, II, fasc. 9; 1925, II, fasc. 9; 1927, I, fasc. 3; 1928, I, fasc. 12.

154bis. L'età degli strati geologici. Come è noto, il globo terrestre sembra costituito da un nucleo interno, chiamato oggi col nome di « *Nife* » perchè composto prevalentemente di nichelio e di ferro. Sopra tale nucleo si stendono strati siliceo-magnesiaci e siliceo-alluminosi — detti oggi « *Sima* » e « *Sial* » — ed infine abbiamo gli *strati sedimentari* nei quali appaiono le prime traccie di vita. Secondo i geologi [1] questi strati, contenenti fossili di piante e animali, possono suddividersi in quattro grandi categorie o epoche, che sono:

1) L'epoca primaria o paleozoica (παλαιὸς = antico, ζῷον = animale).

2) L'epoca secondaria o mesozoica (μέσος = medio, ζῷον = animale).

3) L'epoca terziaria o cenozoica (καίνος = recente, ζῷον = animale).

4) L'epoca quaternaria o antropozoica (ἄνθρωπος = uomo).

Il gruppo dei *terreni paleozoici* appare sviluppatissimo, raggiungendo anche 15000 metri di spessore. I fossili, che vi sono contenuti, mostrano una flora composta specialmente di *crittogame* e cioè di piante senza fiore completo, come conifere, felci e licopodiacee (p. es. la Sigillaria); piante che spesso raggiungevano enormi dimensioni, come vediamo dai grandi banchi di carbone fossile, tanto utili all'industria moderna. Si crede anzi che questo enorme sviluppo della vegetazione, in quell'epoca antichissima, fosse dovuto al clima caldo ed umido ed alla notevole quantità di anidride carbonica contenuta allora nell'atmosfera terrestre. Quanto alla fauna, essa si limitava a vermi, molluschi, rettili e pesci.

L'*era mesozoica* segna per il nostro globo un periodo di calma, in opposizione alla grande attività vulcanica del-

---

[1] Sarebbe fuor di luogo il far lunghe citazioni, in una questione che solo indirettamente riguarda l'Astronomia. Tra i buoni trattati di geologia, che più direttamente s'interessano della costituzione geologica italiana, ricordiamo solo quello del PARONA (Milano, Vallardi) che, tra gli altri pregi, ha anche quello di una limpidissima esposizione.

l'epoca paleozoica. Il clima si fa più vario, di regione in regione; appaiono le piante *fanerogame* o con fiore completo (monocotiledoni e dicotiledoni), appaiono i mammiferi inferiori (marsupiali) e i primi uccelli (p. es. l'Archeopterix), mentre abbondano i molluschi cefalopodi (p. es. le ammoniti) ed i rettili raggiungono spesse forme gigantesche (ittiosauri, plesiosauri, dinosauri ecc).

Nell'*era cenozoica* si ridesta il vulcanismo terrestre, si sollevano le Alpi, gli Appennini, i Carpazi, i Pirenei, l'Himalaia e le Ande, mentre si sviluppano i mammiferi superiori e gli uccelli perdono i denti, di cui erano forniti, ed assumono la forma attuale. Infine, nell'epoca quaternaria, vediamo apparire l'uomo, capolavoro della creazione.

Ma qual'è l'intervallo di tempo che ci separa dagli inizi dell'epoca paleozoica?

Tenendo presente l'enorme spessore degli strati sedimentari e calcolando la quantità di sedimento che può formarsi ogni anno, i geologi erano giunti alla cifra di parecchie centinaia di milioni di anni. E tale cifra era appoggiata da altre considerazioni, fondate sopra le modificazioni subite dalla crosta terrestre a causa del lavoro di erosione delle acque e degli agenti atmosferici. Così p. es., per limitarci all'Europa, noi vediamo sorgere alla fine dell'epoca paleozoica — e cioè quando la vita esisteva già da milioni di anni sopra la Terra — una catena di montagne parallele alle Alpi, la « *Catena Caledoniana* »; poi essa viene erosa e sparisce. In seguito sorge la « *Catena Erciniana* » che viene anche essa erosa e quindi segue il lungo e calmo periodo mesozoico, fino a che, nel periodo cenozoico, si formano le *Alpi!*

Se pensiamo dunque alla lentezza dei sollevamenti bradisismici e se ricordiamo che, secondo i calcoli dei geologi, occorrerebbero circa 27 milioni di anni per erodere le Alpi, possiamo concludere che, dall'epoca paleozoica ai nostri giorni, sono trascorse varie centinaia di milioni di anni, in buon accordo con quanto si ricava dallo spessore degli strati sedimentari.

Ma a questi metodi di larga stima se ne è aggiunto

modernamente uno assai più preciso, il quale si fonda sopra le trasformazioni che subiscono spontaneamente gli elementi radioattivi [1], e che ora passiamo ad esporre.

Come è noto dalla fisica, l'uranio si trasforma lentamente in elio e radio e quindi in piombo ed anzi, se indichiamo con r il rapporto $\frac{Pb}{U}$ tra il peso dell'uranio U e quello del piombo Pb prodotto in T milioni di anni si ha con approssimazione:

$$T = 7400r \tag{263}$$

ed una formula analoga vale anche per il torio che subisce una simile trasformazione. In tal modo — come scrive argutamente l'HOLMES — *un cristallo di uranio o di torio, racchiuso in una roccia, può essere paragonato ad un orologio naturale che registri automaticamente il tempo.*

Con questo procedimento e con l'esame di molte roccie sedimentarie, si è trovato che i primordi dell'era paleozoica rimontano almeno a mille milioni di anni fa, donde segue che *ogni grammo di materia solare ha già irradiato nello spazio almeno un miliardo e mezzo di piccole calorie.*

Tale risultato appare così straordinario e così interessante, che obbliga gli astronomi a ricercare le cause di questo maraviglioso potere irradiante del Sole e delle stelle e ad esaminare se le teorie classiche siano atte, o no, a darne una spiegazione adeguata.

155. Ipotesi di Mayer e di Helmholtz. Cominciamo ad osservare che i risultati a cui siamo ora giunti fanno escludere, senz'altro, l'ipotesi che il calore solare, e quello delle stelle, sia dovuto a combustione propriamente detta o, più generalmente, a combinazioni chimiche. Basta pensare che un grammo di carbone fossile, bruciando completamente, può produrre circa 8000 piccole calorie e cioè appena la

---

[1] Per maggiori notizie sopra questo argomento cfr. tre articoli di HOLMES: *The problem of geological time*, in « Scientia », Vol. XLII e XLIII (1927 e 1928).

duecentomillesima parte del calore che ha già irradiato ogni grammo di materia solare. Occorreva dunque avanzare altre ipotesi e, a questo proposito, R. MAYER e W. THOMSON supposero che l'irradiazione solare fosse mantenuta dal calore generato dalla caduta degli aereoliti sul Sole, mentre HELMHOLTZ emise la teoria — rimasta classica — che tale calore fosse dovuto al lavoro gravitazionale che si produce nella lenta contrazione del globo solare.

Esaminiamo brevemente le due ipotesi, cominciando dalla seconda che è la più importante e la più diffusa ([1]).

Indicando con M la massa di una sfera omogenea, con R il suo raggio e con f il coefficiente attrattivo, la meccanica insegna che l'energia potenziale gravitazionale, o « *autopotenziale* » V della sfera stessa, è data da: ([2])

$$V = \frac{3M^2 f}{5R}. \tag{264}$$

([1]) Per maggiori dettagli su questi argomenti cfr. H. POINCARÉ: *Leçons sur les hypothèses cosmogoniques*, pag. 191 e ss. (Paris, Hermann, 1913). Cfr. anche MOULTON-FENDER: *Einführung in die Himmelsmechanik*, pag. 55 e ss. (Leipzig, Teubner, 1927).

([2]) Ricordiamo dalla meccanica che il potenziale gravitazionale, o potenziale newtoniano, U, che un corpo esercita in un punto P è dato da:

$$U = f\int \frac{dm}{r} \tag{1}$$

dove r indica la distanza dell'elemento di massa dm dal punto « potenziato » P. Si sa inoltre che la derivata di U secondo una direzione qualsiasi s è eguale alla componente, secondo s, dell'attrazione esercitata dal corpo sul punto P.

Supponiamo ora che il corpo sia una sfera omogenea S di massa M, di densità ρ e di raggio R e che il punto P si trovi nell'interno della sfera stessa, a distanza λ dal centro.

Per determinare il valore U in questo caso semplicissimo, cominciamo a tracciare una superficie sferica di centro O e raggio λ, superficie che dividerà S in una crosta esterna di spessore $R - \lambda$ ed in un nucleo interno di raggio λ. Come è noto, la crosta esterna non esercita nessuna attrazione sul punto P, mentre il nucleo interno attrae P come se tutta la massa nucleare μ fosse concentrata nel centro O.

Ne segue che in realtà P sarà attratto da una forza A diretta verso O

Se dunque il Sole si è contratto in modo che il suo raggio sia passato dal valore antico R_0 al valore attuale R_1, l'energia W messa in libertà sarà:

$$W = \frac{3M^2 f}{5}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_0}\right). \tag{265}$$

---

ed uguale a:

$$A = -\frac{f}{\lambda^2}\mu = -\frac{f}{\lambda^2}\cdot\frac{4}{3}\pi\rho\lambda^3 = -\frac{4}{3}\pi f\rho\lambda. \tag{2}$$

D'altra parte, a cagione della simmetria intorno al centro O, il potenziale U è funzione soltanto di λ, onde si ha:

$$A = \frac{dU}{d\lambda} = -\frac{4}{3}\pi f\rho\lambda \tag{3}$$

e quindi integrando:

$$U(\lambda) = -\frac{2}{3}\pi f\rho\lambda^2 + C \tag{4}$$

dove C è una costante arbitraria.

Ora se P è situato sopra la superficie della sfera S — e cioè se si ha $R = \lambda$ — il potenziale U è eguale a ciò che si avrebbe se tutta la massa della sfera S fosse riunita nel centro O, vale a dire è eguale a $f\frac{M}{R}$. Avremo dunque per la (4):

$$U(R) = -\frac{2}{3}\pi f\rho R^2 + C = f\frac{M}{R} = \frac{4}{3}\pi f\rho R^2 \tag{5}$$

onde risulta:

$$C = 2\pi f\rho R^2 \tag{6}$$

e quindi la (4) diviene:

$$U(\lambda) = \frac{2}{3}\pi f\rho(3R^2 - \lambda^2). \tag{7}$$

D'altra parte, essendo M la massa totale della sfera S, si ha immediatamente:

$$\frac{2}{3}\pi\rho = \frac{M}{2R^3} \tag{8}$$

e, in conseguenza, la (7) può scriversi sotto la forma:

$$U(\lambda) = Mf\left(\frac{3}{2R} - \frac{\lambda^2}{2R^3}\right) \tag{9}$$

che ci dà il potenziale newtoniano U di una sfera omogenea, in un punto interno P a distanza λ dal centro.

Supponendo dunque, per metterci nella migliore ipotesi, che il Sole nello stato iniziale avesse un raggio immensamente grande ($R_0 = \infty$) e chiamando con a il coefficiente di trasformazione del lavoro in calore, la quantità Q di calore

---

Premesso tutto ciò, ricordiamo che l'energia potenziale gravitazionale, o « autopotenziale » V di un corpo, è data da:

$$V = \frac{1}{2} f \int \frac{dm\, dm'}{r}, \tag{10}$$

dove dm e dm' sono due elementi qualsiasi della massa del corpo ed r la distanza che li separa. Fisicamente V esprime il lavoro effettuato dalla forza di gravitazione per portare tutti gli elementi, di cui è formato il corpo, nella posizione che essi hanno attualmente, supponendo che originariamente si trovassero a distanza infinita gli uni dagli altri.

Ora, servendoci della (1), la (10) si riduce a:

$$V = \frac{1}{2} \int U dm \tag{11}$$

e quindi, nel caso di una sfera omogenea, si ha:

$$V = \frac{Mf}{4} \int \left(\frac{3}{R} - \frac{\lambda^2}{R^3} \right) dm\,. \tag{12}$$

Ma, prendendo come elemento dm la massa infinitesima dello strato racchiuso tra le due superfici sferiche concentriche di raggio λ e $\lambda + d\lambda$, si ha:

$$dm = 4\pi\rho\lambda^2 d\lambda \tag{13}$$

onde la (12) diviene:

$$V = Mf\pi\rho \int \left(\frac{3\lambda^2}{R} - \frac{\lambda^4}{R^3} \right) d\lambda\,. \tag{14}$$

Eseguendo l'integrazione, estesa a tutta la sfera, e cioè da $\lambda = 0$ a $\lambda = R$, si ha:

$$V = Mf\pi\rho \left[\frac{\lambda^3}{R} - \frac{\lambda^5}{5R^3} \right]_0^R = \frac{4}{5} Mf\pi\rho R^2 \tag{15}$$

la quale, eliminando ρ per mezzo della (8), si riduce a:

$$V = \frac{3M^2 f}{5R} \tag{16}$$

che coincide con la (264) del testo.

che il Sole può avere irradiata fin dalla sua origine sarà:

$$Q = \frac{3M^2fa}{5R_1} \tag{266}$$

e quindi la quantità di calore q irradiata per unità di massa sarà:

$$q = \frac{Q}{M} = \frac{3Mfa}{5R_1}. \tag{267}$$

Ora nel sistema C. G. S. si ha $M = 1{,}9.10^{33}$ grammi, $R_1 = 695000$ km. $= 695.10^8$ cm., $f = 6{,}66.10^{-8}$, mentre a — e cioè il numero di piccole calorie equivalenti al lavoro di un erg — è eguale a $2{,}39.10^{-8}$. Ne risulta quindi:

$$q = \frac{3.1{,}9.10^{33}.6{,}66.10^{-8}.2{,}39.10^{-8}}{5.695.10^8} = 2{,}62.10^7 \text{ piccole calorie} \tag{268}$$

vale a dire, poichè ogni grammo di materia solare irradia annualmente 1,5 piccole calorie, *il Sole, nell'ipotesi di Helmholtz, avrebbe potuto mantenersi per circa venti milioni di anni.*

Supponendo il globo solare non omogeneo, questo intervallo di tempo può essere accresciuto, ma è difficile superare i 50 milioni di anni [1] e cioè una durata che è ancora estremamente breve rispetto al miliardo di anni di cui parlavamo poco fa. Possiamo dunque concludere che l'ipotesi di Helmholtz appare assolutamente *inadeguata* alla spiegazione dei fatti.

D'altra parte l'ipotesi di Mayer e Thomson, o ipotesi meteoritica, si presenta anche essa egualmente inadeguata. Infatti, supponendo anche che tutta la massa solare sia stata formata dalla caduta di meteoriti e che tutti questi meteoriti siano provenuti da distanze infinitamente grandi, la quantità di energia raccolta sarebbe eguale all'autopo-

---

[1] « En mettant les choses au mieux, le Soleil n'aurait donc pas, d'après la théorie de Helmholtz, illuminé la Terre pendant 50 millions d'années » (POINCARÉ, Op. cit., pag. 202).

tenziale V, ciò che ci riconduce alle identiche conclusioni di poco fa. Inoltre l'ipotesi meteoritica, in confronto con quella di Helmholtz, presenta l'inconveniente di richiedere un incremento continuo della massa del Sole, cosa che altererebbe i tempi di rivoluzione dei pianeti in misura tale da non poter sfuggire alle osservazioni astronomiche [1]. Questa difficoltà è anzi così grave che costrinse lo stesso Thomson ad abbandonare la sua ipotesi e ad abbracciare quella di Helmholtz.

Per essere completi, dobbiamo aggiungere che recentemente si è tentato di rimediare all'insufficienza delle teorie di Helmholtz e di Mayer, supponendo che il calore solare sia parzialmente dovuto alla disintegrazione del radio. Ma, per giungere ad una durata di qualche miliardo di anni, occorrerebbe supporre che il Sole e le stelle fossero in gran parte composte di radio; ipotesi, non solo gratuita, ma veramente strana e tanto più strana quando si ricordi (n. 149) che il radio non è stato nemmeno rinvenuto con certezza negli spettri dei corpi celesti.

156. Ipotesi dello spazio ellittico. Un'altra ipotesi, radicalmente diversa ed assai seducente, è quella dello « spazio ellittico ». Su di essa ci fermeremo un momento, anche perchè involge dei concetti fondamentali su cui ci occorrerà di tornare nel Vol. III e che debbono essere ben conosciuti dagli studiosi dell'astronomia siderale moderna [2].

A tale proposito cominciamo col ricordare che, scientificamente, la linea retta può definirsi come la *geodetica dello spazio*, e cioè come quella linea che segna il cammino più breve tra due punti qualsiansi A e B. Geometricamente però le proprietà della retta ci vengono date dall'intuizione

---

[1] Cfr. Poincaré, op. cit., pag. 194.

[2] I lettori desiderosi di approfondire queste nozioni potranno consultare in proposito il limpido e sintetico compendio di H. Liebmann: *Nichteuklidische Geometrie* (Walter De Gruyter, Berlin, 1923). Cfr. anche E. Pascal: *Repertorio di Matematiche Superiori*. Vol. II (Hoepli Milano, 1900).

fisica la quale insegna che, data una retta r ed un punto P fuori di essa, da P può condursi una ed una sola parallela alla r. Questa proprietà coincide essenzialmente col « Postulato V » di Euclide e, una volta ammessa, conduce all'ordinaria geometria, o « Geometria Euclidea ».

Occorre però considerare che la nostra intuizione fisica si fonda sopra le percezioni dei sensi i quali, a loro volta, possono esaminare soltanto gli enti di grandezza finita: p. es. un segmento di retta o una porzione di piano, ma non già la retta o il piano. Quando dunque la nostra intuizione si trova costretta a passare dal finito all'infinito — p. es., dal segmento di retta alla linea retta — essa deve eseguire una estrapolazione, ciò che porta con sè dei facili errori.

È dunque assai logico il procedimento dei matematici moderni [1] i quali, nel porre i fondamenti della geometria, esaminano tutte le ipotesi possibili, e cioè:

a) Da un punto esterno P si può condurre una ed una sola parallela ad una retta qualsiasi r.

b) Da P non si può condurre nessuna parallela alla r.

c) Da P può condursi più di una parallela alla r.

Ora, come dicemmo, nel primo caso si ha l'ordinaria geometria di Euclide, mentre nei due casi *b*) e *c*) si ottengono altre geometrie, che i moderni chiamano rispettivamente con i nomi di « Geometria ellittica » e « Geometria iperbolica » e su cui torneremo nel Vol. III a proposito della costituzione dell'Universo. Intanto diciamo solo che, *nel caso della Geometria ellittica* (ipotesi *b*), si dimostra che *la linea retta*, o geodetica dello spazio, *ha una lunghezza finita onde un mobile che si muove in linea retta, senza mai retrocedere, torna infine al punto di partenza.*

Ne segue che, *se noi supponiamo vera la Geometria ellittica, ogni raggio di luce partito dal Sole torna sul Sole stesso*, a meno che non sia arrestato, nel suo cammino, da qualche corpo opaco. Ammessa dunque la geometria ellittica, l'energia

---

[1] Per un'ampia discussione cfr. in proposito F. Enriques: *Questioni riguardanti le matematiche elementari.* (Zanichelli, Bologna).

irradiata dal Sole, o dalle stelle, verrebbe loro restituita automaticamente e sarebbe quindi ben facile di risolvere il problema che ci occupa.

Questa soluzione, come si vede, sembra a prima vista, veramente seducente; v'è però una difficoltà che le toglie, senza altro, ogni valore. Ed ecco di che si tratta.

Immaginiamo, nello spazio, un punto luminoso L e, prendendo per vertice L, costruiamo il cono C circoscritto alla

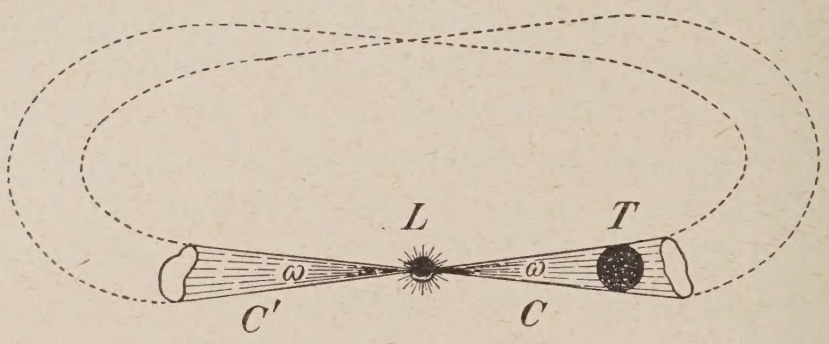


Fig. 139.

Terra. Come è evidente, tale cono delimiterà l'emisfero terrestre in cui è visibile L e l'angolo solido ω al vertice del cono misurerà il flusso luminoso che questo emisfero terrestre riceve dal punto L.

Ciò premesso, prendendo sempre per vertice L, costruiamo il cono C' opposto a C. Allora, poichè le generatrici di C' non sono altro che i prolungamenti delle generatrici di C è evidente che — se la linea retta è chiusa in se stessa — C' verrà a raccordarsi con C e toccherà la Terra lungo la stessa linea di contatto in cui la tocca C. Potremo dunque concludere che il punto L manderà sopra un emisfero terrestre il flusso di luce contenuto in C, mentre manderà sopra l'emisfero opposto il flusso di luce contenuto in C'. Ma i due coni hanno identica apertura, essendo opposti al vertice; dunque i due emisferi terrestri riceveranno la stessa quantità di luce da L.

Riassumendo, nell'ipotesi della Geometria ellittica — e supponendo che non vi sia nessun ostacolo al cammino dei raggi luminosi — l'emisfero terrestre opposto al Sole

dovrebbe ricevere complessivamente la stessa quantità di luce dell'altro emisfero, vale a dire la notte dovrebbe essere luminosa come il giorno.

Ora ognuno vede quanto questa conclusione si discosti dalla realtà; dobbiamo dunque abbandonare l'ipotesi geometrica da cui siamo partiti, oppure dobbiamo ammettere che, per ostacolo di corpi opachi, per assorbimento di mezzi materiali, di pulviscolo cosmico ecc., i raggi luminosi partiti dal Sole non possano praticamente tornare sul Sole stesso. Nell'un caso e nell'altro, risulta che il Sole non ricupera l'energia irradiata e che quindi la spiegazione proposta non può essere mantenuta.

157. Trasformazione della massa in energia. Esaurito inutilmente questo esame, non ci resta che un'unica via per spiegare l'origine dell'irradiazione stellare, e cioè il ricorrere alla grande teoria fisica moderna sopra la trasformazione della materia in energia.

Questa spiegazione era stata proposta dal JEANS [1] fin dal 1904 e sostenuta quindi da EINSTEIN, nel 1905, come una conseguenza della Teoria di Relatività; in seguito fu ripresa dal PERRIN [2] in forma più precisa e l'EDDINGTON la pose a base della nuova teoria sopra la costituzione interna e l'evoluzione degli astri. Vediamo sopra quali concetti essa venga fondata.

Immaginiamo, a tal fine, un atomo e supponiamo che, per una ragione qualsiasi, gli elettroni esterni vengano a precipitarsi sul nucleo centrale. Poichè la carica negativa degli elettroni è eguale e contraria (n. 77) a quella positiva del nucleo, è chiaro che le due cariche si elideranno a vicenda e quindi — una volta ammessa la natura elettrica della materia — l'atomo resterà annichilito. D'altra parte, dall'incontro degli elettroni col nucleo avrà origine un treno d'onde eteree che trasporterà nello spazio una certa

---

(1) Cfr. « The Nature », Vol. LXX, pag. 101, (1904).

(2) Cfr. « Annales de Physique », Vol. II, pag. 89, (1919).

quantità di energia, onde sinteticamente potremo ben dire che l'atomo materiale si è trasformato in energia.

Più precisamente, la fisica insegna che se M è la massa materiale che si annichila ed E è l'energia prodotta, vale la relazione:

$$E = Mc^2 \tag{269}$$

dove c è la velocità della luce. In pratica, adottando il sistema C. G. S. si ha $c = 3.10^{10}$ e quindi, *per ogni grammo di materia che si annichila, si produce un'energia equivalente a* 9.10^{20} *ergs e cioè a* $2.15.10^{13}$ *piccole calorie.*

Ora, come già abbiamo visto, ogni grammo di materia solare irradia in media 1, 6 piccole calorie all'anno; ne segue che, se tutta la massa solare si trasformasse in energia, il Sole potrebbe durare, al tasso attuale, per altri 15 trilioni di anni circa.

Ma v'è un altro processo, che permette alla materia di trasformarsi in energia: processo forse più comune e che si riconnette con l'origine dei diversi elementi della natura. *L'osservazione mostra infatti che quando elementi più semplici (atomi d'idrogeno o di elio) si uniscono per formare elementi più complessi (ferro, silicio ecc.), si perde generalmente una piccola parte della massa risultante (spesso circa* 1/130*), ciò che può spiegarsi soltanto ammettendo che essa si sia trasformata in energia.*

Secondo Aston [1] ciò dipende dal fatto che, riunendosi più protoni ed elettroni per formare il nucleo di un atomo complesso, i loro campi magnetici vengono ad interferire così strettamente che una parte della loro massa è distrutta. In proposito l'esempio più conosciuto è dato dalla formazione di un atomo di elio dalla riunione di quattro atomi d'idrogeno; infatti, mentre ciascuno di questi ha un peso atomico di 1,008, l'atomo di elio che ne risulta [2] ha un peso eguale

---

[1] Cfr. Aston: « Proc. Royal Society », Vol. CXV, pag. 487, (1927).

[2] Sarà inutile ricordare che l'atomo d'idrogeno si compone di un protone e di un elettrone, mentre l'atomo di elio si compone di quattro protoni e di quattro elettroni e dovrebbe quindi avere peso quadruplo di quello idrogenico, se una parte della materia non si trasformasse in energia.

a 4,000 onde, per ogni quattro grammi di elio che si forma, si ha una perdita di materia di 32 milligrammi.

Giunti a questo punto, si presentano naturalmente alcune domande. Con quale rapidità avviene questa trasformazione della materia in energia? Dipende essa, o no, dalla natura chimica dell' elemento, dalla pressione e dalla temperatura? E, in caso affermativo, quale è la legge che regola tale dipendenza?

Purtroppo lo stato attuale delle nostre conoscenze scientifiche, ancora così scarse innanzi all' immensità della natura, non permette una risposta a tali questioni che occuperanno certamente gli astronomi ed i fisici delle future generazioni. Ma possiamo dire che, fin da ora, sembra innegabile che esista una qualche dipendenza tra la rapidità con cui la materia si trasforma in energia e la pressione e la temperatura a cui la materia stessa è sottoposta. Basta osservare che, nel caso opposto, la materia terrestre dovrebbe irradiare come quella solare [1], ciò che trasformerebbe la Terra e i pianeti in tanti piccoli Soli.

Del resto, esaminando alcune stelle e confrontando il numero q di piccole calorie irradiato annualmente da un grammo di materia in esse contenuto col tipo spettrale Sp e con la massa totale μ, otteniamo la seguente [2]:

TABELLA

Stella	Sp	μ	q	Stella	Sp	μ	q
V Puppis (*A*)	*B1p*	19,2	920-	Sole	*G0*	1,00	1,6
Capra (*A*) . .	*gG0*	4,2	40	α Centauri (*B*)	*K5*	0,97	0,8
Sirio (*A*) . .	*AG*	2,4	24	60 Kruger (*B*).	*M3*	0,20	0,02.

---

[1] Da un calcolo del Jeans risulta che, tenendo conto della temperatura della superficie terrestre, la velocità di trasformazione della materia terrestre in energia è almeno ventimila volte minore della velocità di trasformazione della materia solare. (Cfr. Jeans: *Astronomy and Cosmogony*, pag. 112; Cambridge, University Press, 1928).

[2] Cfr. Jeans, op. cit., pag. 125. Ricordiamo che con le lettere *A* e *B* s' indicano rispettivamente la stella principale e la stella satellite di un sistema binario.

Evidentemente per uno studio accurato — e noi ci auguriamo che venga eseguito al più presto — occorrerebbe esaminare alcune migliaia di stelle. Ma intanto questi primi saggi sembrano mostrare che la rapidità con cui la materia stellare si trasforma in energia cresce sia col crescere della pressione (e quindi della massa totale dell'astro) sia col crescere della temperatura; mentre, a pari condizioni, è più forte per le stelle giganti che per le nane. Inoltre il RUSSELL [1] ha avanzato *l'ipotesi che questa rapidità di trasformazione rimanga praticamente trascurabile fino a che non si è raggiunta una certa temperatura critica* Θ, che sembra aggirarsi sui 40.000.000 di gradi centigradi. Tale ipotesi, come vedremo tra breve, si presenta molto vantaggiosa per lo studio dell'evoluzione delle stelle ed anche per la genesi delle « Novae », ma si presta anche ad obbiezioni d'indole matematica [2].

158. Le " Radiazioni Cosmiche ". Lo studio della trasformazione della materia in energia sembra connettersi con alcune radiazioni estremamente penetranti e di lunghezza d'onda estremamente breve, che hanno ricevuto il nome di « Radiazioni Cosmiche » o « Radiazioni Penetranti ». E, poichè esse interessano non solo la fisica ma anche l'astronomia stellare, crediamo opportuno di darne un breve cenno.

Fin dai principî [3] del secolo XX, i fisici ELSTER,

---

[1] Cfr. H. RUSSELL in « Nature », 1925, August 8. Id. « Astronomy », Vol. II, Capit. XXVI.

[2] Per maggiori considerazioni sopra l'argomento cfr. JEANS: *Astronomy and Cosmogony*, pag. 122 e sg.

[3] Per maggiori notizie sopra le « radiazioni cosmiche » o « radiazioni penetranti » cfr. MILLIKAN: « Physical Review » XXVII, pag. 353 e 645; id. id., XXVIII, pag. 851; id. id., XXXI, pag. 163 e 921, (1928); id. « Nature », Vol. CXXI, n. 3036 (Supplement, 1928); HESS: « Zeitschrift für Physik », XLVIII, pag. 647 (1928); HOFFMANN: « Physikalische Zeitschrift », XXV, pag. 177; id. id., XXVI, pag. 40 e 669; id. XXVII, pag. 291; JALIS: « Zeitschrift für Physik », L, pag. 793; E. STONER « Nature », Vol. CXXII; E. STONER « Philosophical and Literary Society of Leeds » (1928), Dec., 4, dove l'autore cerca anche di stabilire, senza

GEITEL ecc. avevano trovato che l'aria contenuta in recipienti chiusi è sempre debolmente ionizzata, anche quando nel recipiente non vi sia nessuna traccia di sostanze radioattive. Tale ionizzazione doveva quindi attribuirsi ai raggi γ, provenienti dalle sostanze radioattive contenute nella crosta terrestre o nell'atmosfera, oppure era dovuta ad altre radiazioni di origine extra-terrestre. Analoghe osservazioni erano state fatte dal fisico italiano PACINI, con esperimenti eseguiti sul lago di Bracciano — presso Roma — nell'estate del 1911.

Ora si trovò che la ionizzazione dell'aria, contenuta nei recipienti, continuava ad osservarsi anche quando si ostacolava l'ingresso dei raggi γ circondando il recipiente stesso con uno strato di piombo di grande spessore. D'altra parte HESS, servendosi di palloni-sonda, mostrò nel 1911-12 che, a cinque mila metri di altezza, la ionizzazione è molto superiore a quella che si ha operando alla superficie terrestre e queste esperienze furono confermate nel 1922-23 dall'americano MILLIKAN, che le spinse fino a 15500 metri di altezza.

Venne così stabilita l'esistenza di radiazioni sconosciute, provenienti dall'alto e diverse dai raggi γ; il MILLIKAN diede loro il nome di *Radiazioni Cosmiche* e riuscì a determinarne la lunghezza d'onda operando nel modo seguente.

Come già sappiamo (n. 46, nota), quando un fascio di raggi paralleli attraversa uno strato materiale di spessore x, l'intensità della radiazione si riduce nel rapporto e^{-kx}, dove e è la base dei logaritmi naturali e k è un coefficiente di assorbimento, dipendente sia dalla natura della sostanza attraversata, sia dalla lunghezza d'onda λ. Ora, nel

---

però riuscirvi, un processo ciclico per la trasformazione dell'atomo in energia — trasformazione che dà origine ai raggi cosmici — e per la successiva « cristallizzazione » dell'energia in elettroni e protoni. Ultimamente in « Comptes Rendus de l'Ac. des Sciences de Paris », 1929, Juillet 1., P. AUGER e D. SKOBELZYN esaminarono l'ipotesi della natura corpuscolare dei raggi cosmici e così pure B. ROSSI nella nota sopra la *Deviazione magnetica dei raggi penetranti*, in « Rend. Lincei », 1930, I.

caso delle radiazioni cosmiche si sono ottenuti per k dei valori debolissimi, che mostrano l'alto potere penetrante di tali radiazioni: circa cento volte maggiore di quello dei raggi γ del radio. In particolare il MILLIKAN, misurando x in cm., ha trovato che k varia da 3.10^{-3} a $1,8.10^{-3}$; supponendo quindi la natura ondulatoria dei raggi cosmici ed applicando una formula data dal COMPTON [1], si otterrebbe una lunghezza d'onda variabile tra 0,00063 e 0,00038 Angstrom. E cioè, nella teoria ondulatoria, i raggi cosmici avrebbero una lunghezza d'onda da 10 a 30 volte inferiore a quella delle radiazioni più brevi emesse dai corpi radioattivi [2].

Ora questo fenomeno è in buon accordo con l'ipotesi che le radiazioni cosmiche siano generate dalla trasformazione della materia in energia. Per es., supponendo che abbia luogo l'incontro di un protone con un elettrone ed indicando con M la massa del protone e con m quella dell'elettrone, la quantità di materia distrutta sarà $M + m$ e quindi l'energia sviluppata, secondo la (269), risulterà eguale a $(M + m)c^2$.

D'altra parte, per il postulato di PLANCK (n. 78), questa energia dovrà essere eguale ad un *quanto*, onde avremo:

$$(M + m)c^2 = hN \tag{270}$$

dove h è la costante di PLANCK. Ricordando quindi la relazione fondamentale

$$\lambda N = c \tag{271}$$

che collega la frequenza N con la lunghezza d'onda λ ed eliminando N tra la (270) e la (271) abbiamo infine:

$$\lambda = \frac{h}{(M + m)c}. \tag{272}$$

---

(1) Cfr. COMPTON: « Physical Review », XXI, pag. 494.

(2) Cfr., p. es., THIBAUD: « Comptes Rendus de l'Ac. des Sciences de Paris », T. CLXXIX, pag. 167.

Ora, nel sistema C. G. S. si ha:

$$M = 1{,}663.10^{-24} \quad m = 9{,}05.10^{-28} \quad h = 6{,}65.10^{-27} \quad c = 3.10^{10}$$

donde risulta:

$$\lambda = 1{,}3.10^{-13} \text{ centimetri} = 0{,}000013 \text{ Angstrom.}$$

È logico supporre che questa brevissima lunghezza d'onda venga aumentata per l'effetto Compton (urto di « quanti » con elettroni) fino a raggiungere i limiti poco anzi accennati. Ma il MILLIKAN, più particolarmente, ha supposto che le radiazioni cosmiche provengano, non dal semplice urto di un elettrone col protone, ma *dalla materia che si annichila quando più atomi d'idrogeno si uniscono per formare l'atomo dell'elio, del silicio e del ferro.* E i risultati del calcolo sono così concordi con l'osservazione, che egli *dichiara che tale processo di formazione degli elementi debba ritenersi come dimostrato* (1).

Quanto alla provenienza delle radiazioni cosmiche, l'osservazione ha mostrato che la loro intensità rimane presso che inalterata nel giorno e nella notte ed anche durante le eclissi totali di Sole (2). Queste radiazioni non possono quindi provenire dal Sole e, analogamente, sembra logico supporre che esse non provengano nemmeno dalle stelle. E ciò può facilmente spiegarsi, giacchè i processi di trasformazione della materia in energia avvengono nelle regioni interne degli astri e quindi le onde cosmiche prodotte non potrebbero uscirne senza essere dissipate sotto forma di energia calorifica.

Sembra dunque probabile che le radiazioni penetranti, che giungono sopra la Terra, siano dovute principalmente ai processi di formazione degli elementi che hanno luogo nelle nebule o nella materia tenuissima diffusa negli spazi

---

(1) Cfr. MILLIKAN: « Proc. of National Academy of Sciences », XIV, pag. 445, (Washington, 1928).

(2) Cfr., p. es., L. PALAZZO: « Mem. Società Spettroscopisti Italiani », Serie II, Vol. VIII, pag. 37, (1919).

interstellari. Ed anzi KOLHORSTER [1] e SALIS [2] avrebbero trovato che queste radiazioni divengono più intense quando la nebulosa di Andromeda o la Via Lattea raggiungono la massima altezza sull' orizzonte; risultato certamente suggestivo, ma non ancora confermato dal MILLIKAN [3].

Terminando, noteremo che ultimamente BOTHE e KOLHORSTER hanno posto in dubbio la natura ondulatoria delle radiazioni cosmiche, sostenendo che esse siano piuttosto di natura corpuscolare come i raggi β. Ma SKOBELZYN e AUGER [4] hanno mostrato che, in ogni caso, deve supporsi l' esistenza di una radiazione di tipo ondulatorio, la quale potrebbe dare origine a raggi del tipo β, che sarebbero perciò da considerarsi come secondari.

---

[1] Cfr. KOLHORSTER: « Sitz. Preuss. Ak. der Wissenschaften » Bd. XXXIV, pag. 336 e Bd. XXXVI, pag. 120.

[2] Cfr. SALIS: « Zeit. fur Physik », L, pag. 793 (1928).

[3] Cfr. MILLIKAN and CAMERON: *New Results on Cosmic Rays*, in « The Nature », Vol. CXXI, pag. 19 (1928); id. *History of Researches in Cosmic Rays*, id., Vol. CXXVI, pag. 14 (1930).

[4] Cfr. SKOBELZIN et AUGER: *Sur la natures des rayons cosmiques*, in « Comptes Rendus de l'Acad. des Sciences de Paris », séance du 1 Juillet 1929; cfr. anche « Naturwiss. », Vol. XVII, pag. 271, (1929) e « Zeitschrift für Physik », Vol LVI, pag. 686 (1929); ROSSI: *Deviazione magnetica dei raggi penetranti*, in « Rend. Lincei » 1930, I; BOTHE: *Das Wesen der Höhenstrahlung*, in « Zs. f. Phys. », LVI, pag. 751, (1929); PERSICO: *I raggi cosmici*, in « Scientia » Vol. XLIX (1931).

Capitolo Quinto

La costituzione interna delle stelle.

159. Generalità. Dopo aver esaminato i caratteri esterni delle stelle, sorge naturale il desiderio di studiare la loro costituzione interna e, principalmente, il comportamento interno delle pressioni, delle densità e delle temperature. A dir vero, entriamo qui in un campo di natura prevalentemente matematica e sottratto interamente alle osservazioni dirette: campo quindi che deve ritenersi come appartenente alla moderna Meccanica Celeste piuttosto che all'Astronomia Siderale. Ciò non ostante queste ricerche, benchè eminentemente speculative, da un lato sono connesse con lo studio dell'evoluzione stellare e, d'altro lato, permettono di stabilire alcune deduzioni assai utili anche agli astronomi pratici; p. es. la relazione tra la massa e la grandezza assoluta delle stelle. Crediamo quindi necessario di entrare in argomento e di darne ai lettori un'esposizione breve, ma chiara e compendiosa [1].

Cominciamo ad osservare che l'alta temperatura e la debolissima densità delle stelle giganti (n. 137) fa sup-

---

[1] I lettori che desiderano più ampie notizie, potranno consultare le due opere seguenti, che sono forse le più importanti sull'argomento, e cioè: A. S. Eddington, *The Internal Constitution of the Stars* (Cambridge, University Press, 1926); J. H. Jeans: *Astronomy and Cosmogony* (Cambridge, University Press, 1928).

Nei fascicoli della rivista « Monthly Notices » si trovano pure, in proposito, varie note originali di Eddington, che lo stesso autore ha riunite e completate nell'opera ora citata. Infine un'estesa trattazione di tutto il problema può trovarsi nell' *Handbuch der Astrophysik*, Bd. III, parte I.

porre che esse siano quasi interamente gassose. Ora, partendo da questa ipotesi ed applicando le leggi dei *gas perfetti*, si sono ottenuti dei risultati che collimano esattamente con le osservazioni, non solo per le stelle giganti, ma anche per quelle della « mean sequence », fatta solo eccezione delle « nane bianche ». Ciò mostra come l'ipotesi di partenza sia legittima e come le stelle — escluse soltanto le « nane bianche » — possano essere considerate come colossali globi gassosi per i quali, anzi, valgono le leggi dei gas perfetti: fenomeno che, secondo Eddington [1], sembra dovuto all'altissimo grado di ionizzazione (nn. 139 e 140).

Premesso tutto ciò, dobbiamo notare che questi colossali globi gassosi sono sottoposti a molteplici forze, e cioè: 1) all'attrazione che si esercita tra la singole particelle in virtù della legge di Newton; 2) alla pressione dell'energia raggiante; 3) alla forza centrifuga sviluppata dalla rotazione; 4) all'attrazione di stelle vicine che può dar luogo a maree di colossali proporzioni. Si presenta quindi il problema di determinare la forma degli astri, tenendo conto di queste influenze: problema estremamente difficile ed ancora ben lontano da una soluzione rigorosa.

Per semplificarne lo studio, immaginiamo [2] di avere

---

[1] Come è notissimo, i fisici chiamano « *gas perfetto* » un gas ideale, ubbidiente rigorosamente alla legge di Boyle e Mariotte, secondo la quale, a temperatura costante, il volume si mantiene inversamente proporzionale alla pressione. In pratica, i gas reali si avvicinano sensibilmente ai gas perfetti e cominciano a discostarsene solo quando la densità si eleva notevolmente, e cioè *quando il volume complessivo degli atomi del gas non è più trascurabile rispetto al volume del recipiente in cui il gas è racchiuso.*

Ora, nelle stelle, il confronto tra teoria ed osservazione indica che i gas si comportano come gas perfetti, non ostante la pressione elevatissima. Ed Eddington spiega questo apparente paradosso osservando che, negli astri, dato l'alto grado di ionizzazione, l'atomo gassoso ha volume assai minore dell'ordinario e quindi il volume complessivo degli atomi resta trascurabile rispetto al volume totale occupato dal gas.

[2] Per maggiori notizie cfr. PIZZETTI: *Principî della teoria meccanica della figura dei pianeti* (Pisa, Spoerri); APPELL: *Figures d'équilibre d'une masse liquide homogène en rotation* (Paris, Gauthier); TISSERAND:

un astro ideale, formato da un fluido *omogeneo incompressibile* e ruotante intorno ad un asse con velocità angolare ω. Se supponiamo che l'astro si contragga per raffreddamento, diminuirà il suo momento d'inerzia I rispetto all'asse di rotazione e quindi aumenterà necessariamente la velocità angolare ω, giacchè il prodotto $I\omega$ deve rimanere costante in virtù di un noto teorema di Meccanica Razionale sopra la conservazione dei momenti della quantità di moto.

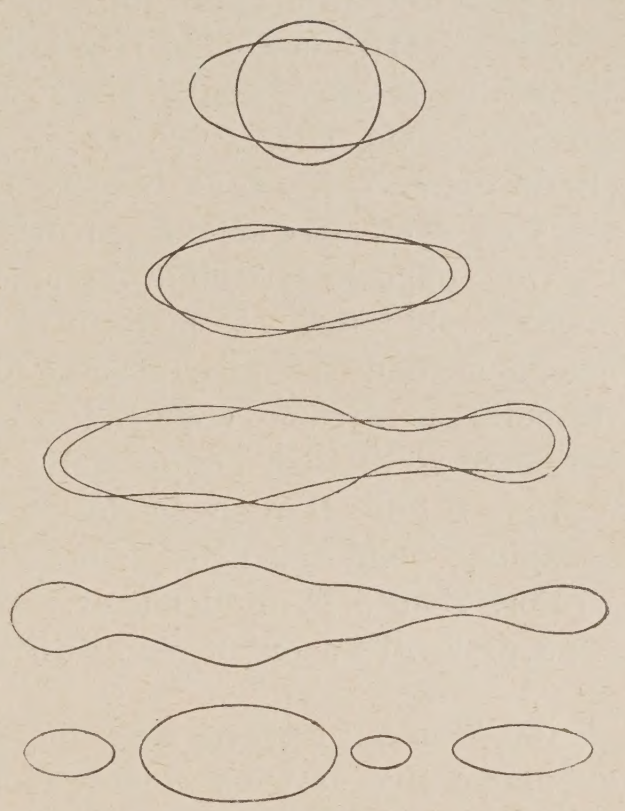


Fig. 140.
Dall'alto in basso: stella sferica, ellissoide rotondo, ellissoide a tre assi, conformazioni piriformi, rottura dell'astro. (Dal JEANS).

Si dimostra allora che l'astro assumerà dapprima la forma di un ellissoide rotondo e schiacciato, che si chiama « *ellissoide di Mac Laurin* » dal nome del suo scopritore. Aumentando la contrazione, questo ellissoide si trasforma in un altro a tre assi — detto « *ellissoide di Jacobi* » dal suo scopritore — onde l'astro prende la forma di un uovo o di un sigaro un po' schiacciato. Infine, continuando il processo, l'astro tende ad assumere una *figura piriforme*, che il JEANS ha recentemente dimostrato essere *instabile* [1], ciò che forse produce il ca-

---

Traité de Mecanique Céleste, T. II (Paris, Gauthier). Gli astronomi leggeranno poi, con particolare profitto, una nota in proposito scritta dallo stesso APPELL e pubblicata nell'« An. du Bureau des Longitudes de Paris », 1919.

[1] DARWIN: (« Phil. Trans. », 200 A) aveva creduto di poter dimostrare la stabilità delle figure piriformi, mentre LIAPOUNOFF (« Mem.

taclisma, o la rottura, e trasforma la stella in un sistema binario.

Ma questi risultati, per quanto teoricamente importanti, non sono del tutto applicabili all'Astronomia, specialmente perchè gli astri non sono costituiti da un fluido omogeneo, avente la stessa densità tanto nelle regioni centrali che presso la superficie; inoltre in pratica, per facilitare lo studio della costituzione interna, si trascura spesso la rotazione ed ogni altra azione perturbatrice [1]. In questa ipotesi l'astro, supposto immobile, assume la forma di una sfera mentre nell'interno la materia si dispone in strati sferici omogenei, onde la distribuzione delle pressioni, densità e temperature diviene simmetrica rispetto al centro O. Ciò del resto si verifica per la stella che meglio conosciamo, e cioè per il Sole, il quale ha forma quasi esattamente sferica a cagione della sua debolissima velocità di rotazione.

Così ridotto, il problema diviene assai più semplice, sebbene presenti ancora notevoli difficoltà.

160. Teorema di Lane. Ma prima di iniziarne la discussione, dobbiamo ricordare un celebre teorema dovuto a H. Lane e che si rende utilissimo in tutte queste ricerche [2].

A tale scopo, immaginiamo due stelle sferiche S_1 ed S_2 di centri O_1 e O_2 e prendiamo un punto A_1 appartenente

---

Ac. de St. Petersbourg », XVII) era arrivato al risultato opposto. La questione fu decisa nel 1916 dal Jeans (« Phil. Trans. », 217 A) in favore dell'*instabilità*.

[1] Per lo studio delle stelle ellissoidiche, cfr., oltre ai libri citati, una nota di Zeipel: *The radiative equilibrium of a slightly oblate rotating star*, in « Month. Not. », Vol. LXXIV (1923); cfr. anche id. id., Vol. LXXXV e Jeans: « Month. Notices » Vol. LXXXV.

[2] Il teorema di cui parliamo non è altro che un'applicazione del metodo chiamato dai matematici col nome di « similitudine in meccanica » o « metodo dei modelli meccanici »; il Lane ha il merito di averne riconosciuta l'importanza nello studio della costituzione interna delle stelle. Cfr. H. Lane in « American Journal of Sciences » T. L., (luglio 1870, pag. 57).

ad S_1 ed un punto A_2 appartenente ad S_2. Noi diremo che i due punti A_1 e A_2 sono *corrispondenti, quando le distanze* O_1A_1 *e* O_2A_2 *sono proporzionali ai raggi* r_1 *e* r_2 *delle rispettive stelle;* o, in altre parole, quando, per ciascuno di essi, la distanza dal centro è espressa dalla stessa frazione del raggio della stella a cui appartiene. Così, p. es., se A_1 è interno al Sole e dista 350.000 km. dal suo centro e A_2 è interno a Betelgeuse e dista 105.000.000 di km. dal suo centro, A_1 e A_2 sono corrispondenti giacchè il Sole ha un raggio uguale a 700.000 km. e Betelgeuse a 210.000.000 di km.

Inoltre diremo che le due stelle S_1 e S_2 *sono omologhe* quando in due punti corrispondenti qualsiasi A_1 e A_2 *le densità sono proporzionali alle densità medie dei due astri;* o, in altre parole, quando le densità interne dei due astri sono distribuite secondo la stessa legge.

Premesso ciò, il Lane ha dimostrato il seguente:

TEOREMA. « *Supponiamo di avere due stelle omologhe* S_1 *e* S_2 *e siano* μ_1 *e* μ_2 *le loro masse,* r_1 *e* r_2 *i loro raggi e* q_1 *e* q_2 *i pesi molecolari del gas di cui sono costituite, e che considereremo come un gas perfetto. Allora, in due punti corrispondenti qualsiasi* A_1 *e* A_2:

a) *Le densità* ρ_1 *e* ρ_2 *sono proporzionali alle masse ed inversamente proporzionali ai cubi dei raggi;*

b) *I valori* g_1 *e* g_2 *della gravità sono proporzionali alle masse ed inversamente proporzionali ai quadrati dei raggi;*

c) *Le pressioni* P_1 *e* P_2 *sono proporzionali ai quadrati delle masse ed inversamente proporzionali alle quarte potenze dei raggi;*

d) *Infine, trascurando la pressione dovuta all'energia raggiante, le temperature assolute* T_1 *e* T_2 *sono proporzionali ai prodotti delle masse per i pesi molecolari ed inversamente proporzionali alle prime potenze dei raggi* ».

Per eseguire la dimostrazione, osserviamo che:

a) La prima parte del teorema è pressochè evidente. Infatti, essendo le due stelle omologhe, le densità nei due punti corrispondenti A_1 e A_2 sono proporzionali alle densità medie $\overline{\rho_1}$ e $\overline{\rho_2}$ le quali stanno tra loro come le masse

divise per i volumi, o come le masse divise per i cubi dei raggi. Abbiamo dunque:

$$\rho_1 : \rho_2 = \overline{\rho_1} : \overline{\rho_2} = \frac{\mu_1}{r_1^3} : \frac{\mu_2}{r_2^3}. \tag{273}$$

b) Anche la seconda parte del teorema è quasi evidente. Infatti, mancando la forza centrifuga dovuta alla rotazione, in ogni punto dell'astro la gravità è eguale alla risultante delle forze attrattive esercitate da tutte le particelle; forze le quali sono sempre proporzionali alle masse ed inversamente proporzionali ai quadrati delle distanze. Si ha dunque per due punti corrispondenti:

$$g_1 : g_2 = \frac{\mu_1}{r_1^2} : \frac{\mu_2}{r_2^2}. \tag{274}$$

c) Per quanto riguarda la terza parte, notiamo che la pressione P_1 nel punto A_1 è data dal peso della materia soprastante e cioè è eguale al peso della materia contenuta in una colonna C_1 di sezione unitaria — giacchè la pressione si riferisce sempre all'unità di superficie, p. es., al cm^2 — innalzata da A_1 e prolungata fino a raggiungere gli estremi limiti dell'atmosfera stellare. E, analogamente, la pressione P_2 nel punto corrispondente A_2 della stella S_2, è data dal peso di una colonna C_2 di sezione unitaria, innalzata da A_2 fino ai limiti dell'atmosfera.

Ora, passando da S_1 ad S_2, le dimensioni, e quindi le altezze delle colonne, variano nel rapporto $r_1 : r_2$, mentre nei punti corrispondenti le densità ρ_1 e ρ_2 stanno sempre nel rapporto costante $\overline{\rho_1} : \overline{\rho_2}$. In conseguenza, indicando con m_1 ed m_2 le masse delle due colonne, avremo:

$$m_1 : m_2 = r_1 \overline{\rho_1} : r_2 \overline{\rho_2} \tag{275}$$

e cioè, per la (273):

$$m_1 : m_2 = \frac{\mu_1}{r_1^2} : \frac{\mu_2}{r_2^2}. \tag{276}$$

Ma, come si sa dalla Meccanica, il peso di un elemento materiale è dato dal prodotto della sua massa per il valore della gravità. Ora, secondo la (274), i valori g_1 e g_2 della

gravità nei punti corrispondenti delle due stelle S_1 ed S_2 stanno tra loro nel rapporto costante $\frac{\mu_1}{r_1^2} : \frac{\mu_2}{r_2^2}$. Indicando dunque con P_1 e P_2 i pesi delle due colonne C_1 e C_2 o — ciò che è lo stesso — le pressioni in A_1 ed A_2, avremo:

$$P_1 : P_2 = m_1 \frac{\mu_1}{r_1^2} : m_2 \frac{\mu_2}{r_2^2} \tag{277}$$

e cioè, per la (276),

$$P_1 : P_2 = \frac{\mu_1^2}{r_1^4} : \frac{\mu_2^2}{r_2^4} \tag{278}$$

la quale dimostra appunto che le pressioni in S_1 ed S_2 stanno tra loro in ragione diretta dei quadrati delle masse ed in ragione inversa delle quarte potenze dei raggi stellari.

d) Infine, per quanto riguarda l'ultima parte del teorema, cominciamo a notare che in ogni punto interno di un astro, la pressione gravitazionale P — e cioè il peso P di tutta la materia contenuta in una colonna di sezione unitaria, sovrastante al punto considerato — è equilibrata in parte dalla pressione elastica p_e del gas ed in parte dalla pressione p_r dell'energia raggiante. Si ha dunque in ogni punto interno dell'astro:

$$P = p_e + p_r. \tag{279}$$

Ora, la pressione elastica p_e è legata alla temperatura assoluta ed alla densità dalla nota legge dei gas perfetti (cfr. n. 131, nota), mentre invece la pressione p_r dell'energia raggiante è proporzionale alla quarta potenza della temperatura assoluta, come insegna una legge fisica dovuta a Bartoli ed a Maxwell [1]. Abbiamo dunque:

$$P = \frac{R}{q} \rho T + b T^4 \tag{280}$$

---

[1] Per maggiori notizie sopra la pressione che esercita l'energia raggiante cfr. ogni buon trattato di fisica; ad es. M. Cantone: *Corso di Fisica Sperimentale*, Vol. II, pag. 616 e ss. (Napoli, Majo, 1918); E. Grimsehl: *Lehrbuch der Physik*, Band II, pag. 671 e ss. (Leipzig, Teubner, 1923).

dove q è il peso molecolare del gas e dove si ha $b = 2{,}54.10^{-15}$ ed $R = 8{,}315.10^{7}$ adottando le unità del sistema C. G. S.

Ora il LANE non ebbe conoscenza della legge del BARTOLI, che è relativamente recente, e si servì quindi della (280) semplificata ponendo $b = 0$. In tal modo si ha per le due stelle S_1 ed S_2:

$$P_1 : P_2 = \frac{R}{q_1} \rho_1 T_1 : \frac{R}{q_2} \rho_2 T_2 \tag{281}$$

vale a dire, ricordando il valore del rapporto $\rho_1 : \rho_2$ dato dalla (273) e semplificando:

$$P_1 : P_2 = \frac{\mu_1 T_1}{q_1 r_1^3} : \frac{\mu_2 T_2}{q_2 r_2^3} \tag{282}$$

e cioè, paragonando con la (278),

$$\frac{\mu_1^2}{r_1^4} : \frac{\mu_2^2}{r_2^4} = \frac{\mu_1 T_1}{q_1 r_1^3} : \frac{\mu_2 T_2}{q_2 r_2^3} \tag{283}$$

dalla quale si deduce immediatamente:

$$T_1 : T_2 = \frac{\mu_1 q_1}{r_1} : \frac{\mu_2 q_2}{r_2} \tag{284}$$

che dimostra appunto l'ultima parte del teorema.

Soltanto sarà bene osservare una volta per sempre che, data l'altissima temperatura interna delle stelle, il prodotto bT^4 — e cioè la pressione p_r dell'energia raggiante — *non è trascurabile* in confronto a p_e, non ostante il piccolo valore del coefficiente b. Quest'ultima parte del teorema vale dunque fisicamente solo con grossolana approssimazione; ma tra breve vedremo come essa possa modificarsi in modo da tener conto anche della pressione dell'energia raggiante.

Termineremo notando la grande importanza del risultato di LANE. Infatti, se noi riusciamo a calcolare la densità, la pressione e la temperatura nell'interno di una stella, il teorema di Lane ci dà immediatamente la densità, la pressione e la temperatura nell'interno di tutte le stelle omo-

loghe con la data. Vedremo anzi che, in pratica, è inutile tener conto del peso molecolare q giacchè per tutte le stelle (eccettuate le « nane bianche ») può porsi, con molta approssimazione, $q = 2{,}1$ circa. Ma intanto ciò basta per intendere i vantaggi che il teorema arreca agli astronomi.

161. Equazioni fondamentali. - Equilibrio convettivo ed equilibrio radiativo. Premesse queste nozioni torniamo al problema fondamentale, e, per semplicità, consideriamo le stelle come gigantesche masse gassose di forma sferica e composte di strati sferici omogenei. Ciò significa che, in ogni punto A, la pressione P, la densità ρ e la temperatura assoluta T potranno dipendere solo dalla distanza x di A dal centro O dell'astro che si studia. Abbiamo dunque da determinare tre incognite P, ρ, T in funzione della variabile indipendente x ed in conseguenza, per risolvere il problema, ci occorreranno tre equazioni. Ora:

a) Una prima equazione è data dalla Meccanica Razionale, la quale insegna che, in una massa fluida in equilibrio, il gradiente della pressione è eguale al prodotto della densità per la forza agente sopra l'unità di massa. Ma, nel caso di un astro sferico e composto di strati sferici omogenei, il gradiente della pressione è eguale alla derivata $\frac{dP}{dx}$ mentre la forza agente sopra l'unità di massa si riduce alla gravità g. Abbiamo dunque:

$$\frac{dP}{dx} = -\rho g \tag{285}$$

dove si è preso il segno negativo, poichè la gravità è diretta dall'esterno all'interno e cioè in senso contrario al raggio vettore.

b) Una seconda equazione è la (280) data dalla Fisica e nella quale figura anche il peso molecolare q dei gas che costituiscono l'astro. Ma qui ha luogo una semplificazione importante, che ci abilita a risolvere il problema anche ignorando la composizione chimica interna delle stelle.

Infatti, poichè i gas stellari sono altamente ionizzati, si può supporre che quasi tutti gli elettroni esterni siano separati dal nucleo atomico, onde ogni atomo darà praticamente origine a $Z+1$ corpuscoli, essendo Z il numero atomico (n. 77). In conseguenza, se p è il peso dell'atomo integro, il peso medio q di ogni corpuscolo sarà $q = \frac{p}{1+Z}$ e, poichè generalmente p è circa doppio di Z, il valore di q risulterà sempre molto prossimo a 2, qualunque sia il gas di cui si tratta [1]. In particolare, EDDINGTON pone $q = 2{,}1$.

c) Resta dunque da ricercare una terza equazione e, a tale scopo, occorre esaminare come si propaghi il calore nell'interno degli astri. Ora, come si sa dalla Fisica, questa propagazione può effettuarsi nei tre modi seguenti:

1) Per *conduzione* e cioè direttamente da particella a particella, come avviene, p. es., in una sbarra di metallo riscaldata ad una estremità.

2) Per *convezione* e cioè per trasporto di particelle materiali, come avviene, p. es., nell'atmosfera terrestre quando l'aria, riscaldata a contatto del suolo, sale nelle alte regioni trasportando con sè il calore di cui è fornita.

3) Per *irradiazione* e cioè per onde eteree, come avviene, p. es., tra il Sole e la Terra.

Ora la conduttibilità dei gas è debolissima e non occorre quindi di prendere in considerazione la prima ipotesi; restano le altre due e ciascuna di esse ha dato luogo ad una particolare teoria sopra la costituzione interna delle stelle. E precisamente l'ipotesi (2) serve di base ad una teoria che fu inaugurata dal LANE [2] nel 1870, venne sviluppata in seguito

---

[1] Alcuni autori, e specialmente il VERONNET, hanno sostituito alla formula dei gas perfetti quella dei gas reali, data dal VAN DER WAALS; ma tale complicazione sembra oggi inutile giacchè, per le ragioni accennate, i gas stellari appaiono comportarsi come gas perfetti. Per maggiori notizie cfr. A. VERONNET: *Constitution et Evolution de l'Univers* (Paris, Doin, 1927).

[2] Cfr. LANE, op. cit.

da THOMSON [1], EMDEN [2] e SEE [3] ed è oggi conosciuta col nome di *teoria classica, o adiabatica, o dell' equilibrio convettivo.* E analogamente l' ipotesi (3) serve di base ad un' altra teoria sopra la costituzione interna delle stelle; teoria che fu inaugurata dallo SCHWARZSCHILD [4] nel 1906, venne largamente sviluppata dall' EDDINGTON [5] nel dopo guerra, ed è ora indicata col nome di *teoria moderna o teoria dell' equilibrio radiativo.*

Esaminiamole ambedue cominciando dalla prima.

162. Teoria classica o teoria dell' equilibrio convettivo. Come abbiamo ora detto, la teoria classica si fonda sopra l' ipotesi che, nell' interno degli astri, il calore si propaghi principalmente per « convezione » e cioè per movimenti di masse gassose, come avviene, p. es., nell' atmosfera terrestre.

Ora, quando una massa gassosa trasporta con sè il calore di cui è fornita, si dice che essa è soggetta ad una *trasformazione adiabatica* (da α privativo e διαβάινειν = attraversare), vale a dire ad una trasformazione in cui non v' è perdita nè acquisto di calore per conduzione. E, in tal caso, si dimostra in fisica che la pressione elastica p_e e la densità ρ del gas sono legate dalla relazione (n. 131, nota):

$$p_e = C\rho^\gamma \tag{286}$$

dove C è una costante e γ è il rapporto tra il calore specifico a pressione costante ed il calore specifico a volume costante.

Altre due equazioni sono date dalla (280) e dalla (285), con l' avvertenza che i fondatori della teoria classica, non conoscendo ancora la pressione esercitata dall' energia rag-

---

(1) Cfr. THOMSON: « Phil Magazine » T. XXIII, pag. 287.

(2) Cfr. EMDEN: « Gaskugeln » (Leipzig, Teubner, 1907) e « Ann. der Physik », Bd. VII, pag. 176.

(3) SEE: « Astron. Nachr. », nn. 3992, 4053 e 4104.

(4) Cfr. K. SCHWARZSCHILD in « Gotting. Nachrichten », 1906.

(5) Cfr. EDDINGTON, op. cit.

giante, posero $b = 0$ nella (280) e cioè $p_e = P$. Otteniamo quindi il sistema:

$$(287) \qquad \begin{cases} P = \dfrac{R}{q}\rho T \\ \dfrac{dP}{dx} = -\rho g \\ P = C\rho^{\gamma} \end{cases}$$

Abbiamo così collegato, per mezzo di tre equazioni, la variabile indipendente x — e cioè la distanza del punto considerato A dal centro O dell'astro — con le tre incognite P, T, ρ. Risolvendo il sistema [1] — e tenendo presente

---

[1] Per giungere alla soluzione nel modo più semplice, è utile di considerare il potenziale gravitazionale V il quale — mancando la forza centrifuga — soddisfa alla ben nota equazione di Poisson, data dalla Fisica Matematica:

$$(1) \qquad \Delta^2 V + 4\pi\rho f = 0$$

dove f è il coefficiente attrattivo.

Trasformando il $\Delta^2 V$ in coordinate polari e ricordando che, a causa della simmetria intorno al centro, V dipende soltanto dal raggio vettore x, la (1) diviene:

$$(2) \qquad \frac{d^2V}{dx^2} + \frac{2}{x}\frac{dV}{dx} + 4\pi\rho f = 0$$

D'altra parte, poichè la gravità è eguale alla derivata del potenziale presa col segno negativo, la seconda equazione delle (287) può scriversi sotto la forma:

$$(3) \qquad \frac{dP}{dx} = \rho\frac{dV}{dx}$$

mentre derivando la terza delle (287) si ha:

$$(4) \qquad \frac{dP}{dx} = C\gamma\rho^{\gamma-1}\frac{d\rho}{dx}.$$

Confrontando allora la (3) con la (4) otteniamo:

$$(5) \qquad \frac{dV}{dx} = C\gamma\rho^{\gamma-2}\frac{d\rho}{dx}$$

da cui, derivando, si ha:

$$(6) \qquad \frac{d^2V}{dx^2} = C\gamma(\gamma-2)\rho^{\gamma-3}\left(\frac{d\rho}{dx}\right)^2 + C\gamma\rho^{\gamma-2}\frac{d^2\rho}{dx^2}.$$

la relazione meccanica che unisce la gravità g con la distribuzione delle densità nell'interno dell'astro — si giunge ad un'equazione differenziale del secondo ordine, chiamata spesso *equazione canonica di* EMDEN. Risolvendola, secondo le note regole del calcolo, vengono ad introdursi nel risultato due costanti arbitrarie ed è facile dimostrare che esse restano determinate conoscendo la massa totale dell'astro e sapendo che la pressione si annulla sopra la sua superficie esterna.

Il problema sarebbe quindi completamente risoluto se non rimanesse ancora un'incognita e cioè la costante C che figura nella terza equazione delle (287) e per la cui determinazione, occorre un altro dato: p. es., la temperatura sopra la superficie della fotosfera. Ora l'astrofisica ci fa conoscere la temperatura effettiva delle stelle; ma, come vedemmo, essa è generalmente diversa dalla temperatura

---

Ciò posto, sostituendo in (2) i valori delle derivate della V date da (4) e da (5), otteniamo immediatamente:

$$\frac{d^2\rho}{dx^2} + \frac{\gamma - 2}{\rho}\left(\frac{d\rho}{dx}\right)^2 + \frac{2}{x}\left(\frac{d\rho}{dx}\right) + \frac{4\pi f}{C\gamma}\rho^{3-\gamma} = 0. \tag{7}$$

Giungiamo così ad un'equazione differenziale del secondo ordine che contiene la sola incognita ρ. Risolvendola — ciò che si fa praticamente col metodo delle quadrature meccaniche — si ottiene il valore di ρ corrispondente ad un dato valore di x ed allora la prima e la terza delle (287) danno immediatamente P e T.

Se poniamo:

$$\gamma = 1 + \frac{1}{n}; \quad (9) \quad p = y^n; \quad (10) \quad \frac{4\pi f}{C(1+n)} = a^2;$$

la (7) diviene:

$$\frac{dy^2}{dx^2} + \frac{2}{x}\frac{dy}{dx} + a^2 y^n = 0 \tag{11}$$

che è *l'equazione canonica dell'equilibrio stellare* ottenuta da EMDEN (« Gaskugeln », Leipzig, Teubner, 1907). Aggiungiamo che ponendo

$$h = \frac{2}{1-n}; \quad x = e^t; \quad y = e^{ht}z;$$

la (11) si abbassa al primo ordine.

fotosferica che è ancora poco nota. Questa è anzi la maggiore difficoltà pratica che si incontra in tali ricerche e ad essa debbono principalmente attribuirsi le notevoli differenze tra i risultati trovati da vari autori.

In pratica T. J. SEE [1], nei suoi studi sopra la costituzione interna del Sole, suppone una temperatura fotosferica di 6.000 centigradi e pone $\gamma = 1{,}67 = \frac{5}{3}$, secondo le indicazioni date dalla fisica per i gas monoatomici, come debbono supporsi tutti i gas ad altissima temperatura. In tal modo egli trova che al centro del Sole si ha una pressione $p_0 = 14.10^9$ atmosfere, una temperatura $T_0 = 9{,}7.10^6$ centigradi ed una densità $\rho_0 = 8{,}4$ prendendo per unità la densità dell'acqua distillata.

Per mezzo di questi dati, e servendoci del teorema di LANE (n. 160), possiamo calcolare facilmente la pressione, la densità e la temperatura nel centro di ogni altra stella, ricordando che il peso molecolare q può sempre porsi eguale a 2,1. Così, p. es., per una stella di massa dieci volte maggiore di quella del Sole e di raggio quadruplo, si avrebbe al centro, in virtù delle equazioni (273), (278) e (284):

$$\rho_0 = 8{,}4 \cdot \frac{10}{4^3} = 1{,}3$$

$$p_0 = 14.10^9 \cdot \frac{10^2}{4^4} = 5{,}5.10^9$$

$$T_0 = 9{,}7.10^6 \cdot \frac{10}{4} = 24{,}3.10^6$$

Termineremo questo paragrafo ricordando che, in passato, alcuni astronomi e principalmente il VERONNET [2]

---

[1] Cfr. T. J. SEE: *Researches on the physical constitution of the heavenly bodies,* in « Astr. Nachr. », n. 4053; id. id. nn. 3992 e 4104.

[2] Cfr. VERONNET: *Constitution et Evolution de l' Univers,* pag, 66 e ss. (Paris, Doin). Id. « Bull. Astr. Obs. de Paris », 1918, 1921 e 1923. Cfr. in proposito la recente nota di JONES: *Deviations from Boyle's law in stellar interior,* in « Month. Not. », Vol. XC (1930).

hanno studiato il problema dell' equilibrio convettivo stellare supponendo che i gas, che compongono l' astro, si comprimano secondo la legge dei gas reali anzichè secondo quella dei gas perfetti. In tal modo si trova che, procedendo dall' esterno verso l' interno di un astro, la densità aumenta dapprima insensibilmente, poi rapidamente, e quindi torna ad aumentare lentamente e si mantiene quasi costante fino al centro del corpo celeste.

Basandosi su questo risultato del calcolo, il VERONNET avanza l' ipotesi che la *fotosfera* di un astro sia appunto

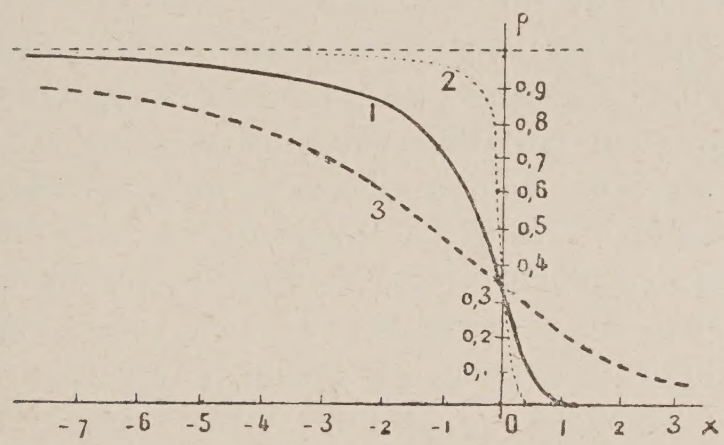


Fig. 141.

Diagramma della densità interna del Sole secondo VERONNET. - (L'ordinata indica la densità, l'ascissa la distanza a partire dalla fotosfera; 1 = caso dell' idrogeno monoatomico; 2 = caso di gas con peso molecolare 10).

costituita da quello strato in cui la densità aumenta rapidamente e spiega così perchè il Sole appaia terminato da una superficie netta, senza bordi sfumati. Oggi però sappiamo che una spiegazione, assai più plausibile, ci è data dall' opacità dei gas altamente ionizzati (n. 147), mentre si deve osservare che la pressione necessaria per lo strato di transizione del VERONNET è assai maggiore di quella esistente alla base della fotosfera. Inoltre, dopo le ricerche dell' EDDINGTON, sembra ormai logico di ammettere che i gas altamente ionizzati si discostino assai poco dai gas perfetti, anche nel caso di densità paragonabili a quelle delle stelle della « mean sequence ». Crediamo quindi che i concetti del VERONNET debbano oggi ritenersi applicabili soltanto alle stelle « nane bianche » dove spesso s' incontrano

densità estremamente elevate ed alle quali, come vedemmo, non si estendono le ricerche generali dell'EDDINGTON.

163. Teoria moderna o teoria dell'equilibrio radiativo. Secondo la teoria adiabatica, che abbiamo ora esaminata, il Sole e le stelle non sarebbero altro che *gigantesche macchine termiche*, per usare la felice espressione del Secchi e del Respighi. E cioè, come in una caldaia in ebollizione, la materia situata nella parte centrale del Sole e delle stelle si dilaterebbe ed ascenderebbe verso la superficie, trasportando con sè il calore di cui è fornita. Giunta alla superficie, e raffreddatasi, diverrebbe più densa e quindi tornerebbe di nuovo ad inabbissarsi nelle profonde voragini del corpo celeste, formando così una continua circolazione che trasporta il calore dal centro alla superficie e lo diffonde insieme per tutte le regioni dell'astro.

Questa teoria ebbe grande successo nella seconda metà del secolo passato e vantò, tra i seguaci, scienziati di valore indiscutibile: astronomi come Secchi, Janssen e Respighi; fisici come Kirkhoff e Thomson. Ma — come già dicemmo — nel 1906, lo SCHWARZSCHILD richiamò l'attenzione degli astronomi sopra la possibilità di un diverso modo di propagazione del calore nell'interno del corpo stellare, e cioè sopra la propagazione per irradiazione, la quale avverrebbe nel modo seguente. Ogni particella interna o superficiale dell'astro, a causa della sua elevata temperatura, irradia calore, che si propaga per onde eteree alle particelle vicine; queste lo assorbono, si riscaldano e a loro volta irradiano altro calore. Con ciò — è bene notarlo chiaramente — non si nega la possibilità di movimenti convettivi [1], ma si afferma soltanto che tali movimenti hanno importanza secondaria nella propagazione del calore.

---

[1] Secondo VERONNET, anzi, l'esistenza di movimenti convettivi dovrebbe considerarsi necessaria (Cfr. VERONNET, op. cit. pag. 78); per osservazioni in proposito cfr. anche ST. JOHN e W. ADAMS: *Convection currents in stellar atmospheres*, in « Astroph. Journ. », Vol. LX.

Ma, per continuare la nostra esposizione, l' idea dello SCHWARZSCHILD fu raccolta principalmente dall' EDDINGTON il quale vi applicò il calcolo matematico e costruì quella teoria dell' equilibrio radiativo stellare che spiega esattamente molti risultati delle osservazioni e che deve considerarsi indubbiamente come una delle migliori conquiste dell'Astronomia Siderale moderna.

Ciò premesso, entriamo senz' altro in argomento.

L'ipotesi che il calore si propaghi per irradiazione nell'interno di un astro, tradotta in simboli matematici, dà un' equazione che, insieme con l' equazione dei gas perfetti e con quella data dalla meccanica, permette di determinare le tre incognite P, ρ, T. Ma — per semplificare la trattazione — l' Eddington sostituisce questa equazione [1] con un' ipotesi che, dal confronto con le osservazioni, può ritenersi verificata almeno in prima approssimazione. Egli cioè suppone che, *nell' interno di un astro la pressione p_e dovuta alla forza elastica del gas, si conservi proporzionale alla pressione p_r data dall' energia raggiante e quindi anche alla pressione totale P.* Allora, poichè p_e è proporzionale a ρT e p_r è proporzionale a T^4, segue subito che ρ è proporzionale a T^3 e cioè che *nell' interno di un astro la temperatura assoluta varia come la radice cubica della densità.*

In simboli matematici, chiamando con β un coefficiente costante compreso tra 0 e 1, poniamo con Eddington:

$$p_r = \frac{1-\beta}{\beta} p_e \tag{288}$$

da cui, essendo per la (279) $P = p_e + p_r$, si ricava subito:

$$p_e = \beta P. \tag{289}$$

$$p_r = (1-\beta)P. \tag{290}$$

---

[1] Cfr. J. H. JEANS: *The exact eq. of radiative equilibrium*, in « Month. Notices », Vol. LXXXVI (1926). Cfr. anche la recentissima memoria di A. MILNE: *Integral theorems on the equilibrium of a star*, in « Month. Not. » Vol. LXXXIX (1929); id. *The masses, luminosities and effective temperatures of the stars*, id. Vol. LXXXIX e XC.

Ora, ricordando la nota equazione dei gas perfetti:

$$p_e = \frac{R}{q} \rho T \tag{291}$$

e la legge di Bartoli e Maxwell:

$$p_r = bT^4 \tag{292}$$

ed eliminando le due variabili p_r e T tra le tre equazioni (288), (291) e (292), abbiamo subito:

$$p_e = C' \rho^{\frac{4}{3}} \tag{293}$$

dove abbiamo indicato con C' la costante data dall' espressione:

$$C' = \sqrt[3]{\frac{(1-\beta)R^4}{\beta b q^4}}. \tag{294}$$

D' altra parte, moltiplicando per β ambo i membri della (285) e ponendo:

$$\beta g = g' \tag{295}$$

abbiamo:

$$\beta \frac{dP}{dx} = -\rho g' \tag{296}$$

che, in virtù della (289), può scriversi sotto la forma:

$$\frac{dp_e}{dx} = -\rho g'. \tag{297}$$

In tal modo, riunendo la (291), la (293) e la (297), possiamo collegare le tre incognite p_e, ρ, T con le tre equazioni del sistema seguente:

$$\left\{ \begin{aligned} & p_e = \frac{R}{q} \rho T \\ & \frac{dp_e}{dx} = -\rho g' \\ & p_e = C' \rho^{\frac{4}{3}}. \end{aligned} \right. \tag{298}$$

Ora il confronto di questo sistema col sistema (287) mostra che *la teoria dell' equilibrio radiativo si riconduce a quella dell' equilibrio convettivo*, supponendo soltanto che l' esponente γ sia eguale a $\frac{4}{3}$ e sostituendo, al posto della gravità vera g, una gravità fittizia $g' = \beta g$.

Ma qui v' è un importante perfezionamento che occorre mettere bene in luce.

Infatti — come diremo tra breve — EDDINGTON è riuscito a calcolare il coefficiente β in funzione della massa stellare, mentre, d' altra parte, il peso molecolare q può porsi (n. 161) eguale a 2,1 e le costanti R e b della legge dei gas perfetti e della legge di MAXWELL sono date dalla fisica. Segue dunque, dalla (294), che *la costante C' è perfettamente conosciuta quando è data la massa dell' astro; onde, nella teoria dell' equilibrio radiativo, possiamo considerare la distribuzione interna delle pressioni, densità e temperature come determinata in funzione della massa stellare.* Notiamo questo fatto per due ragioni, e cioè:

1) Perchè abbiamo qui un' importante differenza con la teoria dell' equilibrio convettivo, dove la costante C restava invece incognita.

2) Perchè la stretta dipendenza tra la costituzione interna e la massa dell' astro costituisce una delle caratteristiche essenziali della nuova teoria dell' evoluzione delle stelle, di cui ci occuperemo tra breve.

Dopo aver risoluto il sistema (298) — ciò che si fa con metodi identici a quelli impiegati per il sistema (287) — EDDINGTON ha trovato per il centro del Sole una pressione *totale* P di 36.10^9 atmosfere, una temperatura T di 29.10^6 centigradi ed una densità ρ eguale a 28 volte quella dell' acqua. E questi risultati, per mezzo del teorema di LANE, possono essere facilmente trasportati ad altre stelle, tenendo solo presente che *il teorema rimane invariato per quanto riguarda il calcolo della densità e della pressione, mentre occorre una lieve modificazione per il calcolo della temperatura T.*

Infatti, ricordando la dimostrazione da noi data del teo-

rema di LANE, è facile vedere che i sottocasi *a), b), c)* sono indipendenti da ogni ipotesi, adiabatica o radiativa, sopra la costituzione interna delle stelle, mentre invece nel sottocaso *d)* si è esplicitamente trascurata la pressione p_r dell' energia raggiante. Volendone tener conto ed indicando con β_1 e β_2 i valori che il coefficiente β assume per due stelle S_1 e S_2 — valori che vedremo, tra breve, come possano calcolarsi — la (289) ci dà immediatamente:

$$p_{1e} : p_{2e} = \beta_1 P_1 : \beta_2 P_2 . \tag{299}$$

Ma sostituendo le pressioni elastiche con i valori dati dall' equazione (291) dei gas perfetti, la (299) si trasforma in:

$$\frac{\rho_1 T_1}{q_1} : \frac{\rho_2 T_2}{q_2} = \beta_1 P_1 : \beta_2 P_2 \tag{300}$$

e cioè, ricordando il valore del rapporto $\rho_1 : \rho_2$ dato dalla (273),

$$\frac{\mu_1 T_1}{q_1 r_1^3} : \frac{\mu_2 T_2}{q_2 r_2^3} = \beta_1 P_1 : \beta_2 P_2 \tag{301}$$

la quale, paragonata con la (278), diviene:

$$T_1 : T_2 = \frac{\beta_1 \mu_1 q_1}{r_1} : \frac{\beta_2 \mu_2 q_2}{r_2} \tag{302}$$

che sostituisce la (284) nel caso dell'equilibrio radiativo ed esprime appunto il teorema modificato.

Paragonando la (302) con la (284) vediamo così che, per applicare il teorema di Lane al calcolo delle *temperature* nell' ipotesi dell' equilibrio radiativo, basta sostituire alle masse reali μ_1 e μ_2 i prodotti $\beta_1 \mu_1$ e $\beta_2 \mu_2$ delle masse stesse per i coefficienti β di Eddington. Quanto ai pesi molecolari si può porre praticamente, come già dicemmo, $q_1 = q_2 = 2{,}1$.

Così, per una stella di massa decupla di quella del Sole e di raggio quadruplo del Sole stesso, si ha al centro per la densità e per la pressione:

$$\rho_0 = 28 \cdot \frac{10}{4^3} = 4{,}4$$

$$P_0 = 36.10^9 \cdot \frac{10^2}{4^4} = 14.10^9 .$$

D' altra parte il coefficiente β dipende dalla massa dell' astro ed in particolare — come ora vedremo — per una massa eguale a quella del Sole assume il valore $\beta = 0{,}95$, mentre per una massa decupla si ha $\beta = 0{,}53$. In conseguenza, per la (302), la temperatura centrale dell' astro che studiamo sarà:

$$T_0 = 29.10^6 \cdot \frac{0{,}53.10}{0{,}95.4} = 40{,}5.10^6 .$$

Termineremo questo paragrafo accennando ad un curioso risultato, messo in luce dal RUSSELL [1], e cioè che *le stelle* della « *mean sequence* » hanno *temperature centrali poco diverse tra loro ed oscillanti intorno ai* 40.10^6 *centigradi.* Così la V Puppis (n. 157), che emette 920 calorie annue per ogni grammo di materia, ha una temperatura centrale di 42.10^6 centigradi, e cioè poco diversa dalla temperatura centrale della 60 Krüger, che è di 32.10^6 centigradi, sebbene questa ultima emetta soltanto 0,02 calorie per grammo di materia.

Per le stelle giganti la temperatura centrale sembra invece più bassa; così per Capella, si ha 7.10^6 centigradi; per δ Cephei, 6.10^6 centigradi ecc. Vedremo come il RUSSELL si sia giovato di questi risultati (del resto ancora incerti) per la sua ultima teoria sopra l' evoluzione delle stelle.

164. Il coefficiente β di Eddington. Per completare lo studio dell' equilibrio radiativo, ci resta da calcolare il numero β che chiameremo *coefficiente di Eddington* e che, come dicemmo, dipende dalla massa stellare.

---

[1] Cfr.: *Nature*, n. 116 (1925); cfr. anche EDDINGTON, *The internal constitution of the stars*, pag. 177, ed *Electrostatic Forces in a Star and deviation from the laws of a perfect gas*, in « Month. Not. » Vol. LXXXVI e LXXXVIII; JONES, *Deviations from Boyle's law in stellar interior*, id. XC (1930). Con l' occasione osserviamo che EDDINGTON, tenendo conto delle forze dovute allo stato di elettrizzazione (probabilmente notevole) dei gas stellari, trova che nell' equazione dei gas perfetti (291) occorrerebbe moltiplicare la costante R per un fattore di proporzionalità (id. id., pag. 169).

A tale scopo, tra le varie dimostrazioni esistenti, proponiamo questa nostra che ci sembra abbastanza semplice.

Consideriamo una stella S_1 di massa μ_1 e sia β_1 il corrispondente valore di β. Poniamo:

$$A_1 = \frac{1 - \beta_1}{\beta_1^4 \mu_1^2 q_1^4}. \tag{303}$$

Si vede subito che, in virtù della (289) e (290), A_1 può scriversi sotto la forma:

$$A_1 = \frac{p_{1r} P_1^3}{p_{1e}^4 \mu_1^2 q_1^4} \tag{304}$$

donde, sostituendo per p_{1e} e p_{1r} i loro valori dati dalla (291) e dalla (292), si ha immediatamente:

$$A_1 = \frac{b P_1^3}{R^4 \rho_1^4 \mu_1^2}. \tag{305}$$

Analogamente per un'altra stella S_2 avremo:

$$A_2 = \frac{b P_2^3}{R^4 \rho_2^4 \mu_2^3} \tag{306}$$

e quindi dividendo:

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{P_1^3}{P_2^3} \cdot \frac{\rho_2^4}{\rho_1^4} \cdot \frac{\mu_2^2}{\mu_1^2}. \tag{307}$$

Ma, sostituendo al posto del rapporto $P_1 : P_2$ il suo valore dato dalla (278), questa espressione diviene:

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{\mu_1^4}{\mu_2^4} \cdot \frac{\rho_2^4}{\rho_1^4} \cdot \frac{r_2^{12}}{r_1^{12}} \tag{308}$$

e quindi, sostituendo per il rapporto $\rho_1 : \rho_2$ il suo valore dato dalla (273), si ha:

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{\mu_1^4}{\mu_2^4} \cdot \frac{\mu_2^4}{\mu_1^4} \cdot \frac{r_1^{12}}{r_2^{12}} \cdot \frac{r_2^{12}}{r_1^{12}} = 1 \tag{309}$$

e cioè:

$$A_1 = A_2. \tag{310}$$

Possiamo dunque concludere che *il parametro A assume un identico valore per tutte le stelle*, e cioè che esso può considerarsi come una *costante stellare*.

In pratica l' EDDINGTON ne ha determinato il valore servendosi della stella α Aurigae (Capella); e, *prendendo per unità la massa del Sole* e supponendo q sempre eguale a 2,1, ha trovato $Aq^4 = 0{,}061$. Abbiamo dunque dalla (303), *qualunque sia l' astro considerato*:

$$0{,}061\mu^2\beta^4 + \beta - 1 = 0 \tag{311}$$

equazione algebrica di quarto grado che lega l' incognita β con la massa stellare μ e che chiameremo col nome di *equazione di Eddington*.

Come è notissimo dall'Algebra, una tale equazione ammette quattro radici ed è facile dimostrare che, tra queste, ve ne è sempre *una ed una soltanto* che sia compresa [1] tra 0 ed 1; tale radice costituisce appunto il « coefficiente di Eddington ».

Risolvendo la (311) si ottiene la seguente

TABELLA

μ ($\odot = 1$)	β	μ ($\odot = 1$)	β
0, 25	0, 99	10, 0	0, 53
0, 50	0, 98	20, 0	0, 40
1, 00	0, 95	30, 0	0, 33
2, 00	0, 86	50, 0	0, 26
4, 00	0, 73	90, 0	0, 20
8, 00	0, 58		

[1] Infatti, mancando nella (311) i termini in β^3 e β^2 ed essendo positivi i coefficienti di β^4 e di β, l' equazione ha due sole radici reali. D' altra parte per $\beta = -\infty$ il primo membro è positivo, per $\beta = 0$ esso diviene negativo, mentre per $\beta = 1$ ritorna nuovamente positivo; le due radici reali sono quindi una negativa e l' altra positiva e compresa tra 0 ed 1.

165. Limiti delle masse stellari. Partendo dalla (311) è facile dimostrare che, crescendo la massa stellare μ, il valore di β diminuisce e tende a zero, come del resto appare chiaramente anche dalla tabella ora riportata.

Dalla (288) segue allora che la pressione di radiazione p_r diviene sempre più preponderante rispetto alla pressione elastica p_e del gas, donde è facile intuire — omettiamo per brevità la dimostrazione [1] — che, *a parità di condizioni, le stelle di maggior massa sono anche più fredde e più rarefatte.* Inoltre, quando la massa aumenta oltre un certo limite, le condizioni di stabilità dell' astro divengono assai precarie; infatti per la (290), la pressione p_r dell' energia raggiante, che tende a far esplodere l' astro, diviene pressochè eguale alla pressione P prodotta dalla forza di gravitazione che si oppone alla rottura dell' astro.

D' altra parte, come ora vedremo (n. 166), se la massa stellare è molto piccola, l' astro ha uno splendore così debole da sfuggire alle ricerche astronomiche. La teoria dell' equilibrio radiativo spiega dunque perchè le masse stellari siano poco diverse tra loro e praticamente comprese tra $10\odot$ e $0{,}1\odot$; fenomeno su cui avevamo già attirato la attenzione dei lettori (n. 140).

166. Formula di Eddington per il calcolo delle masse stellari [2]. Ma una delle più importanti e, forse anzi la più importante applicazione pratica della teoria dell' equilibrio radiativo, consiste nel fatto che essa permette di stabilire una relazione tra la grandezza assoluta e la massa delle stelle; relazione che concorda, abbastanza bene, con

---

[1] Cfr. EDDINGTON, Op. cit., pag. 136.

[2] Per maggiori dettagli su questo importante argomento cfr. la recentissima memoria di A. MILNE, *The masses, luminosities and effective temperatures of the stars* in « Month. Notic. », Vol. XC (November 1929) dove si trovano anche estese tabelle per il calcolo delle masse stellari. Cfr. anche EDDINGTON, *On. Prof. Milne's treatment of the mass, luminosity problem*, id. id. (1930), e VOGT, *Die Beziehung zwischen den massen, absoluten leuchtkräften und effektiven temperaturen der Sterne*, in « Ver. der Univ. Sternw. zu Jena » Nr. 3 (1930).

quella data dalle osservazioni (n. 140). Ora, poichè le grandezze assolute possono calcolarsi anche per stelle lontanissime con la parallasse spettroscopica (n. 112), ne segue che noi possiamo ottenere spettroscopicamente la massa di tali stelle e quindi — poichè il diametro si deduce dal tipo spettrale e dalla grandezza assoluta (n. 102) — anche la loro densità media; risultati questi di altissima importanza nell' astrofisica. Ci sembra dunque utile di chiudere questo capitolo dando una nuova e semplice dimostrazione sull' argomento.

A tale scopo consideriamo una stella di raggio r ed immaginiamo descritte nel suo interno due sfere s ed s', concentriche con l' astro e di raggio x ed $x + dx$, dove dx indica al solito una quantità infinitesima. Ciò posto, prendiamo su s un' area unitaria, p. es. un cm^2, e chiamiamo φ il flusso di energia che attraversa quest' area, ogni minuto secondo, dirigendosi dall' interno verso l' esterno.

Di tale flusso di energia, una parte passerà liberamente attraverso la materia contenuta tra le due sfere s ed s' uscendo da s', mentre un' altra parte resterà assorbita. E precisamente la parte assorbita sarà proporzionale al flusso φ, allo spessore dx ed alla densità ρ della materia attraversata, onde potremo rappresentarla col prodotto $k\rho\varphi dx$, dove k è un parametro detto *coefficiente di assorbimento.*

Ciò posto, secondo la fisica, la pressione dell' energia raggiante è eguale alla quantità di energia assorbita, divisa per la velocità della luce c; indicando dunque con dp_r l' incremento infinitesimo della pressione di radiazione che si verifica quando da s passiamo ad s', avremo:

$$dp_r = -\frac{k\rho\varphi dx}{c} \tag{312}$$

dove abbiamo posto il segno negativo perchè la pressione p_r decresce dall' interno all' esterno dell' astro.

Da questa equazione, risolvendo rispetto a φ, dividendo per la gravità g e ricordando la (285) e la (290), abbiamo:

$$\frac{\varphi}{g} = -\frac{cdp_r}{k\rho g dx} = \frac{cdp_r}{kdP} = \frac{c}{k}(1 - \beta)\,. \tag{313}$$

Ne segue che, essendo l'area di s eguale a $4\pi x^2$ ed essendo tutto simmetrico rispetto al centro, il flusso totale Φ di energia uscente da s sarà:

$$\Phi = 4\pi x^2 \varphi = \frac{c}{k} 4\pi x^2 g(1-\beta) \tag{314}$$

e quindi il flusso di energia Q uscente dalla fotosfera dell'astro sarà:

$$Q = \frac{c}{K} 4\pi r^2 g(1-\beta) \tag{315}$$

dove K è il valore del coefficiente di assorbimento presso la fotosfera ed r indica il raggio dell'astro.

Ora, per noti teoremi di fisica matematica, il prodotto $4\pi r^2 g$ rappresenta il flusso del vettore gravitazionale, flusso [1] che è eguale alla massa stellare μ moltiplicata per il coefficiente attrattivo f; la (315) può dunque scriversi sotto la forma più semplice:

$$Q = \frac{c}{K} \mu f(1-\beta)\,. \tag{316}$$

Giunti a questo punto, per procedere innanzi, occorre occuparci del coefficiente di assorbimento K che dipende evidentemente dalle condizioni dei gas fotosferici. Gli studi in proposito sono ancora incompleti [2]; ma sembra che K sia, presso a poco, proporzionale al prodotto $\rho T^{-\frac{7}{2}}$ e cioè, per la (273) e per la (302), al prodotto $\mu^{-\frac{5}{2}} \beta^{-\frac{7}{2}} q^{-\frac{7}{2}} r^{\frac{1}{2}}$.

---

[1] Cfr. per es. TISSERAND: *Traité de Mécanique Céleste*, T. II, pag. 36 (Paris, Gauthier).

[2] Cfr. EDDINGTON: *The absorption of radiation inside a Star*, in « Mont. Not. », Vol. LXXXIII e LXXXIV; cfr. anche ROSSELAND: *The theory of the stellar absorption coefficient* in « Astroph. Journ ». Vol. LXI; id.: *Note on absorption of radiation within a Star*, in « Month. Not. », Vol. LXXXIV; JEANS: *Stellar opacity and the atomic Weight of stellar matter*, id. LXXXVI. Cfr. anche *Handbuch der Astrophysik*, Bd. III, 1.

Ma dalla (311) si ha:

$$\beta = \left(\frac{1-\beta}{0{,}061\mu^2}\right)^{\frac{1}{4}} \tag{317}$$

mentre, come vedemmo, il peso molecolare q può ritenersi costantemente eguale a 2,1. Ne segue che K si conserva proporzionale a $\mu^{-\frac{3}{4}}(1-\beta)^{-\frac{7}{8}}r^{\frac{1}{2}}$, onde indicando con C una costante indipendente dall' astro considerato, la (316) potrà scriversi sotto la forma:

$$Q = C\mu^{\frac{7}{4}}(1-\beta)^{\frac{15}{8}}r^{-\frac{1}{2}}. \tag{318}$$

D' altra parte, la legge di STEFAN (n. 45) ci dà:

$$Q = 4\pi\sigma r^2 T^4 \tag{319}$$

onde, eliminando r tra la (318) e la (319), otteniamo:

$$Q = A\mu^{\frac{7}{5}}(1-\beta)^{\frac{3}{2}}T^{\frac{4}{5}} \tag{320}$$

dove A è una costante di proporzionalità, indipendente dall' astro considerato.

Ciò posto, indicando con M_b la *grandezza bolometrica assoluta*, abbiamo per la legge di POGSON (nn. 14 e 48):

$$M_b = \text{cost} - 2{,}5 \log Q \tag{321}$$

onde, sostituendo al posto di Q il suo valore dato dalla (320), risulta:

$$M_b = \text{cost} - 3{,}5 \log \mu - 3{,}75 \log(1-\beta) - 2 \log T \tag{322}$$

che costituisce appunto la *formula di Eddington* per il calcolo delle masse stellari.

Per determinare il valore della costante che comparisce nella (322), l' EDDINGTON si è servito della stella α Aurigae (Capella) di cui si conosce esattamente tanto la grandezza assoluta quanto la massa. In tal modo, prendendo sempre

per unità di massa quella del Sole, egli ha trovato per la costante il valore 7,2 grandezze stellari, onde la (322) diviene:

$$(323) \qquad M_b = 7{,}2 - 3{,}75 \log(1-\beta) - 3{,}5 \log \mu - 2 \log T.$$

In pratica, tenendo presente le relazioni tra la grandezza visuale e la grandezza bolometrica (n. 67) ed escludendo i tipi spettrali estremi (B, M, N ecc.), la (323) ci dà per la *grandezza visuale assoluta*:

$$(324) \qquad M = -0{,}2 - 3{,}75 \log(1-\beta) - 3{,}5 \log \mu$$

che, risoluta rispetto a $\log \mu$, coincide con la (245) del n. 140. E, come abbiamo già visto, le masse calcolate con la (245) coincidono presso a poco con quelle date dalle osservazioni, ciò che costituisce un' importante conferma della teoria di EDDINGTON [1].

167. Stelle con nucleo liquido del Jeans. In una recente ed importantissima memoria [2], il JEANS ha posto in luce il fatto che, per la completa ionizzazione di un atomo a forte peso atomico — p. es. di un atomo di uranio — occorrerebbe una temperatura dell' ordine di 10^8 centigradi e cioè più che doppia della temperatura centrale delle stelle, la quale, in generale, non supera 4.10^7 centigradi (n. 163). Cadrebbe quindi la necessità di supporre che i gas stellari si comportino come gas perfetti, non ostante l'enorme pressione.

---

(1) Un' importante eccezione alla regola di EDDINGTON sembra costituita dalla massa delle stelle binarie ad eclissi; cfr. in proposito la recente memoria di B. SHAJN: *On some relations between the masses, luminosities and spectra among eclipsing binaries*, in « Month. Notic. », Vol. LXXXVIII (1928).

(2) Cfr. JEANS: *On liquid stars and the liberation of stellar energy*, in « Month. Notic. », Vol. LXXXVII, pag. 400 e 720; id. id. LXXXVIII pag. 393; id.: *Astronomy and Cosmogony*, pag. 136 e ss.; id.: *Nature*, 4 february, 1928. Cfr. anche GERASIMOVIC: *On the stability of gaseous structures* in « Harvard Reprint » n. 59.

D'altra parte lo stesso JEANS deduce dai suoi calcoli [1] che una stella interamente gassosa sarebbe instabile, sia dinamicamente che termodinamicamente; inoltre una tale stella, sottoposta ad un moto di rotazione, non potrebbe rompersi in due o più parti dando origine a sistemi binari o multipli.

Per tali ragioni, il JEANS sostiene che gli elementi che compongono le regioni centrali delle stelle si allontanino dalle leggi dei gas perfetti ed anzi si comportino come liquidi incompressibili. In tal modo, essendo il liquido limitato al solo nucleo centrale — il quale però, a causa della densità relativamente elevata, racchiude parte notevole della massa stellare — le apparenze esterne dell'astro, la sua luminosità ecc. sarebbero quasi identiche a quelle che si hanno nella teoria di EDDINGTON, mentre invece verrebbero tolte le difficoltà ora accennate.

---

[1] Non possiamo entrare nell'argomento che riguarda principalmente la Dinamica Stellare. Soltanto vogliamo ricordare ai lettori che, data la estrema difficoltà del problema, si tratta di calcoli semplicemente approssimati.

CAPITOLO SESTO.

L' evoluzione delle stelle.

168. Generalità. Dopo avere esaminato la costituzione esterna ed interna degli astri, dobbiamo logicamente occuparci della loro evoluzione e cioè di un problema che interessa non solo l'astronomo ma anche il filosofo e che possiamo anzi annoverare tra le più importanti questioni della filosofia naturale. Disgraziatamente l' elegante soluzione, data pochi anni or sono dal RUSSELL, può ormai considerarsi come tramontata, mentre le soluzioni più moderne sono ancora così piene d' incertezze che i loro stessi autori le considerano come semplicemente provvisorie. Volendo essere sinceri, dobbiamo quindi dire che brancoliamo tuttora nel buio e che, in realtà, il mistero si addensa ancora su questo annoso problema.

In conseguenza, senza proporci di svelare ciò che nessuno ancora conosce, noi ci limiteremo a riassumere storicamente il cammino delle idee sulla questione che ci occupa, cominciando dal primo astronomo che ebbe chiaramente il concetto dell' evoluzione stellare — il grande W. HERSCHEL — e giungendo fino ai nostri giorni [1]. E per non dovere

---

[1] Per i lettori desiderosi di più ampie notizie indichiamo tra i lavori più importanti: JEANS, *Astronomy and Cosmogony* (Cambridge, University Press, 1928); EDDINGTON, *The internal constitution of the stars*, (Cambridge, University Press, 1926); LÖNNQVIST,, *On the evolution of the stars with mass reduction*, (Inaugural Dissertation in « Arkiv för Matematik, Astronomi och Fysik svenska vetenskapsakademien ». Bd. 20 A (1927).

Un' esposizione compendiosa della moderna teoria del RUSSELL si trova pure nell' ultimo capitolo della sua *Astronomy*, più volte citata,

interrompere la nostra esposizione, premetteremo lo studio di un celebre teorema, scoperto da H. LANE e conosciuto oggi col nome di

169. Paradosso di Lane. Immaginiamo un astro [1] costituito di gas perfetto e supponiamo col LANE:

a) che l'astro si contragga rimanendo sempre *omologo* rispetto alla costituzione primitiva (n. 160);

b) che non abbia luogo alcuna perdita di materia e che possa trascurarsi la pressione dell'energia raggiante.

Secondo la (284) è chiaro allora che, nella contrazione, dovrà aumentare la temperatura di ogni particella dell'astro, mentre, d'altra parte, la contrazione stessa produrrà calore. Ciò premesso, il LANE si è posta la seguente domanda d'importanza fondamentale nella questione che ci occupa: *Il calore sviluppato dalla contrazione è sufficiente, o no, a riscaldare l'astro in modo che la sua costituzione rimanga omologa con quella primitiva?*

Per rispondere a tale questione, consideriamo, nell'interno dell'astro, una particella materiale di massa unitaria; p. es., un grammo di gas. Sia T la temperatura di questa particella, p la sua pressione e v il volume che essa occupa e che è evidentemente eguale all'inverso della densità ρ. In conseguenza l'equazione (291) dei gas perfetti potrà scriversi sotto la forma:

$$pv = \frac{RT}{q}. \tag{325}$$

---

mentre un rapido riassunto delle ultime vedute è stato fatto dal DINGLE nel suo articolo *The problem of stellar Evolution*, pubblicato in « Scientia », Vol. XLVI (1929-XI).

[1] La dimostrazione che qui diamo, un pò differente da quella ordinaria, ci sembra meglio adatta alle considerazioni che faremo sopra la evoluzione delle stelle. Una dimostrazione interamente diversa, fondata sul teorema meccanico del *viriale*, è stata data da H. POINCARÉ nelle sue *Leçons sur les hypothèses cosmogoniques*, pag. 224, (Deuxième Edition; Paris, Hermann).

Ora, se il volume v occupato dalla particella subisce una variazione infinitesima dv, la meccanica insegna che il lavoro trasformato in calore sarà $-pdv$ e quindi la quantità infinitesima dQ_g di *calore generato* sarà:

$$dQ_g = -Apdv \tag{326}$$

dove A indica il coefficiente di trasformazione del lavoro in calore [1] e dove dQ_g è certamente positiva essendo dv negativa nella contrazione.

D'altra parte, se indichiamo con dT l'incremento infinitesimo che subisce la temperatura della particella considerata nella contrazione omologa dell'astro, la quantità infinitesima dQ_r di calore necessario a produrre tale riscaldamento sarà, secondo la fisica:

$$dQ_r = cdT \tag{327}$$

dove c è il calore specifico del gas a volume costante.

Avremo dunque, dividendo la (326) per la (327):

$$\frac{dQ_g}{dQ_r} = -\frac{Ap}{c} \cdot \frac{dv}{dT} \tag{328}$$

da cui, eliminando p con la (325), si ottiene:

$$\frac{dQ_g}{dQ_r} = -\frac{ART}{cqv} \cdot \frac{dv}{dT}. \tag{329}$$

Ma, rimanendo inalterata la massa dell'astro secondo l'ipotesi (b), nella contrazione omologa la temperatura T della particella considerata varierà in ragione inversa della sua distanza r dal centro dell'astro, come mostra la (284); e quindi, per la (273), T sarà proporzionale a $\rho^{\frac{1}{3}}$ od anche a $v^{-\frac{1}{3}}$. Il

---

[1] Ricordiamo in proposito che una grande caloria, e cioè il calore necessario ad elevare di un grado un kg. di acqua distillata, equivale ad un lavoro di $4,18 \cdot 10^7$ ergs o 426 chilogrammetri.

calcolo ci dà allora [1]

$$\frac{dT}{T} = -\frac{dv}{3v} \tag{330}$$

onde la (329) diviene:

$$\frac{dQ_g}{dQ_r} = \frac{3AR}{qc}. \tag{331}$$

Ora la fisica insegna [2] che, nei gas perfetti, la costante R è legata al calore specifico a volume costante c ed a quello a pressione costante C dall' equazione:

$$\frac{AR}{q} = C - c \tag{332}$$

onde, chiamando con γ il rapporto $\frac{C}{c}$ tra i due calori specifici, la (331) diviene immediatamente

$$\frac{dQ_g}{dQ_r} = 3(\gamma - 1) \tag{333}$$

quantità certamente positiva perchè γ è sempre maggiore dell' unità. In particolare dalla (333) segue che, *se un astro subisce una contrazione omologa senza perdita di materia, la quantità di calore prodotta dalla contrazione è maggiore, eguale, o minore di quella necessaria per il conseguente riscaldamento, secondo che γ è maggiore, eguale, o minore di* $\frac{4}{3}$.

Ora, secondo la fisica, γ è eguale a $\frac{5}{3}$ per i gas monoa-

---

(1) Infatti, essendo T proporzionale a $v^{-\frac{1}{3}}$, si ha prendendo i logaritmi naturali:

$$\log T = \text{costante} - \frac{1}{3}\log v$$

da cui, differenziando, si ottiene immediatamente la (330) del testo.

(2) Cfr., p. es., GRIMSEHL, *Lehrbuch der Physik*, Bd. I., pag. 425 (Leipzig, Teubner, 1921).

tomici — e cioè con molecole composte di un solo atomo, come debbono supporsi (n. 162) i gas stellari a causa della loro temperatura sempre elevatissima, specialmente nelle regioni interne dell'astro — mentre invece discende a $\frac{7}{5}$ per i gas biatomici ed è ancora minore per i poliatomici. Possiamo dunque ritenere che un astro, che si contrae in equilibrio convettivo, genera una quantità di calore superiore a quella necessaria per il proprio riscaldamento, regolato dalla trasformazione omologa; *esso quindi irradia calore e, nello stesso tempo, si riscalda.* Ed appunto a questo fatto è dovuto il nome di « paradosso » che gli astronomi hanno dato alla conclusione del LANE; giacchè, a prima vista, il fenomeno sembra realmente paradossale.

Il risultato però diviene più complesso quando non si ammetta l'ipotesi semplificatrice (*b*). Anzi, trascurando anche di occuparci di varie questioni inerenti alla stabilità meccanica e termodinamica [1], possiamo dire che, se la massa decresce per trasformazione di materia in energia, la dimostrazione del LANE non è più valida. Infatti, in tal caso, in una contrazione omologa, la temperatura T di ogni particella dell'astro varia proporzionalmente a $\frac{\mu\beta}{r}$, secondo la (302). Ora, se diminuendo r diminuisce anche la massa stellare μ, non è più lecito affermare che T debba aumentare e — molto meno — che T si mantenga proporzionale a $v^{-\frac{1}{3}}$. Questo fatto, spesso dimenticato dagli astrofisici, ha molta importanza nelle recenti teorie sopra l'evoluzione stellare.

170. Il problema dell'evoluzione stellare. Premesse queste nozioni, torniamo ad occuparci dell'evoluzione delle stelle. Storicamente possiamo dire che questo importantissimo pro-

---

[1] Per tali questioni cfr. JEANS, *Astronomy and Cosmogony*, pag. 66 e ss. (Cambridge, University Press, 1928); EDDINGTON, *The internal constitution of the Stars*, p. 141 e ss. (Cambridge, University Press. 1926).

blema venne impostato con molta chiarezza dal vecchio HERSCHEL, il grande fondatore dell'Astronomia Siderale.

Col suo stile, immaginoso e pittoresco, egli scriveva presso a poco, così:

« Supponiamo che un uomo si rechi, per un'ora, a compiere una passeggiata in un bosco. È evidente che, in questo breve intervallo, il bosco non subirà alcuna alterazione: nessuna foglia nascerà, nessun fiore si aprirà, nessun albero s'invecchierà o perirà.

« Tuttavia, il passeggiero, mirando intorno a sè alberelli ancora teneri ed alberi già decrepiti o morti, alberi in pieno vigore ed alberi già in parte avvizziti, potrà formarsi un'idea abbastanza esatta dello sviluppo e della vita dei vegetali.

« Ora, la vita umana, anzi gli stessi millenni, paragonati alla durata della vita degli astri, sono forse più brevi di un'ora rispetto alla durata della vita di un albero. Ciò non ostante, l'astronomo, esaminando le condizioni fisiche di un gran numero di stelle, potrà forse, come il passeggero di cui si parlava, formarsi un'idea dello sviluppo e della vita degli astri ».

Come appare da questi concetti, il problema che qui si pone agli studiosi presenta un duplice aspetto e cioè:

1) Esaminare *oggettivamente* come avvenga l'evoluzione degli astri e quali modificazioni essi subiscano durante la loro vita, dall'infanzia alla vecchiezza;

2) Investigare *teoricamente* le cause che determinano una tale evoluzione.

Occupiamoci, per quanto è possibile allo stato attuale della scienza, dell'una e dell'altra parte del problema.

171. Il diagramma rettilineo, il diagramma a " sette rovesciato „ ed il diagramma a "*Z* rovesciato „. Cominciamo intanto ad osservare che, come il passeggiero di W. HERSCHEL aveva bisogno di osservare gran numero di alberi per formarsi un'idea della loro evoluzione, così anche noi dovremo studiare il massimo numero possibile di stelle.

Ora le caratteristiche più facilmente determinabili per le stelle, e che meglio individuano il loro stato evolutivo,

sono il *tipo spettrale Sp* e la *grandezza assoluta M*. Costruiamo dunque un diagramma — che chiameremo « *diagramma evolutivo* » — prendendo per ascisse i tipi spettrali nell'ordine comunemente usato *B, A, F, G* ecc. e per ordinate le grandezze assolute poste, al solito, in ordine decre-

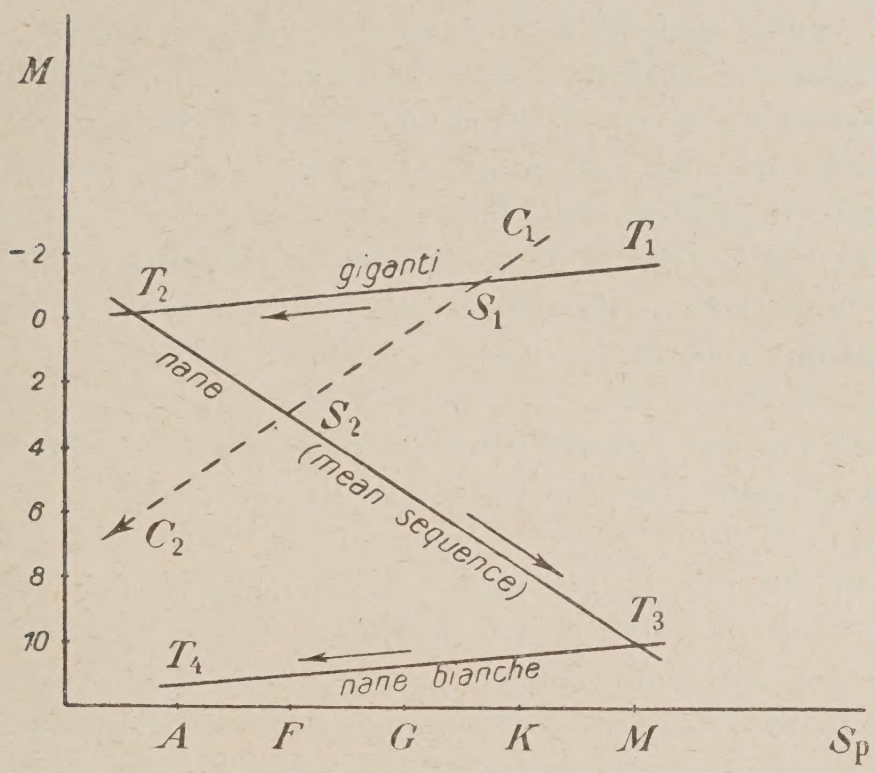


Fig. 142.

scente dal basso all'alto: ogni stella verrà allora rappresentata nel diagramma da un punto, che diremo *punto immagine*. Ora, come già accennammo nei capitoli precedenti (n. 136 e ss.):

1) I primi astronomi che si occuparono della questione, trovarono che i punti si concentravano lungo una retta $T_2 T_3$ inclinata sulle ascisse, da $M = -2,3$ per il tipo *BO* ad $M = 11,8$ per il tipo *M*5; retta che corrisponde alla odierna « *mean sequence* ». Si ebbe così un diagramma semplicissimo, conosciuto oggi col nome di *diagramma rettilineo*.

2) Più tardi, scopertasi la distinzione tra le stelle giganti e le stelle nane, il diagramma si complicò con l'aggiunta della *retta delle giganti* $T_1 T_2$ lievemente inclinata

sulle ascisse, da $M = -2,5$ per il tipo $K5$ ad $M = 1,3$ per il tipo $A0$. Il diagramma prese allora la forma di un $\diagdown$, onde il nome di *sette rovesciato* con cui lo designano spesso gli astronomi inglesi e americani.

3) Infine, dopo la recente scoperta delle stelle *nane bianche* (n. 139), si è aggiunta al diagramma una terza asta $T_3 T_4$, quasi parallela alle ascisse, in corrispondenza a $M = 11$ circa. Il diagramma evolutivo ha quindi assunto la forma di una Z rovesciata, donde il nome odierno.

Riassunti così i risultati delle osservazioni, che indicano chiaramente che *i punti immagini delle stelle si concentrano in prossimità della Z*, occorre cercare la spiegazione di tale fenomeno. Ora, in linea di massima, è evidente che questa spiegazione può essere duplice e cioè:

1) O il diagramma a Z costituisce una *traiettoria* effettivamente percorsa dai punti immagini, nel senso cioè che una stella, durante la sua evoluzione, segue, p. es., il cammino $T_1 T_2 T_3 T_4$.

2) Oppure il diagramma a Z, senza essere effettivamente percorso dai punti immagini, costituisce semplicemente un *luogo di stazione*. In altre parole, una stella, durante la sua vita, percorrerebbe, p. es., il cammino $C_1 C_2$, soffermandosi però un maggior tempo nei punti S_1 ed S_2 dove questo cammino taglia la Z.

È evidente che sia l' una che l' altra ipotesi soddisfa ai risultati delle osservazioni, onde solo la teoria potrà decidere quale debba essere adottata. E noi vedremo tra breve che, mentre le prime teorie rendevano plausibile l' ipotesi 1), le nuove teorie sembrano confermare l' ipotesi 2).

172. Antiche vedute sopra l'evoluzione stellare. - La prima teoria del Russell. Gli antichi astronomi non conoscevano la estrema compressibilità dei gas ionizzati e consideravano perciò le stelle come composte, quasi interamente, di materia incandescente allo stato liquido per l'enorme pressione a cui era sottoposta. Non poteva quindi applicarsi il paradosso di Lane (n. 169), valido per i gas perfetti ed allora — poichè s' ignorava completamente la trasformabilità della

materia in energia — era necessario di ammettere che questi giganteschi globi liquidi dovessero continuamente raffreddarsi per irradiazione, diminuendo sia in luminosità che in temperatura.

Si supponeva dunque che le nebulose diffuse avessero temperatura elevatissima (ipotesi ora dimostrata erronea e sopra la quale dovremo tornare nel Vol. III) e che esse condensandosi dessero origine alle stelle, le quali, al nascere, sarebbero state caldissime ed, in conseguenza, di colore bianco azzurrognolo.

Durante la vita stellare, diminuendo progressivamente la temperatura per irradiazione, il colore passava dal bianco azzurrognolo della prima infanzia al rosso cupo della vecchiaia e, contemporaneamente, il tipo spettrale si spostava da *B, A* ecc. verso *M, N* ecc. mentre lo splendore assoluto diveniva sempre più debole. L' astro quindi percorreva effettivamente il diagramma rettilineo $T_2 T_3$; l' unico diagramma allora conosciuto.

Questa spiegazione, non ostante le opposte vedute di Sir Norman Lockyer (n. 134) che precorse realmente i suoi tempi, fu abbracciata dalla grande maggioranza degli astronomi del secolo XIX. E noi ne troviamo una traccia nell' odierna nomenclatura, per la quale i tipi *B, A, F* sono ancora chiamati « primi tipi », mentre i tipi *K, M* ecc. vengono denominati « ultimi tipi spettrali ».

Ma, nei primi anni del secolo XX, la spiegazione fu resa del tutto insufficiente dalla scoperta, già intuita parzialmente dal Lockyer, della divisione delle stelle in « giganti » e « nane »; scoperta che trasformò il diagramma evolutivo rettilineo $T_2 T_3$ nel « sette rovesciato » $T_1 T_2 T_3$. D' altra parte si comprese che l' ipotesi di stelle interamente liquide era difficilmente accettabile, almeno per le giganti, a causa della debolissima densità ed inoltre il progresso degli studi mostrò che le nebulose diffuse hanno temperatura relativamente bassa e forse riflettono o « riemettono » la luce che proviene loro dalle stelle vicine.

La vecchia teoria potè così considerarsi battuta su tutti i lati ed in conseguenza, nel 1913, l' astronomo americano

H. N. RUSSELL emise una nuova ipotesi, veramente suggestiva per la sua grande semplicità.

Con geniale intuito il RUSSELL seppe fondere, per così dire, la vecchia spiegazione con i risultati del paradosso di LANE, e riuscì a dar ragione della genesi delle stelle giganti e delle nane in modo assai facile e che si avvicina molto alle antiche idee del LOCKYER.

Più precisamente, secondo il RUSSELL, le stelle si formano per condensazione di materia diffusa e fredda — per es. di nebule oscure — e sono quindi, in principio, dei co-

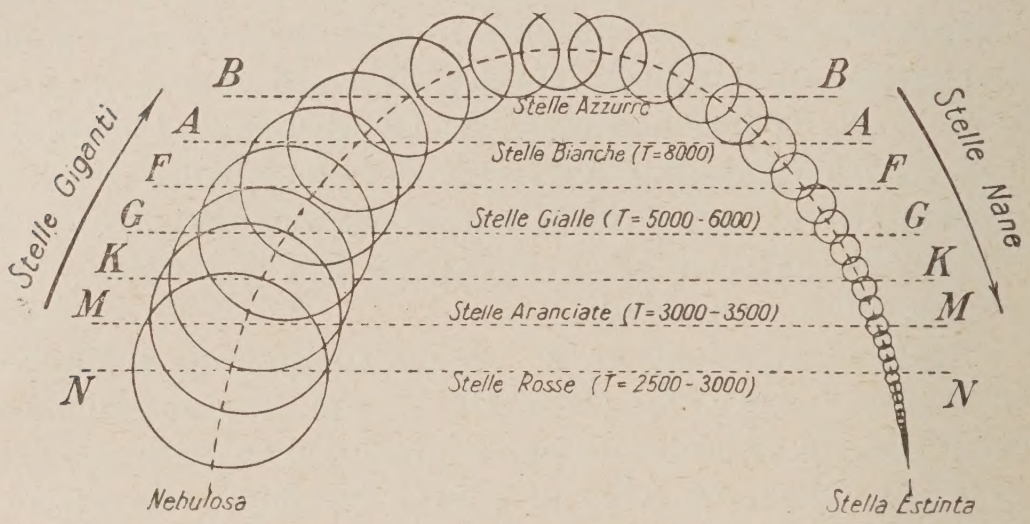


Fig. 143.

Il ciclo classico dell' evoluzione stellare, secondo RUSSELL

lossali globi gassosi, di debolissima densità e di bassa temperatura. Con la contrazione, la temperatura aumenta secondo il paradosso di LANE; l' astro passa quindi dal color rosso cupo della prima infanzia al color bianco, o bianco azzurrognolo, della giovinezza, mentre il tipo spettrale si sposta da M, K ecc. verso A e B ed il punto immagine percorre la « retta delle giganti » $T_1 T_2$.

In T_2, la densità dell' astro è ormai così elevata che i gas — secondo il RUSSELL — non ubbidiscono più alla legge dei gas perfetti, e ciò rende inapplicabile il paradosso di LANE. Torna allora in vigore la vecchia spiegazione e l' astro, pur continuando a contrarsi, comincia a diminuire di luminosità e di temperatura a causa del calore perduto per ir-

radiazione. In conseguenza il punto immagine percorre la « mean sequence » $T_2 T_3$, mentre l'astro riprende gli antichi tipi spettrali in ordine inverso e ripassa di nuovo dal color bianco azzurrognolo al rosso cupo, fino all'estinzione.

Naturalmente, nelle stelle di piccola massa, il calore prodotto dalla condensazione non basta per generare un'elevata temperatura. L'astro percorre allora un « ciclo abbreviato », spostandosi per es. da M, K ecc. fin verso G o F, per tornare poi a raffreddarsi ripassando per i tipi G, K, M, ecc.

In tal modo la teoria del RUSSELL sembrava spiegare esattamente un gran numero di fenomeni astronomici: come la divisione delle stelle in giganti e nane, la densità più elevata delle stelle nane, il fatto che le stelle dei tipi A e B hanno, generalmente, massa maggiore delle altre ecc.

Disgraziatamente sorsero ben presto difficoltà che hanno reso la teoria insostenibile e cioè:

1) La scoperta delle stelle « nane bianche » che ha trasformato il « sette rovesciato » $T_1 T_2 T_3$ nella « Z rovesciata » $T_1 T_2 T_3 T_4$.

2) Il fatto, messo in luce da EDDINGTON (n. 159) nel 1924, che le stelle nane possono considerarsi costituite da gas perfetto, onde — secondo il paradosso di LANE — esse dovrebbero aumentare di temperatura e non già raffreddarsi.

3) Infine il fatto, ormai indiscutibile, che la sorgente principale dell'energia stellare risiede non già nel calore sviluppato dalla contrazione, ma nella trasformazione della materia in energia (n. 153 e ss.); cosa di cui il RUSSELL non teneva conto nella teoria ora accennata.

Così, dopo appena dieci anni di vita, l'elegante spiegazione del RUSSELL dovette essere abbandonata ed il problema dell'evoluzione stellare tornò nuovamente nel mistero.

173. Odierne vedute sopra l'evoluzione stellare. - Ricerche di Jeans e di Armellini. Secondo il nostro punto di vista, allo stato odierno delle cognizioni, il problema della evoluzione stellare potrebbe formularsi nel modo seguente.

Anzitutto la quantità infinitesima di materia $d\mu$ che si trasforma in energia in un tempo infinitesimo dt, è pro-

porzionale al tempo dt e dipende inoltre dalla massa stellare μ, dalla temperatura e dalla pressione nell'interno dell'astro. E quindi, poichè la temperatura e la pressione interna dipendono, a loro volta, dalla massa μ e dalla temperatura effettiva fotosferica T, potremo scrivere l'equazione:

$$\frac{d\mu}{dt} = -f(\mu, T) \tag{334}$$

dove abbiamo posto il segno negativo per ricordare che la massa diminuisce trasformandosi in energia.

D'altra parte, trascurando il poco calore prodotto dalla contrazione, il flusso dell'energia irradiata dall'astro è evidentemente proporzionale alla rapidità con cui la materia si trasforma in energia e cioè a $-\frac{d\mu}{dt}$. La formula di POGSON (n. 14 e 48) ci dà allora per la grandezza bolometrica assoluta M_b:

$$M_b = \text{costante} - 2{,}5 \log\left(-\frac{d\mu}{dt}\right) \tag{335}$$

essendo sempre i logaritmi a base decimale.

Infine l'ipotesi dell'equilibrio radiativo ci dà l'equazione (322) di EDDINGTON:

$$M_b = \text{costante} - 3{,}5 \log \mu - 3{,}75 \log (1 - \beta) - 2 \log T. \tag{336}$$

Ora le (334), (335) e (336) formano un sistema di tre equazioni tra le tre incognite M_b, T, μ ed il tempo t. Se si riuscisse dunque a conoscere la legge con cui la massa stellare si trasforma in energia — e cioè la (334) — il calcolo ci darebbe M_b, T, μ in funzione del tempo t e sarebbe quindi facile di seguire lo sviluppo di un astro durante tutta la sua esistenza.

Disgraziatamente la (334) è ignota, e a noi non resta che sostituirla con qualche ipotesi approssimata. Il JEANS [1], le

---

[1] Per la teoria del JEANS, oltre alla sua opera, già citata, *Astronomy and Cosmogony*, cfr.: *Cosmogonic Problems associated with a se-*

cui teorie sono conformi all' indirizzo ora esposto, suppone che una parte μ_r della massa stellare sia costituita da materiali refrattari a trasformarsi in energia ed immagina che la rapidità di trasformazione — o, in altre parole, l' energia prodotta nell' unità di tempo — sia proporzionale alla quantità di materia trasformabile e cioè a $\mu - \mu_r$. La (334) diviene dunque:

$$\frac{d\mu}{dt} = -\varepsilon(\mu - \mu_r) \tag{337}$$

dove ε è un coefficiente positivo estremamente piccolo

Il calcolo analitico, eseguito rigorosamente da ARMELLINI [1], mostra allora che lo splendore dell' astro va conti-

---

cular decrease of mass, in « Mont. Notices », Vol. LXXXV; id. id. *The cosmogonic time scale and binary stars;* id. id. *A theory of stellar evolution; On liquid stars and the liberation of stellar energy,* id. Vol. LXXXVII; *Configurations of stability, long period variables and stellar evolution,* id. id.: *On liquid stars,* in « Nature », 4 feb. 1928.

[1] Integrando la (337) si ha immediatamente:

$$\mu = \mu_r + (\mu_0 - \mu_r)e^{-\varepsilon t} \tag{1}$$

dove μ_0 è il valore iniziale della massa ed e indica la base dei logaritmi naturali. Da questa equazione ricaviamo differenziando:

$$\frac{d\mu}{dt} = -\varepsilon(\mu_0 - \mu_r)e^{-\varepsilon t} \tag{2}$$

onde la (335) ci dà allora

$$M_b = \text{costante} + 2{,}5N\varepsilon t \tag{3}$$

in cui N indica il logaritmo decimale di e.

Ciò posto, derivando la (336) rispetto al tempo e ricordando che in essa i logaritmi sono a base decimale, abbiamo:

$$\frac{2}{NT}\frac{dT}{dt} = -\frac{dM_b}{dt} - \frac{3{,}5}{N\mu}\frac{d\mu}{dt} + \frac{3{,}75}{N(1-\beta)}\frac{d\beta}{d\mu}\frac{d\mu}{dt} \tag{4}$$

dalla quale, sostituendo al posto di $\frac{dM_b}{dt}$ il suo valore ottenuto derivando la (3), ricaviamo:

$$\frac{2}{NT}\frac{dT}{dt} = -2{,}5\,N\varepsilon - \frac{3{,}5}{N\mu}\frac{d\mu}{dt} + \frac{3{,}75}{N(1-\beta)}\frac{d\beta}{d\mu}\frac{d\mu}{dt} \tag{5}$$

nuamente decrescendo, mentre la temperatura effettiva fotosferica aumenta in un primo periodo e quindi comincia a diminuire. Sarebbero così spiegate le due prime parti del

---

Essendo $N = 0{,}43429$, si ha allora per la (2):

$$\frac{2}{NT}\frac{dT}{dt} = \varepsilon P \tag{6}$$

dove abbiamo posto per brevità:

$$P = -1{,}086 + \frac{8{,}059}{\mu}(\mu_0 - \mu_r)e^{-\varepsilon t} - \frac{8{,}636}{1-\beta}(\mu_0 - \mu_r)\frac{d\beta}{d\mu}e^{-\varepsilon t}. \tag{7}$$

Ora l' equazione (311) che lega μ a β, ci dà derivando e riducendo:

$$\frac{d\beta}{d\mu} = -\frac{0{,}494\beta^3\sqrt{1-\beta}}{4-3\beta} \tag{8}$$

mentre, risolvendo la (311) stessa rispetto a μ, otteniamo:

$$\mu = \frac{4{,}05\sqrt{1-\beta}}{\beta^2}. \tag{9}$$

In conseguenza la (7) diviene:

$$\begin{aligned} P &= -1{,}086 + \frac{1.990(\mu_0 - \mu_r)\beta^2 e^{-\varepsilon t}}{\sqrt{1-\beta}} + \frac{4{,}266(\mu_0 - \mu_r)\beta^3 e^{-\varepsilon t}}{(4-3\beta)\sqrt{1-\beta}} = \\ &= -1{,}086 + \frac{(\mu_0 - \mu_r)\beta^2 e^{-\varepsilon t}}{\sqrt{1-\beta}}\left[\frac{1{,}990(4-3\beta) + 4{,}266\beta}{4-3\beta}\right] = \\ &= -1{,}086 + \frac{(\mu_0 - \mu_r)\beta^2 e^{-\varepsilon t}}{\sqrt{1-\beta}} \cdot \frac{7{,}960 - 1{,}704\beta}{4-3\beta}. \end{aligned} \tag{10}$$

Ma dalla (1) e dalla (9) ricaviamo:

$$(\mu_0 - \mu_r)e^{-\varepsilon t} = \mu - \mu_r = \frac{4{,}05\sqrt{1-\beta}}{\beta^2} - \mu_r \tag{11}$$

onde la (10) diviene, sostituendo e riducendo:

$$P = -1{,}086 + \frac{7{,}960 - 1{,}704\beta}{4-3\beta}\left[4{,}05 - \frac{\mu_r\beta^2}{\sqrt{1-\beta}}\right]. \tag{12}$$

Ora, quando la stella è appena formata, la sua massa è molto grande e quindi (n. 164) β è prossima a zero. In conseguenza P è positiva e, per la (6), la temperatura cresce. E tale incremento continua fino a quando P si annulla, ciò che corrisponde ad un massimo di T.

ciclo di evoluzione stellare, e cioè la retta delle giganti $T_1 T_2$ e la « mean sequence » $T_2 T_3$, e resterebbe solo a dar ragione delle nane bianche che costituiscono l'ultimo ramo

---

Ora eguagliando P a zero, si ha:

$$4{,}05 - \frac{\mu_r \beta^2}{\sqrt{1-\beta}} = \frac{1{,}086(4-3\beta)}{7{,}960 - 1{,}704\beta} \tag{13}$$

e cioè

$$\frac{\mu_r \beta^2}{\sqrt{1-\beta}} = \frac{a - b\beta}{c - \beta} \tag{14}$$

dove abbiamo posto per semplicità:

$$a = 16{,}35; \quad b = 2{,}14; \quad c = 4{,}66. \tag{15}$$

Ma dalla (14) si ha, elevando a quadrato e riducendo:

$$F(\beta) = \mu_r^2 \beta^4 (c - \beta)^2 + (\beta - 1)(a - b\beta)^2 = 0 \tag{16}$$

equazione in cui compare la sola variabile β e che deve essere soddisfatta quando la temperatura stellare raggiunge il massimo. Ma, come già sappiamo (n. 164), durante la vita stellare la massa va continuamente diminuendo e quindi β varia da 0 ad 1. Ora derivando la (16), si ha:

$$\begin{aligned} F'(\beta) &= 4\mu_r^2\beta^3(c-\beta)^2 - 2\mu_r^2\beta^4(c-\beta) + (a-b\beta)^2 - 2b(\beta-1)(a-b\beta) = \\ &= 2\mu_r^2\beta^3(c-\beta)[2c-3\beta] + (a-b\beta)^2 + 2b(1-\beta)(a-b\beta) \end{aligned} \tag{17}$$

onde, a causa dei valori dati di a, b, c, la $F'(\beta)$ si conserva sempre positiva nell'intervallo $0 \leq \beta \leq 1$. In conseguenza la $F(\beta)$ è funzione crescente nell'intervallo $0 \leq \beta \leq 1$, ed anzi, come mostra la (16), essa è negativa per $\beta = 0$ e positiva per $\beta = 1$.

Possiamo dunque concludere che, *nell'intervallo* $0 \leq \beta \leq 1$, *la* $F(\beta)$ *ha una ed una sola radice reale.*

Riepilogando vediamo che, subito dopo la formazione dell'astro, essendo β prossima a zero, la temperatura effettiva T comincia a crescere e quindi il tipo spettrale a spostarsi verso B ed A. Nello stesso tempo, per la (3), cresce anche la grandezza bolometrica assoluta e perciò diminuisce l'irradiazione dell'astro. In conseguenza, nel diagramma evolutivo, diminuiranno tanto l'ordinata quanto l'ascissa del punto immagine e cioè il punto si muoverà nel diagramma stesso andando *verso sinistra e verso il basso* vale a dire nel senso della retta delle giganti.

Proseguendo l'evoluzione e diminuendo sempre la massa stellare, β cresce fino a che essa diviene radice della (16). Allora la temperatura

$T_3 T_4$, del ciclo evolutivo. In proposito ci sembra logico di supporre che, quando l'astro è giunto in T_3, e cioè quando la sua contrazione è già molto avanzata, la grande densità raggiunta dalla materia faciliti le collisioni tra elettroni e nuclei atomici e per conseguenza (n. 157) aumenti la rapidità di trasformazione della materia in energia.

Dopo T_3 l'astro, pur continuando a diminuire di splendore, — giacchè la massa si riduce sempre di più, trasformandosi in energia — tornerebbe quindi a riscaldarsi nuovamente passando per lo stato di stella nana bianca. Questo riscaldamento, dovuto forse alla trasformazione in energia dei materiali refrattari μ_r, costituirebbe, per così dire, l'ultimo tratto di vitalità, precursore della morte dell'astro.

174. La seconda teoria del Russell. Dopo la caduta della sua prima teoria (n. 172), il RUSSELL ha formulato una seconda teoria sopra l'evoluzione degli astri; teoria che, pure poggiando sopra ipotesi un po' artificiose, appare in complesso veramente brillante. Ci contenteremo di darne un breve cenno, senza entrare in dettagli, giacchè lo steso autore dichiara che la sua teoria potrà essere radicalmente modificata tra pochi anni [1].

Cominciamo ad osservare che la differenza fondamentale tra la teoria del RUSSELL e quella ora esposta consiste nell'ipotesi che la velocità di trasformazione della materia in energia sia, fisicamente, funzione discontinua della tempe-

---

effettiva raggiunge il valore massimo e quindi comincia nuovamente a diminuire, onde il tipo spettrale torna nuovamente a regredire verso *K, M, N* ecc., mentre — per la (3) — la grandezza bolometrica assoluta continua sempre a crescere. In conseguenza, nel diagramma evolutivo, diminuirà l'ordinata ed aumenterà l'ascissa del punto immagine e cioè il punto si muoverà nel diagramma stesso andando *verso destra e verso il basso*, vale a dire nel senso della « mean sequence », Cfr. ARMELLINI, *Sopra la teoria moderna dell'evoluzione delle stelle*, in " Rend. Lincei ", 1930, sem. I.

[1] Per maggiori dettagli sopra la seconda teoria del RUSSELL, oltre alla sua *Astronomy* (Ginn, New York), cfr. l'articolo pubblicato in " Nature ", 8 agosto 1925.

ratura; e cioè, rimanendo presso a poco nulla per basse temperature, aumenti rapidamente appena la temperatura tocchi un dato limite [1]. Non solo: ma il RUSSELL suppone che, da questo lato, gli elementi possano dividersi in due specie, costituita l'una da elementi trasformabili in energia a moderata temperatura (*giant stuff*, materia delle stelle giganti) e l'altra da elementi che si trasformano in energia soltanto quando la temperatura è molto elevata (*dwarf stuff*, materia delle stelle nane).

Ciò posto nella nuova teoria, come nell'antica, il RUSSELL immagina che le stelle si formino per condensazione di nebulose amorfe e fredde, e comincino a riscaldarsi lentamente per il calore prodotto dalla contrazione, in accordo col paradosso di LANE. Quando la temperatura centrale è giunta ad alcuni milioni di gradi — come è (n. 163) la temperatura centrale delle stelle giganti — gli elementi più trasformabili in energia (*giant stuff*) inizierebbero la loro trasformazione. Ed, in conseguenza, nel diagramma evolutivo, il punto immagine dell'astro rimarrebbe presso la retta delle giganti per un tempo lunghissimo, e cioè fino alla consumazione di questi elementi.

Successive contrazioni aumenterebbero ancora la temperatura dell'astro, fino a che, quando essa ha raggiunto al centro un valore di circa quaranta milioni di gradi — come è la temperatura delle stelle nane (n. 163) — s'inizierebbe la trasformazione in energia degli elementi della seconda specie (*dwarf stuff*). E, nel diagramma evolutivo, il punto immagine dell'astro rimarrebbe presso la « mean sequence » fino a che fossero consumati anche questi elementi.

Dopo ciò l'elevata temperatura centrale, insieme con la forte densità ormai raggiunta dall'astro, permetterebbe la trasformazione in energia degli elementi residui — o « elementi refrattari » del RUSSELL — ed il riscaldamento pro-

---

[1] In proposito, scrive argutamente il JEANS: *If my stellar matter is compared to uranium, Russell's must be compared to gunpowder*, (" Month. Notices ", vol. LXXXV, pag. 914).

dotto condurrebbe l'astro nella fase di « stella nana bianca » con temperatura centrale probabilmente altissima.

Infine, consumata presso che tutta la materia, avverrebbe naturalmente l'estinzione o « morte » dell'astro.

Semplice ed elegante, questa nuova teoria del RUSSELL sembra un po' artificiosa. Inoltre il JEANS obbietta che essa non può essere accettata, poichè gli astri non risulterebbero stabili dal lato termomeccanico [1]; ma, secondo noi, la questione meriterebbe un nuovo esame.

In ogni modo notiamo che nella seconda teoria del RUSSELL, a differenza della prima, il diagramma a Z rovesciata non è più una traiettoria ma un luogo di stazionamento dei punti immagini (n. 171).

175. Età delle stelle. Insieme con lo studio dell'evoluzione stellare, l'Astronomia Siderale si propone anche di determinare l'età delle stelle: problema la cui altissima importanza, scientifica e filosofica, non ha certamente bisogno di essere posta in luce. Fin ad ora però la scienza si è limitata a pochi tentativi, arditissimi ma incerti, basati principalmente sui fenomeni seguenti:

1) L'età delle roccie terrestri e la determinazione dell'epoca a cui risale l'apparizione della vita sopra la Terra.

2) La diminuzione secolare del periodo delle variabili cefeidi; diminuzione che potrebbe dedursi da alcune osservazioni e che sembrerebbe dovuta all'incremento secolare della densità media dell'astro, risultante dalla sua progressiva contrazione.

3) Le relazioni, che possono dedursi dalle osservazioni, tra il tipo spettrale e gli elementi orbitali delle stelle binarie. Infatti, poichè gli elementi dell'orbita che la stella satellite descrive intorno alla principale dipendono dai va-

---

[1] *On cannot but admire the ingenuity of this theory (Russell's), but our analysis has shewn that it comes into fatal conflict with dinamical principles* (JEANS, " Astronomy and Cosmogony ,, , pag. 166).

Cfr. in proposito il recentissimo articolo di E. MILNE, *The analysis of stellar structure*, in « Month. Not. » Vol. XCI (1930).

lori delle masse, le variazioni di tali elementi in funzione dell' età dell' astro possono indicarci la legge con cui la massa diminuisce col tempo.

4) Alcune considerazioni, d'indole statistica, sui clusters stellari e sul minimo tempo necessario per raggiungere uno stato di regime.

Ci siamo già occupati (n. 154) dell' età delle roccie terrestri e, nel seguito di questo Trattato, ci occuperemo delle considerazioni indicate ai nn. 2, 3 e 4. Per ora aggiungiamo solo che, dal complesso delle indagini, la vita delle stelle sembra di molti miliardi di anni.

PARTE QUARTA

LE STELLE VARIABILI

CAPITOLO PRIMO

Generalità.

176. Importanza delle stelle variabili. Dopo avere esaminato le stelle in generale, dobbiamo passare ad occuparci di una classe speciale di astri che presentano particolarità di altissimo interesse, e cioè delle stelle variabili [1]. Ne fu già data una sommaria nozione nell' Uranografia (n. 16).

Come dicemmo, le stelle variabili possono logicamente dividersi in due grandi categorie e cioè:

1) *Variabili ad eclisse, o stelle binarie fotometriche, o pseudovariabili*, nelle quali la variazione è *apparente* e cioè è dovuta ad eclissi prodotte da un satellite che ruota intorno all' astro.

2) *Variabili fisiche, o variabili intrinseche*, nelle quali la variazione di luce è *reale* e sembra causata da violenti crisi, spesso più o meno periodiche, che colpiscono l' astro e che, insieme con lo splendore, ne alterano temporaneamente il colore, la temperatura effettiva, il tipo spettrale, ecc.

Ora vedremo che, dall' esame delle variazioni di splendore di una *binaria fotometrica*, è possibile dedurre gli elementi dell' orbita ellittica che il satellite descrive intorno alla stella principale e, così pure, è possibile dedurre i dia-

---

[1] Tra le opere riguardanti le stelle variabili citiamo, anzi tutto: K. SCHILLER, *Einführung in das Studium der veränderlichen Sterne* (Leipzig, Barth, 1923); C. E. FURNESS, *An introduction to the study of variable stars* (New York, Houghton, 1913).

Per più ampie ricerche, i lettori possono consultare: J. HAGEN e J. STEIN, *Die veränderlichen Sterne* (Herder, Freiburg Br. e Pubbl. Specola Vaticana, Vol. V. e VI.); MÜLLER e HARTWIG, *Geschichte und*

metri dei due astri, misurati prendendo come unità il semiasse maggiore dell' orbita ellittica. Nel caso poi che la binaria fotometrica sia anche binaria spettroscopica (n. 16), si possono calcolare le dimensioni orbitali ed i raggi stellari in chilometri e si può anche trovare la massa e la dendei due astri. Questo è anzi uno dei metodi migliori per ottenere le masse e le densità stellari (n. 140).

Qanto alle *variabili fisiche* vedremo che esse sono, in generale, *stelle giganti*, e cioè stelle giovani e di debolissima densità media; spesso anzi le maggiori variazioni di splendore si riscontrano nelle giganti di bassa temperatura (tipo *M*) e cioè nelle più giovani e meno dense tra esse: la *Mira Ceti*, p. es., una delle variabili più notevoli, ha una densità media eguale a $1{,}6.10^{-7}$! Crediamo quindi di non essere lungi dal vero esprimendo la convinzione che, nella maggior parte dei casi, *la variabilità sia una malattia delle stelle giovani, dovuta al non avere ancora raggiunto l' equilibrio, dopo la prima formazione.* (1)

Literatur des Lichtwechsels (Leipzig, Poeschel, 1918-1920) ed inoltre il Vol. VI, parte II del moderno *Handbuch der Astrophysik* (Berlin, Springer, 1928).

Abbiamo già parlato dei Cataloghi di Stelle variabili (n. 124). Aggiungiamo che effemeridi di stelle variabili sono pubblicate, dal 1870 al 1926, nel " Vierteljahrsschrift der Astron. Gesellschaft „ che, nel 1926, riportava 2671 variabili. Dal 1927 in poi sono pubblicate in " Kleineren Veroffentlichungen der Universitätssternwarte zu Berlin-Babelsberg „.

Altre effemeridi di variabili possono trovarsi nelle " Circulars „ dell' Osservatorio di Harvard Coll., nella " Popular Astronomy „ nell' " Annuario dell' Osservatorio „ di Cracovia ecc.

Ricordiamo poi che, per gli astronomi pratici, riesce utilissimo il già citato *Atlas Stellarum Variabilium* del P. J. Hagen (Berlino, Dames) ed i relativi " Supplementi „ pubblicati dalla Specola Vaticana.

Infine un gran numero di osservazioni di variabili si trova nelle « Astr. Nachr. » in « Astronomical Journ. » e nei « Bull. of Harv. Coll. ».

(1) Cfr. in proposito l' importante memoria del Perrine, *On the nature of stellar variability*, in « Astr. Nachr. » Bd. CCXXX n. 5505 (1927) dove l' autore giunge alla conclusione che « *all variability is due primarily to pulsation* ».

In particolare, può trattarsi di *pulsazioni periodiche* (ipotesi di SHAPLEY ed EDDINGTON) od anche di prossima rottura dell'astro stesso (ipotesi di JEANS) per dare origine ad un sistema binario. Ciò non toglie però che, in qualche caso, possa esservi una *variabilità senile*, dovuta, p. es., a formazione di macchie sopra la fotosfera con intensità più o meno periodica; se ne ha un esempio nel Sole che, a causa del ciclo undecennale delle sue macchie, può considerarsi come una stella lievemente variabile con periodo di undici anni. E così pure non è esclusa la possibilità di variazioni prodotte da cause accidentali; p. es., il fenomeno delle stelle nuove, secondo l'ipotesi del SEELIGER, sarebbe dovuto all'incontro dell'astro con una nebulosa oscura.

Come vediamo, le variabili, sia fisiche sia ad eclisse, si presentano altamente interessanti: ricche le prime di misteri inesplorati, feconde le altre di risultati di grande importanza, degnissime tutte dello studio e della meditazione dell'astronomo!

177. Curve di luce. - Caratteristiche particolari delle stelle variabili. - Rapporto di LUDENDORFF. Per maggiore uniformità di trattazione, rimanderemo l'esame delle variabili ad eclisse alla parte quinta di questo Trattato, dove studieremo le stelle binarie, e per ora ci occuperemo soltanto delle variabili fisiche.

Anzitutto dobbiamo osservare che, insieme con le *caratteristiche generali* delle stelle (n. 15), si possono definire per le variabili alcuni altri elementi che chiameremo *caratteristiche speciali.*

A tale scopo, cominciamo col costruire un diagramma prendendo per ascisse il tempo e per ordinate le grandezze stellari disposte — come generalmente si usa — in ordine decrescente, in modo cioè che le ordinate più elevate corrispondano ad un'intensità luminosa più forte. Allora, se immaginiamo di osservare con continuità una variabile e di riportare nel diagramma le diverse grandezze che essa assume col tempo, otterremo una curva che gli astronomi

chiamano *curva di luce* (Lichtkurve, Light curve). Ora possono avvenire tre casi, e cioè:

1) Per molte variabili, dette *regolari*, p. es. δ *Cephei*, la curva di luce è periodica, e cioè essa si riproduce inalterata, o quasi, ogni volta che il tempo aumenta di P. In

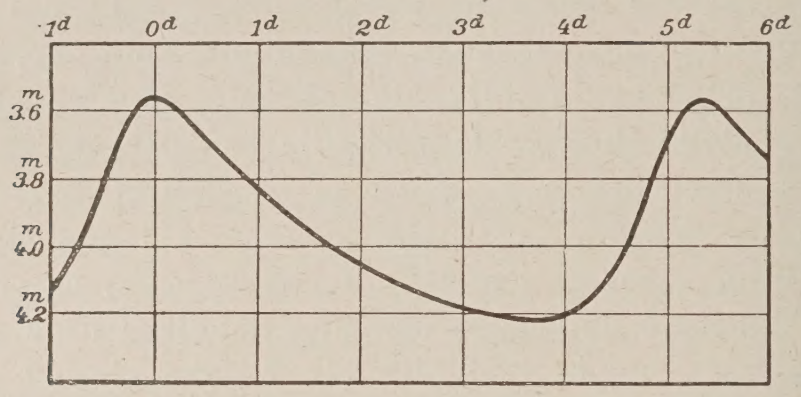


Fig. 144.
Curva di luce di δ Cephei.

linguaggio matematico, ciò significa che l'ordinata corrispondente all'ascissa t è eguale a quella corrispondente all'ascissa $t + P$ qualunque sia l'istante t. L'intervallo di tempo P, misurato ordinariamente in giorni solari medi e frazione decimale di giorno, si chiama *periodo*.

Generalmente s'indica con M la grandezza che ha l'astro quando si trova al suo massimo splendore, con m $(m > M)$ la grandezza al minimo e la differenza $A = m - M$ si chiama *ampiezza* di variabilità.

2) Per altre variabili, dette *semiregolari*, p. es. *Mira Ceti*, la curva di luce, pur riproducendosi all'ingrosso ogni volta che il tempo aumenta di P, subisce sensibili alterazioni ed anche P è lievemente variabile. In linguaggio matematico la curva di luce appare composta di una funzione periodica *predominante*, sommata con una funzione oscillante di minore entità. [1]

3) Infine, per altre variabili, dette *irregolari* p. es. R

---

[1] Cfr. in proposito C. Payne, *On the nature of period changes of long period variables*, in « Harv. Bull. » n. 875 (1930).

Coronae Borealis, vi è solo una debole traccia di periodicità. Al contrario di quanto avveniva nel caso 2), la funzione oscillante predomina ora sopra la funzione periodica, la quale può anche mancare del tutto.

In pratica ci sembra utile d' indicare brevemente queste

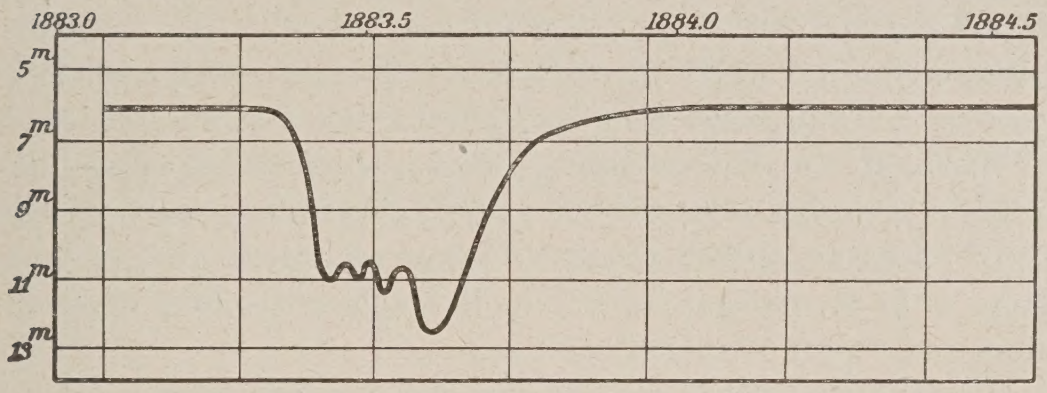


Fig. 145.
Curva di luce di *R* Coronae Borealis (Ludendorff).

particolarità con un numero indice *I*, che chiameremo *indice d' irregolarità*, e che porremo eguale a 0 per le variabili regolari, a 5 per le semiregolari, a 10 per le irregolari, dandogli valori intermedi per i singoli casi pratici.

Ciò detto, occorre rilevare che, assai spesso, le variazioni di splendore sono accompagnate da una modificazione dello spettro; modificazione riguardante sia le righe spettrali (p. es. apparizione di righe lucide, di righe di elementi ionizzati ecc.) sia la distribuzione di energia nello spettro stesso. Alterandosi lo splendore si altera quindi anche il colore dell' astro ed anzi, tranne casi eccezionali, *il colore si sposta verso il rosso quando lo splendore diminuisce.* In altre parole, *l' indice del colore* (n. 69) *cresce* quando l' astro si avvicina al *minimo.*

Poichè l' occhio umano è poco sensibile alla luce rossa e la lastra fotografica è anche meno sensibile, ne segue che l' ampiezza fotografica A_p ($A_p = m_p - M_p$) è generalmente maggiore dell' ampiezza visuale A ($A = m - M$) e che questa, a sua volta, è maggiore dell' ampiezza bolometrica A_b ($A_b = m_b - M_b$). In alcuni casi anzi le differenze

sono notevolissime: p. es. nella *Mira Ceti* [1], l'ampiezza bolometrica è di grandezze stellari 1,1 mentre quella visuale è di circa 7 grandezze, e cioè 240 volte maggiore della bolometrica, e quella fotografica è ancora più grande!

In pratica ci sembra che il fenomeno possa venire misurato in modo assai semplice dando la differenza B — in grandezze stellari — tra l'ampiezza visuale e l'ampiezza bolometrica, od anche la differenza F tra l'ampiezza fotografica e l'ampiezza visuale. Chiameremo B, od F, col nome di *indice di variazione colorimetrica*, giacchè esso si annulla quando resta inalterato il colore o la distribuzione di energia nello spettro stellare, mentre è tanto maggiore quanto maggiore è la modificazione subita dal colore durante la variazione di luminosità dell'astro.

Complessivamente indicheremo i quattro parametri P, A, I, B, (o F) col nome di *caratteristiche particolari della variabile* ed, in proposito, noteremo subito un fenomeno di alta importanza. Risulta infatti dalle osservazioni che *queste caratteristiche sono generalmente connesse tra loro, giacchè, nel maggior numero di variabili fisiche, crescendo l'ampiezza A, crescono anche il periodo P, l'indice d'irregolarità I e l'indice di variazione colorimetrica B* [2]. Così, per le Cefeidi propriamente dette, il periodo P oscilla intorno ad una settimana, l'ampiezza A è uguale in media a grandezze 1,5, l'indice d'irregolarità I è quasi nullo e l'indice di variazione B è di circa 0,5 grandezze. Invece per *Mira Ceti* — prototipo delle variabili semiregolari — si ha $P = 331$ giorni, $A = 7,6$, $I = 5$ e $B = 6,5$ grandezze stellari.

Termineremo osservando che, nello studio delle variabili regolari e semiregolari, è stato introdotto da CHANDLER e

---

(1) Cfr.: H. JOY, *A. Spectrographic study of Mira Ceti*, in "Astroph. Journ., Vol. LXIII (1926). Cfr. anche A. NIJLAND, *Ueber die drei letzten Mira Minima*, in "Astron. Nachr. Bd. CCXX Nr. 5262; HOPMANN, *Kolorimetrische Beobachtungen von Veranderlichen*, id. Bd. CCXXVI Nr. 5401; id. id. Bd. CCXXVII, Nr. 5440.

(2) Non sussiste però la proprietà inversa, giacchè si hanno molte stelle debolmente variabili con periodo abbastanza lungo.

dal TURNER, e poi dal LUDENDORFF, un rapporto destinato a caratterizzare grossolanamente la forma della curva di luce.

Infatti, come vedremo tra breve, in queste curve la salita dal minimo al massimo splendore è generalmente rapida, mentre la successiva discesa, dal massimo al minimo seguente, si compie con maggiore lentezza. Ciò posto, chiameremo col nome di *rapporto di* LUDENDORFF, *il rapporto* ε *tra l'intervallo di tempo che l'astro impiega a salire dal minimo al massimo successivo e la durata del periodo.* (1)

Notiamo che ε è eguale a circa 0,43 per le variabili semiregolari a lungo periodo ed *aumenta col decrescere del periodo,* (2) divenendo eguale a circa 0,50 per le Cefeidi con periodo brevissimo.

178. Distribuzione dei periodi. Volendo ora ricercare le cause che producono le accennate variazioni di splendore, di colore e di tipo spettrale, occorre anzi tutto osservare un gran numero di fenomeni. È questo anzi il vero metodo galileiano, il metodo sperimentale, nettamente opposto a quei voli di fantasia, tanto arditi quanto effimeri, con cui alcuni dilettanti pretendono di costruire l'Universo a loro talento.

Ponendoci dunque sul solido terreno sperimentale, la prima idea che si presenta alla nostra mente è quella di

---

(1) In simboli matematici, se indichiamo con $t_{min.}$ e $t_{max.}$ i tempi corrispondenti ad un minimo e al massimo *successivo,* si ha

$$\varepsilon = \frac{t_{max.} - t_{min.}}{P}$$

che spesso s'indica più brevemente, ma meno correttamente, col simbolo: $\varepsilon = \frac{M - m}{P}$.

Il rapporto, originariamente considerato da CHANDLER, era:

$$\alpha = \frac{2\,(t_{max} - t_{min})}{P} - 1 = 2\,\varepsilon - 1.$$

(2) Il primo a porre in luce completa questa importantissima proprietà delle stelle variabili, è stato l'astronomo giapponese ARAKI in « Jap. Journ. Astr. and Geophys. » Vol. V, n. 3.

studiare come si distribuiscono i periodi di variabilità secondo la loro lunghezza. A tale proposito il RUSSELL [1] considera circa mille variabili, regolari e semiregolari, tratte dal " Vierteljahrsschrift „ del 1925, e costruisce il diagramma in figura, dove le ascisse rappresentano le lunghezze dei

Fig. 146.
Distribuzione dei periodi delle stelle variabili (RUSSELL).
N. B. - Le ordinate rappresentano il numero delle stelle e le ascisse la lunghezza dei periodi in giorni.

periodi in giorni e le ordinate il numero delle corrispondenti variabili.

Come indica la figura, il diagramma mostra *tre punte* ben nette e cioè:

1) Una prima punta elevatissima, corrispondente ad un gruppo di circa 750 variabili i cui periodi si aggirano, in media, sui *280 giorni*. Si tratta generalmente di stelle *rosse* del tipo spettrale *Me*, ad es. *Mira Ceti*.

2) Una seconda punta, meno elevata della prima ma notevole, corrispondente ad un gruppo di circa 150 variabili i cui periodi si aggirano, in media, sulle *12 ore*. Sono queste

---

[1] Cfr. RUSSELL, *Astronomy*, II. pag. 759 (Ginn, New York). Cfr. anche in proposito il recente ed importante lavoro di B. GERASIMOVIC, *Investigations of semiregular variables*, in " Circulars Harvard Coll. Observatory „ nn. 321, 323, 333, 338, 340, 341 e 342.

le *Cefeidi dei Clusters* (nn. 21 e 116) o stelle analoghe, generalmente di color *bianco;* es.: *R Muscae* ed *RR Lyrae.*

3) Una terza punta, ancora meno notevole, corrispondente ad un gruppo di circa 100 variabili, di color *bianco*, i cui periodi sono in media, di *5 giorni.* È il gruppo delle *Cefeidi* propriamente dette, che traggono il loro nome dalla più conosciuta tra esse: *δ Cephei.*

In pratica le stelle del gruppo 1) si chiamano *variabili a lungo periodo* e sono generalmente semiregolari, mentre quelle dei gruppi 2) e 3) si chiamano *variabili a breve periodo,* o *Cefeidi,* e sono generalmente regolari.

È da notare la scarsezza delle variabili con periodo tra 40 e 100 giorni e, più specialmente, la scarsezza di quelle con periodo tra 50 e 60 giorni. Le stelle che cadono in questa lacuna e che il GERASIMOVIC [1] chiama « *variabili del gruppo intermedio* », sono particolarmente importanti; ricordiamo tra esse: *RV Tauri* [2] ($P = 39^d,27$), *U Monocerotis* ($P = 46^d,13$), *Z Leonis* ($P = 57^d$ circa), *R Sagittae* [3] ($P = 70^d$ circa), *V Vulpeculae* [4] ($P = 75^d$ circa), *AF Cygni* [5] ($P =$ variabile tra 79 e 99).

Evidentemente, è possibile che ulteriori scoperte colmino in parte questa lacuna; ma è difficile che la forma del diagramma venga radicalmente alterata. Ci sembra quindi lecito di fare un' osservazione di carattere generale.

---

[1] Cfr.: GERASIMOVIC, *On Variables of the intermediate group* in " Circular Harvard Coll. Observatory ", n. 342 (giugno 1929).

[2] Sarà inutile ricordare che l' indice *d* (dal latino *dies* = giorno) si usa in astronomia per esprimere che un intervallo di tempo viene misurato in giorni.

Notiamo ancora, in proposito, che in molti libri recenti, e nello stesso *Handbuch der Astrophysik,* si assegna ad RV Tauri un periodo di 78 giorni, doppio cioè di quello da noi riportato. Il GERASIMOVIC (Circular, n. 341; aprile, 1929) ha testè mostrato che il periodo è, in realtà, di 39 giorni e che esso viene complicato con l' aggiunta di un termine oscillante, più o meno periodico, di periodo prossimamente eguale a 78 giorni.

[3] Id. id., n. 340.

[4] Id. id., n. 321.

[5] Cfr. " Bull. Observ. de Lyon ", 1928.

Se la variabilità stellare fosse prodotta da una causa unica, le diverse durate dei periodi dovrebbero logicamente disporsi intorno alla media in conformità alla nota curva di frequenza [1] di GAUSS: curva che ha la forma di una campana (*courbe à cloche*) più o meno aperta, secondo la maggiore o minore « dispersione » degli elementi studiati. Invece ciò non avviene nel caso nostro: il diagramma, ora esaminato, sembra piuttosto risultare dalla composizione di tre curve gaussiane, di tre differenti « campane ». Possiamo quindi credere che, almeno nei dettagli, la variabilità stellare non dipenda da un' unica cagione.

179. Relazioni tra il periodo e l'ampiezza. Proseguendo nel nostro esame generale, passeremo ad occuparci delle relazioni tra l' ampiezza visuale A ed il periodo P delle variabili fisiche, regolari e semiregolari. Abbiamo in proposito la seguente [2]

TABELLA

P	A
I) Var. regolari	
a) Cefeidi dei Clusters	
$0^d,0 - 1^d,0$	$1^m,33$
b) Cefeidi ordinarie	
$1^d,0 - 45^d.0$	$1^m,73$
II) Var. semiregolari	
$< 150^d$	$3^m,6$
151 — 180	3,9
181 — 210	5,1
211 — 240	5,3
$241^d - 270^d$	$5^m,3$
271 — 300	5,7
301 — 330	5,7
331 — 360	6,0
361 — 390	6,1
391 — 420	6,4
421 — 460	5,8
461 — 500	6,8
> 500	7,4

---

(1) Per maggiori notizie sopra la curva di frequenza di Gauss, si consulti qualunque buon trattato di Calcolo delle Probabilità. Ottimo, tra i più recenti, è quello del prof. G. CASTELNUOVO (Bologna, Zanichelli, 1928).

(2) Cfr.: *Handbuch der Astrophysik*, Bd. VI, parte II, pagg. 120 e 194. Cfr. anche K. SCHILLER, *Einführung in das studium des veränderlichen Sterne*, pag. 344 (Leipzig, Barth, 1923).

Il risultato non ha bisogno di essere illustrato: ci accorgiamo subito che, in generale, *crescendo l' ampiezza di oscillazione, cresce anche la durata del periodo* delle stelle variabili. Vedremo anzi in seguito, studiando la forma delle curve di luce, come, crescendo il periodo, aumenti anche l' irregolarità delle oscillazioni.

180. Distribuzione galattica delle variabili. Un altro esame che deve attirare la nostra attenzione, consiste nel ricercare la distribuzione delle variabili sopra la volta celeste, specialmente in relazione con la Via Lattea.

Torneremo su questi argomenti nel Vol. III, parlando della *Statistica Stellare*, ma intanto possiamo dire che le indagini moderne [1] hanno condotto ai tre risultati seguenti:

a) Escludendo le Cefeidi dei Clusters, situate — come è evidente — nei Clusters stellari, *le variabili regolari, o Cefeidi ordinarie, sono nettamente localizzate nei dintorni della Via Lattea.*

Occorre però rilevare che queste variabili appartengono ai primi tipi spettrali, i quali mostrano (n. 128) una grande preferenza per le regioni galattiche. Tanto è vero, che *anche le variabili ad eclisse* — le quali appartengono pure, in maggioranza, ai primi tipi spettrali — *preferiscono la Via Lattea.*

b) Le variabili semiregolari e le stelle fluttuanti non

---

[1] Cfr.: *Discussion of the revised Harvard Photometry*, in " Ann. Harvard College Observatory „. Vol. LXIV, n. IV. Cfr. anche E. Zinner, *Die Verteilung der veränderlichen Sterne am Himmel*, in " Astr-Nachr. „, Bd. CXC, Nr. 4538; Hertzsprung, *Ueber die Verteilung galaktischer Objekte*, id. Bd. CXCII, Nr. 4600; H. Seeliger, *Ueber die Abhängigkeit der Verteilung der Sterne von verschiedenen Spektraltypen und der mittleren Parallaxen der Sterne von der Galaktischen Breite.* id., Bd. CXCIII, Nr. 4617.

Tra i più recenti lavori in proposito cfr. Baade *Untersuchung von zwei Milchstrassenfeldern auf Veränderliche*, id, Bd. CCXXXII, Nr. 5548; Hoffmeister, *Durchfoschung eines Feldes in Lacerta nach Veränd. St.*, id. id. 5553; Yanamoto, *Note on statistics of variable stars.* id. Bd. CCXXXIV, Nr. 5596; cfr. anche: « Harvard Coll. Observatory », Bull. N. 857.

mostrano invece notevole preferenza per la Via Lattea. Ciò si spiega ricordando che, nella grande maggioranza, le variabili semiregolari ed irregolari sono stelle rossastre appartenenti ai tipi spettrali *M*, *N*, *R*, *S*; tipi che non mostrano speciale condensazione galattica.

c) Infine *le stelle temporanee, o « Novae »*, oggi connesse con le variabili, *mostrano assoluta preferenza per la Via Lattea*, ed anzi appaiono esclusivamente nei dintorni della Galassia o nelle Nebulose Spirali (n. 16). Ciò è conforme alla regola generale, poichè il tipo spettrale delle stelle temporanee (*Q*) preferisce i dintorni della Via Lattea, come tutti i primi tipi della « Sequentia Spectrorum ».

Riepilogando possiamo dire che, di regola, le stelle variabili si distribuiscono in cielo secondo il tipo spettrale a cui appartengono.

181. Relazione tra il periodo e il tipo spettrale. - La "principal sequence". - Per completare queste ricerche di carattere generale, ci occorre di esaminare se esista qualche relazione tra la durata del periodo delle variabili fisiche e il loro tipo spettrale.

A tale scopo, cominciamo col ricordare come gli antichi astronomi avessero già notato più volte che, aumentando la durata del periodo delle variabili, il loro colore si avvicinava sempre più al rosso. E ciò significava che, in generale, le variabili fisiche di maggior periodo hanno tipo spettrale più avanzato e temperatura effettiva *T* più bassa.

Ora gli studi posteriori hanno confermato pienamente tale relazione ed oggi il fenomeno è stato messo in completa luce da H. SHAPLEY [1], il quale ha dato la seguente

---

[1] Cfr. H. SHAPLEY, *Note on the extension of the Period-Spectrum Relation*, in " Bull. Harvard Coll. Observatory ", n. 861 (ottobre 1928); cfr. anche: H. SHAPLEY and Margaret WALTON, *The Period-Spectrum Relation*, in " Circ. Harvard Coll. Observatory ", n. 313 e S. TOWNLEY, A. CANNON and L. CAMPBELL, *Harvard Catalogue of long period variable stars*, in " Annals of Harvard Coll. Observatory ", Vol. 79, parte terza (1928).

tabella dove il periodo P è misurato in giorni ed i logaritmi sono sempre a base decimale:

TABELLA

Log P	Spettro	Log T	Log P	Spettro	Log T
− 0,32	*A*5	3,93	+ 2,13	*M*2	3,40
+ 0,31	*F*7	3,78	2,25	*M*2	3,38
0,55	*F*9	3,76	2,25	*M*3	3,36
0,71	*G*1	3,73	2,45	*M*4	3,33
0,87	*G*2	3,71	2,55	*M*5	3,28
1,15	*G*6	3,65	2,65	*M*6	3,24
1,29	*G*5	3,67	2,57	*N*	3,42
1,50	*G*5	3,66	2,58	*R*	. . .
1,63	*K*1	3,60	2,56	*S*	. . .
1,56	*G*8	3,64			
1,75	*K*3	3,57			

Questa tabella mostra chiaramente l'esistenza di una relazione tra il periodo, il tipo spettrale e la temperatura effettiva; relazione che possiamo enunciare dicendo che, *con l'aumento del periodo, diminuisce la temperatura effettiva delle variabili fisiche, mentre il loro tipo spettrale si sposta nella « sequentia spectrorum » da A verso M, N.*

In proposito GERASIMOVIC [1] ha recentemente proposto di chiamare *successione fondamentale (principal sequence)* la successione formata dalle variabili, da lungo a breve periodo, che soddisfano alla « Period Spectrum Relation ». Le poche variabili che non vi soddisfano, p. es. le *variabili cicliche* (n. 215), dovrebbero ritenersi come eccezionali.

Ma non basta. Escludendo le variabili ad eclisse — che in realtà sono variabili solo in apparenza — e pochissime stelle nane fluttuanti, le quali ci offrono interessanti esempi di « variabilità senile », l'esame delle grandezze assolute mostra che, di regola, *le variabili fisiche sono stelle giganti.* Anzi, *le Cefeidi sono supergiganti,* come è provato sia dalla

---

[1] Cfr. GERASIMOVIC, *On variables of the intermediate Group,* in « Harv. Coll. Circul. » n. 342 (1929).

loro grandezza assoluta, sia dal fatto che il loro spettro presenta il carattere *c* di Miss MAURY (n. 134).

Ora abbiamo già visto come, tra le stelle giganti, i tipi *K*, *M*, ecc. siano i più giovani; possiamo dunque concludere che, generalmente, *le variabili fisiche sono stelle giovani*, ed anzi, quelle a lungo periodo sono spesso le più giovani.

Questa conclusione, insieme col fatto che i lunghi periodi sono generalmente collegati con grandi ampiezze, con forti irregolarità, con cambiamenti del tipo spettrale ecc., indica che le cause che producono la variabilità debbono presumibilmente ricercarsi in convulsioni, o in mancanze di equilibrio, di alcune stelle di recente formazione. E, come vedremo tra poco, le ipotesi più attendibili emesse in proposito dagli astronomi moderni, non sono altro che casi particolari di questa nostra conclusione.

182. L' ipotesi balistica sopra la velocità della luce. Ma, prima d' inoltrarci in questo studio, dobbiamo esaminare un' ipotesi che è stata recentemente proposta per spiegare la variabilità stellare e che appare radicalmente diversa da tutte le altre.

Come è noto, poco dopo le famose esperienze ottiche di MICHELSON e MORLEY che diedero origine alla Teoria di Relatività di EINSTEIN, il RITZ [1] propose di togliere il conflitto tra la fisica classica ed i risultati sperimentali avanzando l' ipotesi che una sorgente luminosa in movimento comunichi la propria velocità alla luce che essa emette.

Tale ipotesi, detta comunemente *balistica* — giacchè, in tal caso, la luce si comporta come un proiettile lanciato da un cannone in movimento — non venne generalmente adottata dai fisici, sia perchè contradetta da alcune esperienze (Majorana, Wataghin, Tomaschek), sia perchè l'opposta Teoria di Relatività aveva basi assai più larghe. Ma, pochi anni

---

[1] Cfr.: " Ann. de Chimie et de Physique „ Vol. XIII (1908).

dopo, il prof. La Rosa raccolse nuovamente l'ipotesi balistica e cercò di servirsene per spiegare i fenomeni delle stelle variabili, ragionando nel modo seguente [1].

Indichiamo con V la velocità radiale (n. 15) — che conteremo, al solito, positivamente quando l'astro si allontana da noi — e con c la velocità della luce emessa da una sorgente in quiete; allora, se è vera l'ipotesi del Ritz, la luce dell'astro viaggerà verso di noi con velocità U data dall'equazione:

$$U = c - V \tag{338}$$

e quindi il tempo T che essa impiega per giungere al nostro occhio sarà:

$$T = \frac{r}{U} = \frac{r}{c - V} \tag{339}$$

dove r è la distanza che ci separa dall'astro.

Ciò posto, immaginiamo che l'astro considerato faccia parte di un sistema binario o multiplo: allora esso si muoverà descrivendo una certa orbita e quindi V sarà variabile. Ma, per la (339), se la distanza r è molto grande, anche una lieve variazione di V può modificare notevolmente il tempo T e quindi potrà avvenire che raggi luminosi partiti dall'astro ad epoche differenti giungano simultaneamente all'occhio dell'astronomo, o — per usare il linguaggio ordinario — che

---

[1] Cfr.: La Rosa, *La velocità della luce si compone con quella della sorgente?* in " Rend. Accad. Lincei ", 1923, I, pag. 590; *I fenomeni delle stelle variabili*, id. 1923, II, pag. 117; *Il principio balistico della luce*, id. 1924, I, pag. 471; *Il fenomeno Doppler ed il principio balistico*, id. 1924, II, pag. 5; *Velocità radiali e teoria balistica delle stelle variabili*, id., 1924, II, pag. 446; *Sui fondamenti sperimentali del principio balistico*, id. 1925, I, pag. 488; *Prove astronomiche contrarie alla Teoria di Relatività*, in " Scientia ", 1924, II, pp. 1 e 69. Cfr. anche: Astron. Nachr. ", Bd. CCXXIII nn. 5346 e 5350; id. Bd. CCXXXIV n. 5607; " Comptes Rendus ", 1925; " Nuovo Cimento ", 1925; " Memorie della Società Astr. Italiana ". Nuova Serie, Vol. III e IV.

essi si « accavallino » tra loro. L'astro sembrerà quindi di splendore variabile [1].

In particolare i calcoli eseguiti dal La Rosa, nell'ipotesi semplicissima di sistemi binari con orbite circolari, hanno dato curve di luce che presentano molta somiglianza con quelle delle variabili ad eclisse del tipo β Lyrae e con quelle delle variabili fisiche regolari (Cefeidi). Il La Rosa ha proposto quindi di considerare la variabilità stellare come una *semplice apparenza*, dovuta soltanto al sommarsi della velocità della luce con la velocità dell'astro che la emette.

Questa teoria, innegabilmente assai semplice e suggestiva, urta però con numerose e gravi difficoltà, che, per chiarezza di esposizione, divideremo in due classi e cioè:

a) *Difficoltà generali*;

b) *Difficoltà specifiche*, ossia relative al problema stesso delle stelle variabili.

---

[1] Notiamo che, anche senza supporre un « accavallamento » dei raggi luminosi, l'ipotesi balistica conduce alla variabilità dello splendore apparente di quegli astri che hanno velocità radiale variabile col tempo. Infatti, indicando con t l'istante di emissione di un raggio luminoso e con τ l'istante di ricevimento, abbiamo:

$$\tau = t + T = t + \frac{r}{c - V} \tag{1}$$

da cui, differenziando, si ha:

$$d\tau = dt + \frac{dr}{c - V} + \frac{r\,dV}{(c - V)^2} \tag{2}$$

e cioè, ricordando che si ha $V = \frac{dr}{dt}$, otteniamo:

$$\frac{d\tau}{dt} = 1 + \frac{V}{c - V} + \frac{r}{(c - V)^2}\frac{dV}{dt} \tag{3}$$

Ora la luce emessa dall'astro nell'intervallo di tempo dt viene ricevuta dall'astronomo nell'intervallo di tempo $d\tau$ e quindi lo splendore apparente viene alterato nel rapporto $dt/d\tau$. Ricordando allora la formula di Pogson, abbiamo per la grandezza apparente m dell'astro

$$m = \text{costante} + 2{,}5 \log\left[1 + \frac{V}{c - V} + \frac{r}{(c - V)^2}\frac{dV}{dt}\right] \tag{4}$$

da cui risulta che, se V è variabile col tempo, anche m è variabile.

Le principali difficoltà di carattere generale sono le seguenti [1]:

1) La teoria balistica si oppone direttamente alla teoria di Relatività; la quale ha in Astronomia, e in tutta la fisica moderna, un'importanza, indiscutibilmente grandissima [2];

2) La teoria balistica si oppone ai risultati di esperienze moderne, eseguite da MAJORANA [3], WATAGHIN [4], TOMASCHEK [5] ecc., le quali confermano l'indipendenza della velocità della luce da quella della sorgente di emissione.

3) Ammettendo l'ipotesi balistica, l'effetto Doppler (n. 86) viene modificato giacchè, in tal caso, lo spostamento delle righe spettrali dipende non solo dalla velocità radiale

---

(1) Non insistiamo sopra una'altra difficoltà allegata dal DE SITTER (" Phys. Zeitschr. „ Bd. XIV, 1913), giacchè, in pratica, essa sembra superabile, come ora diremo.

Secondo il DE SITTER, nell'ipotesi balistica, ciascuna componente di un sistema binario visuale dovrebbe apparire suddivisa in più componenti, e ciò per il fatto che raggi luminosi emessi ad epoche diverse giungono simultaneamente all'osservatore; inoltre il moto orbitale di queste singole stelline non apparirebbe conforme alle leggi di Keplero.

In pratica però occorre considerare (cfr. op. citate) che gli effetti di cui si parla dipendono dal rapporto $R = T/P$ dove T è il tempo impiegato dalla luce per giungere a noi e P è il tempo che la stella satellite impiega per compiere una rivoluzione intorno alla principale. Ora nelle binarie visuali, R è sempre piccolo e spesso anzi minore dell'unità; infatti, per vedere distinti i due astri, occorre che essi non siano nè eccessivamente distanti da noi nè troppo vicini tra loro; e cioè occorre che T non sia troppo grande e che P non sia troppo piccolo.

In queste condizioni si dimostra che le perturbazioni accennate dal DE SITTER sarebbero generalmente inferiori agli errori delle osservazioni. (Cfr. LA ROSA, " Rend. Lincei „, 1923, I.; CANNATA, id., 1929, II).

(2) Cfr. in proposito G. WATAGHIN, *Le vicende recenti della Teoria della Relatività*, in " Scientia „, 1927, II.

(3) Cfr. Q. MAJORANA, *Dimostrazione sperimentale della costanza della velocità della luce emessa da una sorgente mobile*, in " Rend. Lincei „, 1918, I, pag. 402.

(4) Cfr. G. WATAGHIN, *Sulla dipendenza della velocità della luce dal movimento della sorgente*, in " Rend. Lincei „ 1925, II, pag. 554.

(5) Cfr. " Ann. der Physik „, Bd. 74, pag. 136 (1924).

dell' astro, ma anche dalla sua accelerazione radiale *(effetto Doppler di accelerazione)*. E ciò è stato rigorosamente dimostrato da CORBINO e LEVI-CIVITA [1], deducendo il principio di Doppler dai concetti della fisica classica, come noi abbiamo fatto nel I Volume di questo Trattato (cfr. n. 86, nota).

Ora, da un lato, l' esattezza del principio di Doppler — nella sua forma ordinaria — è stata sperimentalmente dimostrata dagli astronomi, applicandolo a corpi celesti di cui si conosceva anticipatamente la velocità radiale. D'altro lato « l' effetto Doppler di accelerazione », che verrebbe introdotto dall' ipotesi balistica, produrrebbe nelle righe spettrali degli spostamenti enormi, assolutamente inconciliabili con le osservazioni.

Si potrebbe è vero, togliere la difficoltà deducendo il principio di Doppler dalla moderna teoria dei « quanti » (n. 78), ma il WATAGHIN [2] ha mostrato che, in tal caso, sorgerebbero altre obbiezioni contro l' ipotesi balistica.

Ma forse ancora più rilevanti sono le difficoltà specifiche. Infatti:

1) Nelle variabili ad eclisse del tipo di Algol, lo splendore dell' astro rimane generalmente costante e subisce solo delle diminuzioni temporanee (minimi principali e secondari) dovute alle eclissi della stella principale e della stella satellite. Inoltre gli elementi dell' orbita del satellite sono determinati dalle osservazioni spettroscopiche e solo — qualora non si ammettano le eclissi — resta incognita l' inclinazione dell' orbita sul piano tangente alla volta celeste; inclinazione che, invece, è eguale a circa 90° nell' ipotesi delle eclissi.

---

(1) Cfr.: CORBINO e LEVI-CIVITA, *Il principio di Doppler* e *l' ipotesi balistica della luce*, in " Rend. Lincei ", 1926, I, pag. 706. Cfr. anche: DE SITTER, " Bull. of the Astr. Inst. of the Netherlands ", Vol. II, pag. 121 e 163 (1924); THIRRING, " Zeitschrift für Physik ", Vol. 31, pag. 133 (1925); BERNHEIMER, id., Vol. 36, pag. 302 (1926); LA ROSA, « Astr. Nach. » Bd. CCXXII n. 5319.

(2) Cfr.: WATAGHIN, *Sull' ipotesi balistica e l' effetto Doppler*, in " Rend. Lincei ", 1926, II, pag. 138.

Ciò posto, nella teoria balistica, è difficile spiegare perchè lo splendore dell' astro rimanga costante per gran parte del tempo, non ostante che la sua velocità radiale, perfettamente determinata dallo spettroscopio, risulti continuamente variabile. Anzi tale spiegazione può farsi solo ammettendo che la sorgente luminosa comunichi alla luce, non già tutta, ma solo una parte della propria velocità; ciò che, dal lato analitico, equivale a sostituire la (338) con la

$$U = c - \beta V \tag{340}$$

dove β è un coefficiente minore dell' unità, chiamato *coefficiente di trasmissione*. Ed i calcoli eseguiti dal ZURHELLEN [1] hanno mostrato che, per l' accordo tra teoria balistica ed osservazione, si dovrebbe avere $\beta < 0{,}000001$, ciò che praticamente equivale alla negazione dell' ipotesi balistica, data la piccolezza del coefficiente di trasmissione β.

2) Nelle variabili fisiche — che sono le più numerose — l' ampiezza fotografica è generalmente maggiore dell' ampiezza visuale, la quale è, a sua volta, maggiore dell' ampiezza bolometrica. Anzi, vedremo che nelle variabili a lungo periodo, o semiregolari, p. es. o Ceti, χ Cygni ecc., l' ampiezza visuale è *centinaia di volte maggiore* dell'ampiezza bolometrica.

Ora, per spiegare questo fatto con l' ipotesi balistica, non vi è che una via e cioè supporre che il coefficiente di trasmissione β sia variabile con la lunghezza d' onda. Ma non basta: non ostante l' artificiosità che così acquista l' ipotesi balistica, restano sempre inesplicate la comparsa e la sparizione di righe di emissione, di nuove righe di elementi

---

[1] Cfr.: W. ZURHELLEN, *Zur Frage der astronomischen Kriterien fur die Konstanz der Lichtgeschwindigheit*, in " Astron. Nachr. ,,, Bd., CIIC, n. 4729. Analogamente SALET dall' esame di Algol ha dedotto che β deve essere inferiore a circa 0,005; cfr. SALET, *Sur la costance de la vitesse de la lumière*, in « Comptes Rendus de l'Ac. de Paris », CLXXXVIII p. 387 e 1539, CLXXXIII p. 1263, CLXXX p. 647; LA ROSA id, CLXXX p. 1738.

ionizzati ecc., fenomeni che indicano certamente una grave perturbazione dell' astro.

Si comprende dunque come tutte queste ragioni abbiano impedito agli astronomi di accettare l' ipotesi balistica come spiegazione delle stelle variabili.

183. Le stelle semivariabili. Negli ultimi tempi, il fotometro a selenio (n. 61) e poi la cella fotoelettrica (n. 62) hanno permesso di scoprire parecchie stelle soggette a variazioni di splendore così lievi da sfuggire all' ordinaria fotometria visuale e fotografica. Citiamo, come esempi (n. 132), β Aurigae, ε Ursae Maioris, α Canum Venaticorum, γ Bootis, β Cephei, 12 Lacertae, 46 Boss, ζ_1 e g Ursae Maioris, α_1 Geminorum (una delle componenti di Castore), o Persei, φ Persei, ecc.

Noi proponiamo di chiamare queste stelle col nome di *semivariabili* e notiamo, in proposito, che *la semivariabilità sembra una proprietà molto diffusa nei sistemi binari spettroscopici.* Dobbiamo anzi avvertire che gli astronomi hanno discusso se le semivariabili debbano essere classificate separatamente, o debbano invece venire collocate nelle classi ora indicate, secondo le diverse curve di luce. Per ora prevale la seconda tesi; ma è evidente che le cause di semivariabilità possono essere più semplici delle cause di variabilità.

Così in un sistema binario spettroscopico, per effetto della mutua attrazione, le due stelle componenti acquistano una forma ellissoidica, lievemente allungata, con gli assi maggiori situati sopra una stessa retta passante per il baricentro G del sistema; presso a poco, come due uova con le punte rivolte l' una verso l' altra. [1]

---

[1] Cfr. p. es. STEBBINS, *The ellipsoidal variable star b Persei* in « Astroph. Journ. » LVII, dove il lettore troverà esaminata questa semivariabile che ha un periodo $P = 1^d,5273$ ed un' ampiezza $A = 0,05$; id. *The ellipsoidal variable star* π^5 *Ophiuci*, id. LI.

Ne segue che, ruotando gli astri intorno a *G* nel loro moto orbitale, varia la superficie rivolta verso la Terra e quindi varia lo splendore, anche senza che avvengano eclissi, nemmeno parziali. Naturalmente, se l'allungamento dei due astri è molto pronunziato, la semivariabilità si trasforma in variabilità; ma il caso è certamente più raro.

Analogamente può aversi semivariabilità in un astro isolato, a causa della rotazione intorno al proprio asse. È chiaro infatti che un astro, ruotando, acquista la forma di un ellissoide lievemente schiacciato e quindi, se l'asse non è diretto verso di noi, la sua superficie apparente varia periodicamente. Anche qui, se lo schiacciamento è molto accentuato, la semivariabilità può trasformarsi in variabilità ecc.

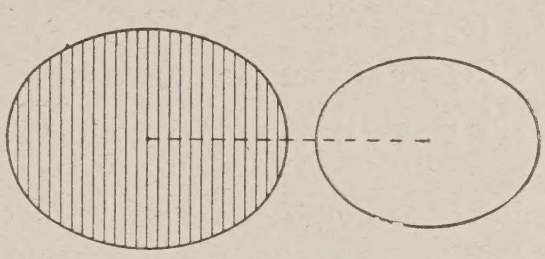


Fig. 147.
Componenti di un sistema binario spettroscopico.

Una causa di semivariabilità a lungo periodo può anche consistere in macchie la cui frequenza vari periodicamente col tempo, come avviene, per es., nel ciclo undecennale delle macchie del Sole.

Si comprende dunque l'importanza dello studio delle semivariabili, tanto più che queste stelle sono probabilmente numerosissime. Noi crediamo anzi che la maggior parte delle stelle del cielo siano realmente semivariabili e che gli astri di splendore costante formino quasi un'eccezione; ma questo lo dirà l'avvenire.

Disgraziatamente la fotometria fotoelettrica — necessaria per lo studio delle stelle semivariabili — esige telescopi di grande apertura, onde raccogliere al fuoco una sufficiente quantità di energia. Ci sia dunque lecito di esprimere il voto che le nostre specole — e speciamente quelle, ancora poco fornite, di Roma e dell'Italia Mediterranea — vengano provviste di apparecchi adeguati a sfruttare, a vantaggio della scienza, la magnifica trasparenza del nostro cielo latino!

184. Classificazione delle stelle variabili. Completeremo questo capitolo, dedicato alle nozioni generali, occupandoci della classificazione delle stelle variabili. A questo proposito notiamo:

1) che esiste un gran numero di tali classificazioni, dovute a PICKERING [1], a STANLEY WILLIAMS [2], a TOWNLEY [3], a NIJLAND [4], al P. HAGEN [5] e, più recentemente, a GUTHNICK [6], a GRAFF [7], a LUDENDORFF [8] ecc.; classificazioni che il lettore potrà trovare nel Vol. VI, parte II, del citato: " Handbuch der Astrophysik ,,.

2) che tutte queste classificazioni debbono essere considerate come *provvisorie*, poichè per eseguire una classificazione definitiva occorrerebbe di conoscere con precisione

---

(1) Cfr.: *Second Catalogue of Variable Stars*, in « Annals of Harvard College », Vol. LV e « Harvard Circul. », 166 (1911).

In questi cataloghi il PICKERING adopera i simboli seguenti:

I_a: Stelle nuove ordinarie.

I_b: Stelle nuove degli ammassi o delle nebulose spirali.

II_a: Variabili a lungo periodo del tipo di *Mira Ceti*.

II_b: Variabili a lungo periodo del tipo di *U Geminorum* (oggi comunemente classificate tra le irregolari).

II_c: Variabili a lungo periodo del tipo di *R Coronae Borealis* (oggi classificate, anche esse, tra le irregolari).

III: Variabili irregolari.

IV: Variabili a breve periodo.

V: Variabili a eclisse.

Aggiungiamo che, prima del 1911, PICKERING indicava col simbolo IV_b le variabili a breve periodo del tipo di β *Lyrae*, oggi riconosciute come variabili ad eclisse.

(2) Cfr.: « Journal of British Astron. Association », XXIII (1912-13).

(3) Cfr.: « Pub. Astron. Society of Pacific », XXV (1913).

(4) Cfr.: « Astr. Nachr. », Bd., CIC Nr. 4765.

(5) Cfr.: HAGEN, *Die veränderlichen Sterne*, Bd. I.

(6) Cfr.: *Die Kultur der Gegenwart: Astronomie*, pag. 435 (Teubner, Leipzig, 1921).

(7) Cfr.: GRAFF, *Grundriss der Astrophysik*, pag. 614 (Teubner, Leipzig, 1928).

(8) Cfr.: LUDENDORFF, *Ueber die Beziehungen zwischen den verschiedenen Klassen der veränderlichen Sterne*, in « Probleme der Astronomie » (Festschrift H. Seeliger; Springer, Berlin, 1924).

le cause che producono la variabilità stellare; cosa che oggi sappiamo molto vagamente.

In conseguenza, tra le varie classificazioni provvisorie, ci sembra logico di adottare la più semplice che è, presso a poco, quella suggerita dal PICKERING. Divideremo dunque le variabili in cinque classi, secondo il seguente specchietto:

a) *Classe I.* - Variabili ad eclisse, o binarie fotometriche, o pseudovariabili;

b) *Classe II.* - Variabili regolari, o a breve periodo, o Cefeidi;

c) *Classe III.* - Variabili semiregolari, o a lungo periodo;

d) *Classe IV.* - Variabili irregolari;

e) *Classe V.* - Stelle temporanee, o « Novae ».

Escluse le variabili dei « clusters » che sono numerosissime — l'Osservatorio di Harvard ne ha scoperto circa 1000 nella piccola Nube di Magellano e circa 800 nella gran Nube (n. 116) — si conoscono oggi circa 5000 variabili, di cui la maggior parte appartiene alla III e IV Classe. Le variabili ad eclisse conosciute sono circa mezzo migliaio e quasi altrettante le Cefeidi, mentre le « Novae » — escluse quelle delle Nebulose Spirali (n. 16) — sono circa quaranta. [1]

Ricordiamo che oggi *le variabili s'indicano di regola con la notazione del Pickering, consistente in un numero di sei cifre di cui le prime quattro indicano l'ascensione, in ore e minuti, e le due ultime la declinazione in gradi* (n. 14); se la declinazione è *negativa* il numero si scrive in *corsivo*. Spesso vi si aggiunge il nome della costellazione in simboli triletterali di HERTZSPRUNG (n. 10); per es.. o Ceti s'indica con la notazione 021403 Cet.

Termineremo ricordando che, fondandosi sopra le cause di variabilità, ARMELLINI ha proposto la seguente classificazione razionale:

---

[1] Il Prof. YANAMOTO in una *Note on statistics of variable Stars*, in « Astr. Nachr. » Bd. CCXXXIV n. 5596, trova che le variabili a lungo periodo formano il 44,9% del totale, quelle ad eclisse il 17,3%, le Cefeidi il 17,2% e le irregolari il 16%. L'alto numero delle variabili ad eclisse

I) *Variabili dinamiche*, nelle quali la variazione della luce è prodotta da deficienze nell' equilibrio stellare; deficienze che da semplici *pulsazioni* (Cefeidi) possono giungere all' *esplosione* dell' astro (Novae). Appartiene a questa classe il maggior numero delle variabili fisiche ora conosciute (n. 176).

II) *Variabili rotazionali*, nelle quali la variazione di luce è prodotta dalla rotazione e dalla forma schiacciata dell' astro (n. 183). Vi appartengono probabilmente molte *semivariabili a breve periodo* e, particolarmente, molte semivariabili dei sistemi binari spettroscopici.

III) *Variabili maculari*, nelle quali la variazione di luce è prodotta dal ciclo delle macchie, analogamente a quanto avviene per il Sole, o — più generalmente — da veli di nubi che si formano e si dissipano nella loro atmosfera (veil theory). Vi appartengono, probabilmente, alcune *semivariabili nane a lungo periodo* (n. 183).

IV) *Variabili ad eclisse, o pseudovariabili.*

Disgraziatamente la scarsezza delle cognizioni attuali impedisce ancora di utilizzare pienamente questa classificazione.

è stato esaminato dal GRAMATZKI, in una nota, veramente originale, *Ueber die geometrische Sichtbarkeitswahrscheinlichkeit von Bedeckungsveränderlichen*, in « Astr. Nachr. » Bd. CCXXXIII n. 5375: nota in cui l' autore esamina la probabilità affinchè un sistema binario sia visto dalla Terra come un sistema ad eclisse.

CAPITOLO SECONDO

Costruzione e discussione delle « Curve di Luce ».

185. Scoperta e osservazione delle variabili. Prescindendo dalle « Novae », la prima variabile conosciuta fu la o Ceti (Mira Ceti) scoperta nel 1596 da FABRITIUS [1]; poi, nel 1672, MONTANARI [2] trovò la variabilità di Algol, nel 1784 GOODRICKE [3] quella di β Lyrae e così di seguito.

Ma le scoperte, dapprima lente, crebbero rapidamente [4] quando in aiuto degli astronomi venne *la lastra fotografica, che si può definire come la grande rivelatrice delle stelle variabili*, e che ci ha permesso di trovarne a migliaia in modo facile e spedito.

A tale scopo, basta fotografare la stessa regione del cielo, ad epoche diverse, col medesimo strumento e con identica esposizione e paragonare quindi le due lastre, per osservare se qualche dischetto stellare sia, o no, aumentato o diminuito. Piccole variazioni possono scoprirsi esaminando le

---

(1) Cfr.: CASSINI, *Eléments d'Astronomie*, (Paris, 1740).

(2) Cfr.: MONTANARI, *Sopra la sparizione di alcune stelle ed altre novità celesti*, in « Prose dei Sigg. Accademici Gelati di Bologna ».

(3) Cfr.: « Philosophical Transactions », 1785.

(4) Diamo in proposito il seguente specchietto sul numero delle variabili conosciute in passato (Cfr.: MÜLLER und HARTWIG, *Geschichte und Literatur*, Vol. I, introduzione):

Anno	Variabili	Anno	Variabili	Anno	Variabili
1786	12 (Pigott)	1866	119 (Schönfeld)	1893	260 (Chandler)
1844	18 (Argelander)	1875	143 (Schönfeld)	1896	393 (Chandler)
1850	24 (Argelander)	1884	191 (Gore)	1903	701 (Pickering)
1856	53 (Pogson)	1888	225 (Chandler)	1907	1425 (Cannon)

due lastre col *Blinkmicroscope* (n. 59) o, in mancanza, col metodo usato ad Harvard College e che consiste nel sovrapporre la positiva dell' una con la negativa dell' altra, osservando per trasparenza con l' aiuto di un semplice micro-

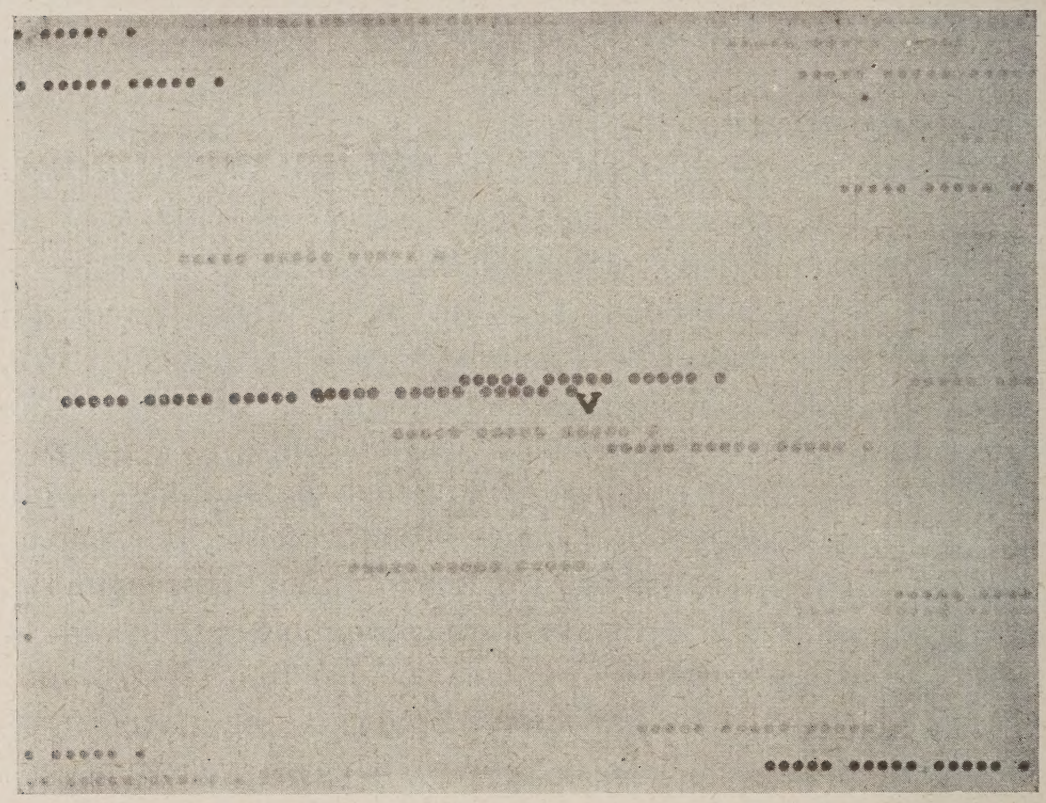


Fig. 148.
Minimo di *U* Ophiuci fotografato col metodo estrafocale o metodo degli annerimenti (n. 58). (Oss. di Yerkes).

scopio. Per lievissime variazioni, sospettabili specialmente nelle doppie spettroscopiche (n. 184), occorre invece la cella fotoelettrica, la cui importanza nella scienza diviene ogni giorno maggiore.

Naturalmente, dopo trovata la variabilità di una stella, per costruirne la curva di luce è necessario di eseguire molte osservazioni con i metodi già studiati nel I° volume e cioè: fotoelettrico, fotografico e visuale. In particolare il primo — pure essendo applicabile solo a stelle sufficientemente luminose — si raccomanda per la sua estrema esattezza; il secondo, assai meno preciso, ha invece il van-

taggio di essere applicabile anche a stelle debolissime — p. es. le Cefeidi dei Clusters o le Novae delle Nebulose Spirali — quando si prolunghi convenientemente l' esposizione; infine il metodo visuale, meno esatto del fotoelettrico

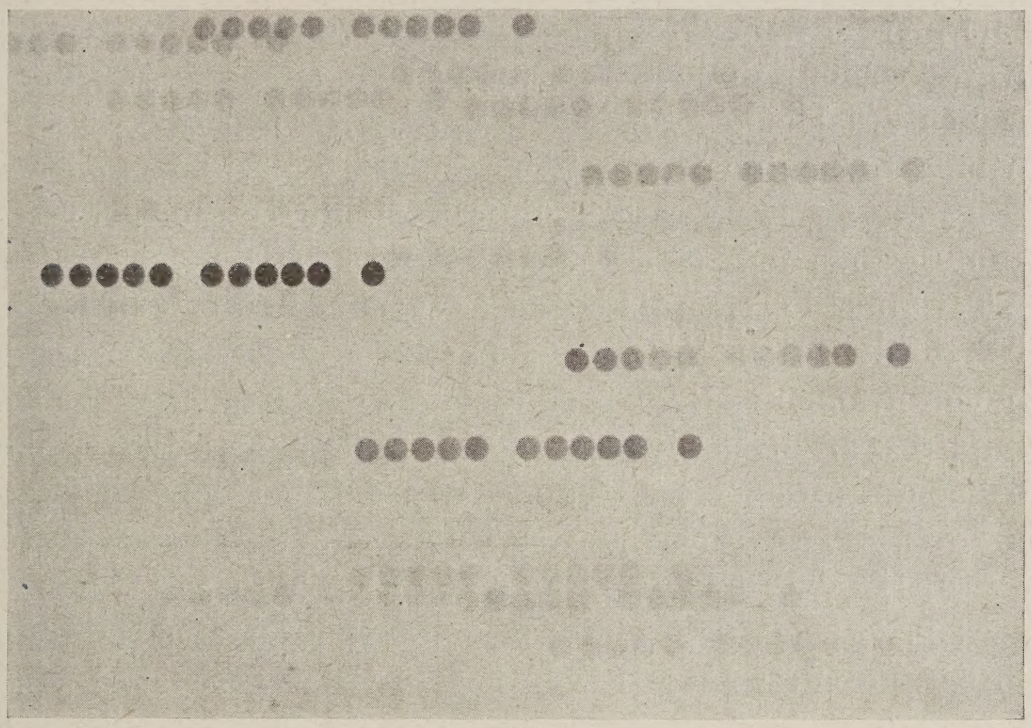


Fig. 149.

Variabilità di *RZ* Cassiopeiae dimostrata col metodo estrafocale o metodo degli annerimenti (n. 58). (Oss. di Yerkes).

e meno penetrante del fotografico, ha il pregio di non richiedere speciali apparecchi, almeno se si segue il procedimento di ARGELANDER (n. 53).

In particolare, possiamo dire che la semplicità del metodo visuale, col quale spesso si possono fare importanti lavori anche con modesti cannocchiali, costituisce la causa precipua della sua diffusione. Infatti le stelle variabili sono così numerose e richiedono osservazioni tanto assidue — specialmente le semiregolari e le irregolari — che i pochi astronomi ufficiali sarebbero lontani dal bastare al compito. Così in molti luoghi si sono formate grandi associazioni (n. 16) di « Osservatori di Stelle Variabili », associazioni dirette da astro-

nomi che distribuiscono ai soci compiti ben definiti e corrispondenti ai mezzi strumentali di cui ognuno è fornito.

In proposito raccomandiamo agli osservatori — visuali o fotografici — di fare largo uso di *filtri di luce* (1), poichè, allo stato attuale della scienza, interessa molto di conoscere come si modifichi l' intensità luminosa delle variabili nelle diverse regioni dello spettro. Raccomandiamo pure l' uso frequente del cuneo rosso del Wilsing (n. 49) che ci offre un mezzo semplicissimo per esaminare le oscillazioni a cui è soggetta la temperatura delle variabili: oscillazioni che hanno grande importanza negli studi astrofisici moderni.

Terminando, ricordiamo che, eseguendo osservazioni con diversi filtri di luce, è opportuno che esse si facciano contemporaneamente, o a breve distanza di tempo, poichè ciò semplifica la discussione. A tale proposito, se si ha un solo strumento, è opportuno seguire il procedimento consigliato da H. SHAPLEY e che può riassumersi nel modo seguente:

1) S' inizia una fotografia della variabile, col filtro di luce; p. es. col filtro giallo e lastra pancromatica per ottenere la grandezza fotovisuale (n. 48).

2) A metà dell' esposizione s' interrompe la posa e si prende una seconda fotografia senza filtro, per avere la grandezza fotografica.

3) Si riprende quindi l' esposizione della prima fotografia, proseguendola fino al termine (2).

186. Data delle osservazioni. - Giorno Giuliano. Per semplificare il calcolo dell' intervallo di tempo compreso tra due

---

(1) Al R. Osservatorio del Campidoglio, come filtri di luce, adoperiamo spesso i vetri con gelatina colorata che si possono acquistare dai negozianti di articoli fotografici. Cfr. in proposito BRYANT, *Color trasparency of filters in use at Yerkes Observatory*, in « Astroph. Journ. » Vol. LV; E. PETTIT, *Trasmissions properties of some filters*, id. LXVI.

(2) Per maggiori dettagli sull' argomento cfr. un recente lavoro di TICHOV, *Sur les poses de longue durée des astres d' éclat variable*, in " Bull. de l' Observ. de Poulkovo ". T. XI, 6, (1929).

osservazioni qualsiasi, è uso degli astronomi di datare le osservazioni delle variabili col *giorno giuliano* e cioè col numero che occupa nel *Periodo Giuliano* il giorno in cui si è eseguita l' osservazione.

A tale scopo ricordiamo che il Periodo Giuliano, immaginato da G. SCALIGERO nel secolo XVI, si compone di 7980 anni, numero che è eguale al minimo multiplo comune dei tre cicli più generalmente usati nella cronologia, e cioè: il *Ciclo Solare* composto di 28 anni, il *Numero d' Oro* composto di 19 anni e l'*Indizione Romana* composta di 15 anni [1]. Come origine del Periodo Giuliano si è scelto l' anno 4713 prima di G. C. perchè, in tale anno, sia il ciclo solare, sia il numero d' oro, sia l' indizione romana erano eguali ad 1. Scelta questa origine, si vede subito che il 1° gennaio 1901, inizio del secolo presente, corrisponde al giorno 2415386 del Periodo Giuliano; che il 1° gennaio 1930 corrisponde al giorno 2425978; che il 1° gennaio 1931 corrisponde al giorno 2426343 ecc.

Facilissima è quindi la traduzione della data ordinaria in data del periodo giuliano; traduzione che, del resto, può trovarsi in ogni buon Annuario Astronomico. In ogni modo, per risparmio di tempo, uniamo la seguente tabella che dà il giorno giuliano corrispondente al 1° gennaio di ciascuno degli anni indicati:

---

[1] Tra i trattati di cronologia consigliamo specialmente: GINZEL *Handbuch der Chronologie* (Leipzig, Hinrichs, 1914); SCHRAM, *Chronologische Tafeln* (id., id., 1908). Un buon riassunto della teoria del calendario si trova anche nell' « Annuario dell' Osservatorio di Madrid » del 1930.

Notiamo che il Periodo Giuliano offre il modo più semplice per trovare il *giorno settimanale* in cui ha luogo una data qualsiasi, giacchè basta dividere per 7 la corrispondente data giuliana ed esaminare il resto. Se il resto è 0 il giorno cercato è *lunedì*, se il resto è 1 è *martedì*, se 2 *mercoledì* ecc. Per es. il 1° gennaio 1930 corrisponde al giorno 2425978 del Periodo Giuliano; dividendo questo numero per 7 si ottiene per resto 2: dunque il 1° gennaio 1930 fu *mercoledì*.

TABELLA

Data	Giorno Giuliano	Data	Giorno Giuliano
1° Genn. 1931	2426343	1° Genn. 1946	2431822
32	6708	47	2187
33	7074	48	2552
34	7439	49	2918
35	7804	50	3283
36	8169	51	3648
37	8535	52	4013
38	8900	53	4379
39	9265	54	4744
40	9630	55	5109
41	9996	56	5474
42	30361	57	5840
43	0726	58	6205
44	1091	59	6570
45	1457	60	6935

Ma, insieme con la data, è necessario di registrare l'istante dell'osservazione — o l'istante medio, se essa ha una notevole durata, come nella fotografia [1] — con precisione generalmente non inferiore al minuto primo. A tale scopo, per uniformità di notazione, si adopera ora il *Tempo Universale* (Universal Time - Welt Zeit) e cioè il tempo civile del meridiano di Greenwich, il quale — come è notissimo — anticipa di un'ora esatta sul tempo legale italiano. Inoltre, per semplificare le riduzioni, si diffonde sempre più l'uso di ridurre le ore e i minuti in frazione decimale di giorno; cosa che esige un calcolo brevissimo facilitato, del resto, dalla seguente

TABELLA

Ore	Fraz. dec.	Ore e minuti	Fraz. dec.	Minuti e secondi	Fraz. dec.
12^h	0^d,50000	4^h	0^d,16667	10^m	0^d,00694
11	0 ,45833	3	0 ,12500	5	0 ,00347
10	0 ,41667	2	0 ,08333	2	0 ,00139
9	0 ,37500	1	0 ,04167	1	0 ,00069
8	0 ,33333	50^m	0 ,03472	30^s	0 ,00035
7	0 ,29167	40	0 ,02778	20	0 ,00023
6	0 ,25000	30	0 ,02083	10	0 ,00012
5	0 ,20833	20	0 ,01389	5	0 ,00006

[1] Per maggiori notizie cfr. TICHOV, mem. cit. in « Bull. de l'Observ. de Poulkovo » T. XI, 6 (1929).

Così un' osservazione, fatta p. es. a Roma il 1° gennaio 1931 alle ore 22 — e cioè alle 21 di tempo universale — verrà registrata con la data giuliana 2426343,87500.

187. Riduzione al Sole. Giunti a questo punto dobbiamo osservare che la Terra, a causa del suo moto annuo intorno al Sole, si allontana e si avvicina alternativamente alla variabile, ciò che altera periodicamente il tempo che la luce dell' astro esaminato impiega per giungere fino a noi. E, poichè tale alterazione può anche superare il quarto d'ora, appare evidente la necessità di tenerne conto, almeno per le variabili a breve periodo.

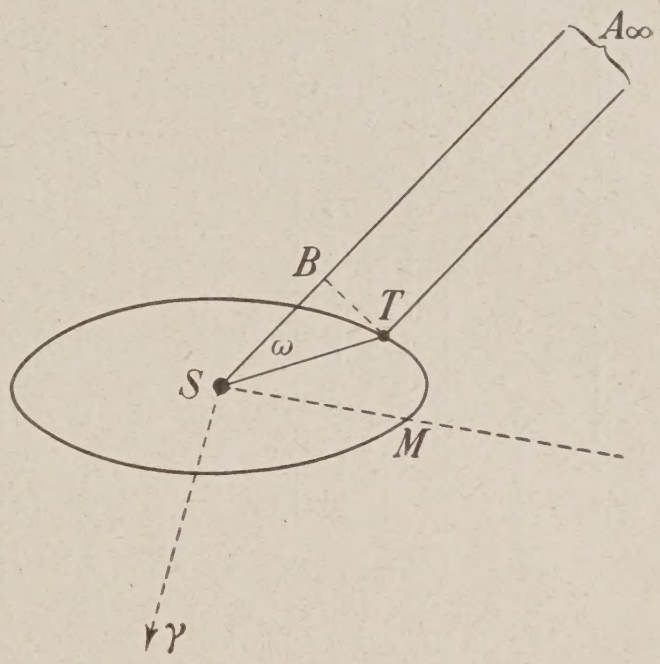


Fig. 150.
Riduzione al Sole.

A tale scopo si è convenuto, tra gli astronomi, di ridurre il *tempo geocentrico* in *tempo eliocentrico*, quale cioè apparirebbe ad un osservatore che si trovasse nel centro del Sole e che esaminasse i fenomeni disponendo di un orologio regolato a tempo universale. E questa operazione si esegue con un breve calcolo, che si chiama comunemente « *Riduzione al Sole* » e che passiamo ad esporre in poche parole.

Supponiamo il Sole in S, la Terra in T e l' astro in A e uniamo A con S e con T, notando che — poichè A è estremamente distante — le rette SA e TA riusciranno parallele. Allora, se da T abbassiamo la perpendicolare TB su SA, il segmento SB indicherà il maggior percorso che la luce dell' astro deve compiere per giungere al Sole anzichè alla Terra. Ora, dal triangolo rettangolo TSB, deduciamo subito che SB è eguale al prodotto dell' ipotenusa TS

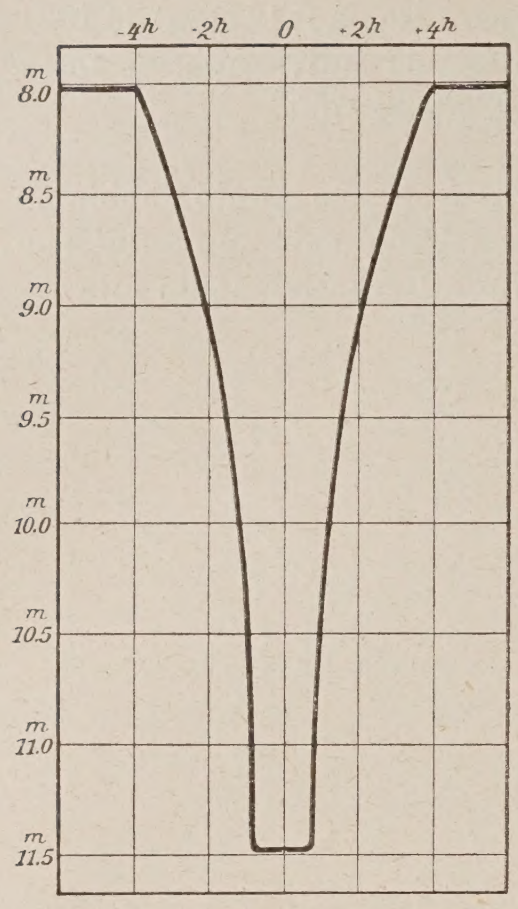


Fig. 151.
Minimo *largo* di *RV* Tauri.

— e cioè del raggio R dell'orbita terrestre — per $\cos\omega$, dove ω è l'angolo in S.

Avremo dunque indicando con T_e il tempo eliocentrico e con T_g quello osservato, o geocentrico:

$$(341) \qquad T_e = T_g + \frac{R\cos\omega}{c}$$

dove c indica, al solito, la velocità della luce. Ma calcolando $\cos\omega$ con la trigonometria sferica [1], si ha:

$$(342) \qquad \cos\omega = -\cos\beta\cos(\odot - \lambda)$$

dove β e λ indicano rispettivamente la latitudine e la longitudine dell'astro studiato e $\odot$ indica la longitudine del Sole, variabile di giorno in giorno e riportata in tutti gli annuari astronomici.

---

[1] Per dimostrarlo, conduciamo da S una retta diretta verso il punto equinoziale γ da cui si contano le longitudini celesti e proiettiamo SA sul piano dell'eclittica chiamando con SM la proiezione ottenuta. Ora l'angolo ASM è eguale alla latitudine β dell'astro e l'angolo MST è eguale alla differenza dei due angoli γST e γSM e cioè è eguale alla differenza tra la longitudine L della Terra e la longitudine λ dell'astro.

Ciò posto, dalla trigonometria sferica si ha immediatamente:

$$(1) \qquad \cos\omega = \cos ASM \cos MST$$

e cioè, sostituendo:

$$(2) \qquad \cos\omega = \cos\beta\cos(L - \lambda).$$

Ma la longitudine L della Terra è evidentemente eguale alla longitudine $\odot$ del Sole aumentata di 180°, onde la (2) diviene:

$$(3) \qquad \cos\omega = -\cos\beta\cos(\odot - \lambda)$$

che coincide con la (342) del testo.

Eseguendo ora la sostituzione e ponendo al posto di c e di R i loro valori, abbiamo immediatamente prendendo per unità il minuto primo:

$$T_e = T_g - 8^m,31 \cos \beta \cos (\odot - \lambda) \tag{343}$$

o, in frazione decimale di giorno:

$$T_e = T_g - 0^d,00577 \cos \beta \cos (\odot - \lambda) \tag{344}$$

che è la formula comunemente usata dagli astronomi [1].

188. Costruzione della curva di luce in prima approssimazione. Determinazione dei massimi e dei minimi. Elementi di luce. Fase diurna e fase angolare. Lo studio della curva di luce di un astro variabile può dividersi in due tappe distinte, nella prima delle quali l'astronomo si limita ad una semplice approssimazione destinata a servire di base per le ricerche ulteriori, mentre nella seconda tappa perfeziona i risultati acquisiti. Per completezza, cominceremo dunque dalla prima.

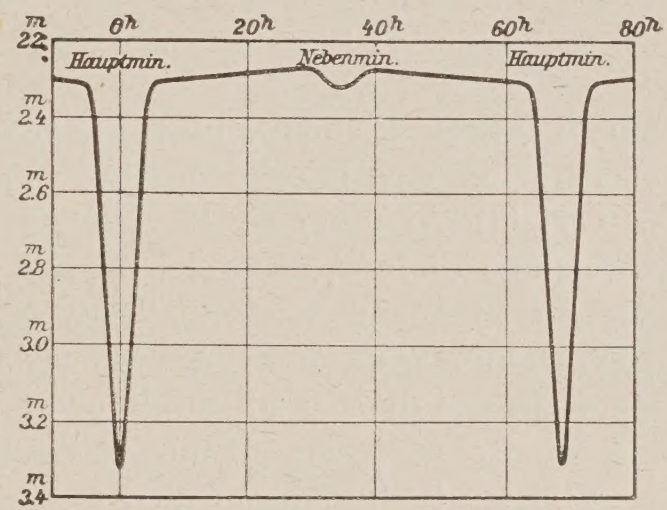


Fig. 152.
Minimi principali (acuti) e minimi secondari di Algol (Stebbins).

Immaginiamo di avere una variabile recentemente scoperta, di cui si abbiano ancora scarsissime conoscenze. Istituiremo allora una serie di osservazioni fotometriche e riporteremo i nostri risultati sopra un diagramma cartesiano, prendendo per ascisse i tempi — preventivamente

---

[1] Per comodità dei lettori notiamo che, nell'appendice della citata *Geschichte des Lichtwechsels* del Müller e Hartwig, si trova la riduzione al Sole, di dieci in dieci giorni, per 276 variabili a breve periodo, come pure una tabella dei giorni giuliani dal 1600 al 2000.

ridotti al Sole — e per ordinate le grandezze disposte in ordine decrescente dal basso in alto. Se le osservazioni eseguite sono sufficientemente numerose, unendo i punti ottenuti, avremo una curva che è appunto il primo abbozzo della « Curva di Luce ».

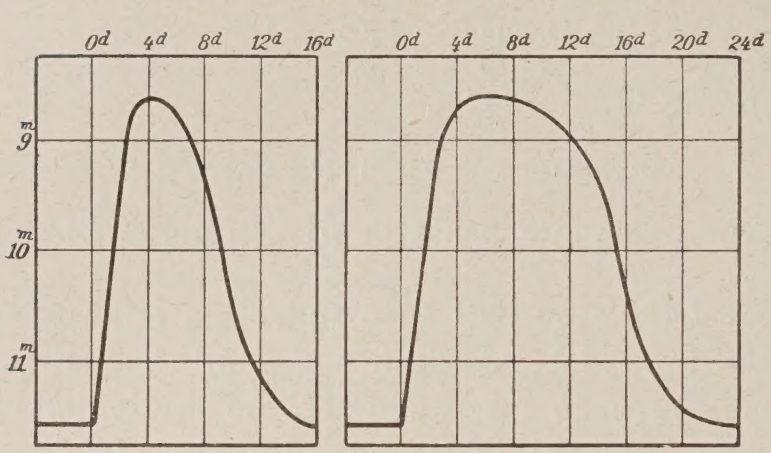


Fig. 153.
Massimi stretti e larghi di *SS* Cygni (Nijland).

Questa curva mostra generalmente dei *massimi* e dei *minimi*, che — secondo l'usata nomenclatura — distingueremo in *larghi* ed *acuti*, in *principali* e *secondari*. E precisamente un massimo, o un minimo, si dirà « acuto » quando la variabile vi giunge e lo abbandona attraverso una rapida variazione di luce, cosa che dà alla curva circostante l'apparenza di una punta acuminata. Nel caso opposto, quando la variabile resta per un certo tempo in uno stadio prossimo al massimo o al minimo — ciò che dà alla curva circostante la forma di un tratto quasi orizzontale — il massimo, o il minimo, si dice *largo*.

Analogamente se un massimo, o un minimo, si eleva, o si abbassa, maggiormente degli altri massimi o minimi, esso si chiama *principale*; nel caso contrario si dice *secondario*.

Ciò posto, appena ottenuta la curva di luce, il primo problema che ci si presenta consiste nello stabilire i tempi in cui hanno luogo i diversi massimi e minimi, ed a tale scopo si usa generalmente un processo grafico, che in pratica si presenta molto semplice e dà buoni risultati, sebbene appaia discutibile dal lato teorico [1]. Lo esponiamo in poche parole.

---

[1] Qualche autore chiama questo procedimento col nome di Pogson, ma tale denominazione ci sembra ingiustificata. Si tratta infatti di una

In vicinanza del massimo — e analogamente si dica per un minimo — e un poco al di sotto del massimo stesso, tiriamo una retta a parallela alle ascisse; retta che taglierà la curva di luce nei due punti A_1 e A_2 e sia A_m il punto medio del segmento A_1A_2. Analogamente chiamiamo

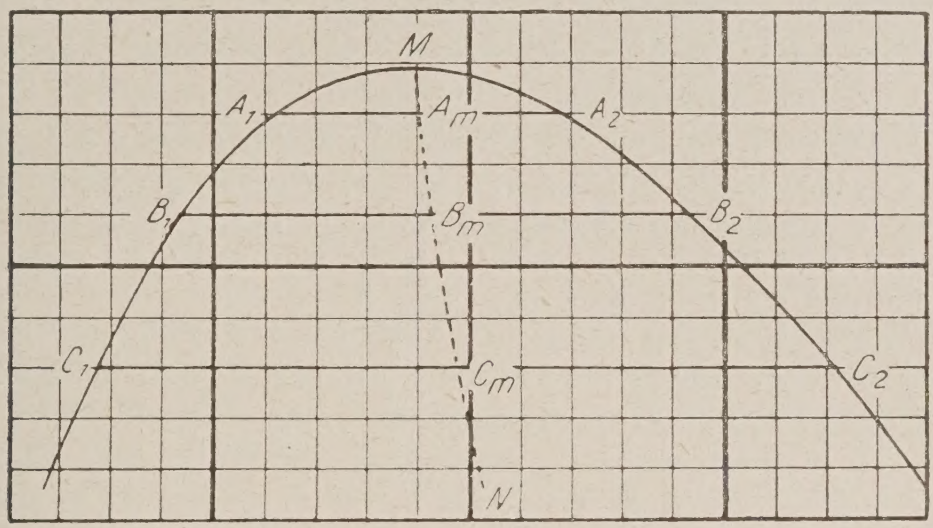


Fig. 154.
Determinazione grafica di un massima (Schiller).

con B_m, C_m ecc. i punti medi dei segmenti B_1B_2, C_1C_2 ecc. staccati dalla curva di luce su altre rette b, c, ecc. parallele alle ascisse. Costruiamo allora la curva $A_mB_mC_m$ ecc., curva che si chiama « mediana » e che, prolungata, taglia la curva di luce nel massimo M; l'ascissa di M ci darà l'epoca in cui il massimo stesso si è verificato.

Il P. Hagen [1] ha proposto di perfezionare il metodo supponendo che la curva di luce, in prossimità del massimo o del minimo studiato, possa confondersi con una parabola [2]; ma,

---

costruzione usata in tutte le matematiche applicate, specialmente dagli ingegneri, e conosciuta del resto molto prima della nascita di Pogson.

[1] Cfr. Hagen, *Die Hauptphasen Veränderlicher Sterne*, in « Astr. Nachr. », Bd. CCX, n. 5029.

[2] Indicando con m la grandezza stellare (ordinata) e con t il tempo (ascissa), l'equazione della parabola può scriversi sotto la forma:

$$\alpha^2 m^2 + 2\alpha t m + t^2 + 2\beta m + 2\gamma t + \delta = 0, \tag{1}$$

in pratica, gli astronomi ricorrono più volontieri al procedimento grafico ora descritto [1].

Determinati così i massimi e minimi, si sceglie per origine un massimo, o un minimo, principale e — se la curva è periodica — si ricava il periodo P. In tal caso, poichè tutti i fenomeni si riproducono esattamente quando il tempo aumenta di P, la data di ogni massimo o minimo,

---

dove i quattro coefficienti α, β, γ, δ, si determinano agevolmente conoscendo la grandezza stellare della variabile per quattro valori del tempo; p. es. con due osservazioni eseguite poco prima del massimo e con due osservazioni eseguite poco dopo il massimo.

Ora, come si sa dalla Geometria Analitica, il luogo geometrico dei punti medi delle corde orizzontali della parabola (1) è il diametro coniugato che ha per equazione:

$$t + \alpha m + \gamma = 0. \tag{2}$$

Ciò posto, per ottenere il tempo τ in cui il massimo ha luogo, basta calcolare l'ascissa del punto in cui il diametro coniugato (2) taglia la parabola (1), ciò che si ottiene eliminando m tra (1) e (2). Eseguendo il calcolo si ha immediatamente:

$$\tau = \frac{2\beta\gamma - \alpha\delta - \alpha\gamma^2}{2\alpha\gamma - 2\beta} \tag{3}$$

che dà subito l'epoca del massimo, una volta trovati i valori dei coefficienti α, β, γ, δ. Analogamente si dica per un minimo.

In particolare se supponiamo, col PARKHURST, che la parabola abbia l'asse verticale, si ha $\alpha = 0$ e quindi la (1) diviene:

$$t^2 + 2\beta m + 2\gamma t + \delta = 0 \tag{4}$$

e la (3) si riduce semplicemente a:

$$\tau = -\gamma. \tag{5}$$

Ma tale ipotesi semplificativa può farsi solo quando la curva di luce sia simmetrica rispetto al massimo, o al minimo, e cioè quando il ramo ascendente sia simile a quello discendente.

Per maggiori chiarimenti si consulti qualunque buon trattato di Geometria Analitica; citiamo, in proposito quello, veramente ottimo, del prof. G. CASTELNUOVO (Roma, Albrighi, 1915).

[1] Per altri metodi, cfr. H. PARKHURST, *Notes on variable stars*, in « Astronomical Journ. », Vol. XVII, pag. 122; id. *Observations of variable stars*, in « Annals of Harvard Coll. Obs. » Vol. XXIX, n. IV.

principale o secondario, è eguale a quella di un massimo, o minimo, omonimo aumentata di un multiplo di P. Così p. es. per *RW Geminorum* si ha, secondo NIJLAND, in giorni giuliani:

$$\text{(345)} \qquad \text{Min.} = 2417308^d,344 + 2^d,86534E$$

dove E indica un numero intero qualsiasi, positivo o negativo. Analogamente per *U Cephei* si ha, secondo PLASSMANN:

$$\text{(346)} \qquad \text{Min.} = 2407890^d,3241 + 2^d,49288E \text{ ecc.}$$

Ma, se la periodicità non è perfetta, o se la variabile è semiregolare, la curva di luce può considerarsi composta di un termine periodico con l'aggiunta di un termine oscillante, che gli astronomi cercano — per tentativi — di rappresentare in funzione di E. Così per *Algol* si ha, secondo NIJLAND:

$$\text{(347)} \quad \text{Min.} = 1888 \text{ gennaio } 3\ 8^h\ 11^m,2 + 2^d\ 20^h\ 48^m\ 55^s,6E + \\ + 147^m \sin(0^\circ,024E + 226^\circ) + 22^m \sin(0^\circ,077E + 216^\circ)$$

e cioè il termine fluttuante sarebbe composto, con approssimazione, dalla somma di due termini periodici.

Analogamente per la *Mira Ceti* si ha, secondo GUTHNICK:

$$\text{(348)} \qquad \text{Max.} = 2415574^d,96 + 331^d,6926E + \\ + 12^d,3 \sin(9^\circ,12E + 71^\circ,8) + 17^d,5 \sin(4^\circ,56E + 307^\circ,2) + \\ + 11^d,5 \sin(3^\circ 85E + 124^\circ,1) + 9^d,5 \sin(1^\circ,4E + 245^\circ,8)$$

e cioè il termine fluttuante sarebbe composto approssimatamente dalla somma di quattro termini periodici con periodi eguali rispettivamente a 36 anni, 72 anni, 85 anni e 234 anni ecc.

Brevemente gli astronomi chiamano *elementi principali di luce*:

1) L'epoca T e cioè il tempo in cui è avvenuto il massimo o il minimo di partenza;

2) Il periodo P;

3) Le grandezze assunte dall'astro al massimo e al minimo principale, grandezze che s'indicano abitualmente con M e m ($M < m$).

A questi elementi principali si possono aggiungere gl'intervalli di tempo che separano l'epoca dagli altri massimi o minimi, le grandezze dei massimi o minimi secondari ecc.

Termineremo notando che, in un istante qualsiasi t, si chiama *fase diurna* f — o semplicemente « fase » — della variabile, *l'intervallo di tempo che separa* t *dall'inizio del periodo corrispondente* e cioè:

$$f = t - T - PE \tag{349}$$

dove l'intero E si sceglie in modo che f risulti positiva [1] e minore di P. Così p. es. la fase di RW Geminorum nel tempo giuliano 2407900,5000 è:

$$f = 2407900^d,5000 - 2407890^d,3241 - 4.2^d,49288 = 0^d,2044.$$

Per i calcoli è anche utile di considerare la *fase angolare* che si definisce come *l'angolo* φ *descritto nel tempo* f *da un mobile che percorre una circonferenza nel periodo* P, *muovendosi con velocità angolare costante.* Si ha quindi, in gradi:

$$\varphi = \frac{360^\circ f}{P}. \tag{350}$$

Così p. es. la fase angolare φ di RW Geminorum nel tempo giuliano $2407900^d,5000$ è:

$$\varphi = \frac{360^\circ.0^d,2044}{2^d,49288} = 29^\circ,52.$$

---

[1] Altri autori, p. es. la FURNESS, ammettono anche valori negativi della fase e scelgono quindi E in modo che si abbia

$$-\frac{P}{2} \leq f \leq \frac{P}{2}.$$

189. Seconda approssimazione dell' epoca e del periodo. Una volta ottenuti, in prima approssimazione, la curva e gli elementi di luce occorre procedere ad una seconda approssimazione che si eseguisce in più tappe. Ed il primo passo consiste nello stabilire definitivamente l' epoca e il periodo, operando nel modo seguente.

Siano T e P i valori già determinati in prima approssimazione e supponiamo, per fissare le idee, che l' epoca corrisponda ad un massimo principale. Allora, se T e P fossero esatti, questo massimo dovrebbe ripetersi nei tempi:

$$\begin{aligned} T_1 &= T + P \\ T_2 &= T + 2P \\ &\cdots\cdots\cdots \\ T_n &= T + nP \end{aligned}$$

Supponiamo invece che, secondo le osservazioni eseguite, i massimi avvengano nei tempi T'_1, $T'_2 \ldots T'_n$, lievemente diversi da T_1, $T_2 \ldots T_n$. Le differenze $T'_1 - T_1$, $T'_2 - T_2 \ldots$ e, in generale, $T'_i - T_i$ saranno dovute in parte ad un errore commesso nella valutazione dell' epoca T ed in parte ad un errore commesso nella valutazione del periodo P, oltre agli errori accidentali delle misure che però vengono compensati in una lunga serie di osservazioni. Allora, se chiamiamo con ΔP e con ΔT le correzioni del periodo e dell' epoca, avremo in generale qualunque sia i:

$$T'_i - T_i = \Delta T + i\Delta P \tag{351}$$

e di tali equazioni ne potremo ottenere un gran numero in corrispondenza ai diversi valori di i. Basta allora risolverle col metodo dei minimi quadrati per ottenere ΔP e ΔT.

In proposito, togliamo dal citato manuale di C. Furness il seguente esempio. In una prima approssimazione, si è ottenuto per δ Cephei:

$$\text{Max.} = 2396203^d{,}5 + 5^d{,}37E \tag{352}$$

e, paragonando i risultati di questa equazione con le osser-

vazioni, si è formata la seguente tabella:

i	T'_i	T_i	$T'_i - T_i$
1	$2396203^d,5$	$2396203^d,5$	$0^d,0$
3	14,6	14,2	0,4
7	35,4	35,7	—0,3
8	41,4	41,1	0,3
15	79,3	78,7	0,6
19	300,3	300,2	0,1
22	16,3	16,3	0,0
23	21,3	21,6	—0,3
24	27,3	27,0	0,3

donde le equazioni:

$$\begin{aligned} \Delta T + \Delta P &= 0,0 & \Delta T + 19\Delta P &= 0,1 \\ \Delta T + 3\Delta P &= 0,4 & \Delta T + 22\Delta P &= 0,0 \\ \Delta T + 7\Delta P &= -0,3 & \Delta T + 23\Delta P &= -0,3 \\ \Delta T + 8\Delta P &= 0,3 & \Delta T + 24\Delta P &= 0,3 \\ \Delta T + 15\Delta P &= 0,6 \end{aligned}$$

Senza passare attraverso al metodo dei minimi quadrati, la FURNESS più brevemente — ma forse meno esattamente — somma tra loro le equazioni di posto dispari e quelle di posto pari, ottenendo:

$$5\Delta T + 69\Delta P = 0,6$$
$$4\Delta T + 53\Delta P = 0,5$$

donde

$$\Delta T = 0^d,2454; \qquad \Delta P = -0^d,00909$$

e quindi la (352) diviene:

$$(352^{bis}) \qquad \text{Max.} = 2396203^d,7454 + 5^d,36091E$$

con un periodo ben poco differente da quello trovato più recentemente da HERTZSPRUNG [1] e che è eguale a $5^d,366377$.

---

[1] Cfr. HERTZSPRUNG, *Bestimmung der Periode von δ Cephei*, in « Astr. Nachr. », Bd. CCX, n. 5018.

190. Seconda approssimazione della curva di luce. Eseguita la correzione del periodo e dell'epoca, si procede al secondo passo e cioè al miglioramento della curva di luce.

A tale scopo, supponendo sempre di avere numerose e *precise* osservazioni, si determina con la (349) la fase f di ciascuna di esse e si costruisce quindi la differenza $O-C$ tra la grandezza fotometrica data dalle osservazioni e quella calcolata dalla curva di luce, che supponiamo di avere già disegnato in prima approssimazione. I risultati si dispongono quindi in tabella, come nell'esempio annesso che togliamo da uno studio del prof. G. SILVA [1] sopra la *RU* Camelopardalis:

N	Giorno Giuliano	Fase	Grandezza Osserv.	$O-C$
1	$2419855^d,42$	$5^d,09$	$8^d,81$	$0^m,22$
2	56 ,43	6 ,10	8 ,77	0 ,30
3	57 ,40	7 ,07	8 ,43	0 ,06
4	64 ,40	14 ,07	8 ,35	0 ,13
. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
147	994 ,41	13 ,41	8 ,00	— 0 ,18

Ciò posto si riuniscono le osservazioni in tanti gruppi *secondo l'ordine di fase*, per es. dalla fase $0^d,0$ alla fase $1^d,0$, dalla fase $1^d,0$ alla fase $2^d,0$ ecc.; si fa la media delle $O-C$ di ciascun gruppo e si prende tale media come valore della correzione corrispondente alla fase media del gruppo, per es. $0^d,5$; $1^d,5$ ecc. Non resta allora che riportare tali correzioni sul disegno per avere la curva di luce corretta.

Qui però è il luogo di fare un'osservazione importante. Il procedimento ora accennato è notevole per la grande semplicità, ma esso suppone tacitamente che *la media delle grandezze osservate in ciascun gruppo, corrisponda alla fase media del gruppo.* Ora ciò sarebbe esatto soltanto se la curva

---

[1] Cfr. G. SILVA, *Variabili osservate tra il 1912 e il 1916*, in « Mem. della Soc. Astronomica Italiana », Nuova Serie, Vol. II, n. 2. Raccomandiamo agli studiosi la lettura di questo lavoro dove il SILVA discute, con grande profondità e accuratezza, le osservazioni di variabili da lui stesso eseguite nella Specola di Padova.

di luce fosse rettilinea [1] nel tratto limitato da ogni gruppo, vale a dire se si potesse sostituire la curva di luce con una poligonale.

In pratica però gli errori sono generalmente trascurabili se si ha l'avvertenza di restringere l'estensione di ciascun gruppo ad un piccolo intervallo di fase angolare, per es. di dieci in dieci gradi; ed anzi, in vicinanza di massimi e minimi acuti, i limiti debbono essere anche più ristretti. Ma, perchè ciò sia possibile, è necessario disporre di un gran numero di osservazioni.

191. Periodo reale e periodo apparente. Determinata la curva di luce, occorre procedere alla sua discussione. E la prima osservazione da farsi, in proposito, è la seguente.

---

[1] G. SCHIAPARELLI, nella sua classica memoria: *Sul modo di ricavare la vera espressione delle leggi della natura dalle curve empiriche*, in « Appendice alle Eff. Astronomiche di Milano, 1867 », ha indicato il seguente metodo per correggere le ordinate risultanti dalla media delle O-C.

Supponiamo che gli argomenti (per es. gl'intervalli di fase) siano in progressione aritmetica e che il numero delle ordinate O-C che si riuniscono in ciascun gruppo, per ricavarne la media, sia dispari ed eguale a $2n+1$. Supponiamo pure che, nel tratto abbracciato da ciascun gruppo, la curva possa esprimersi con l'equazione:

$$y = A + Bx + Cx^2 + Dx^3 \tag{1}$$

ipotesi sempre lecita in pratica e con la quale si può anche rappresentare un flesso. Lo SCHIAPARELLI dimostra allora che la correzione h da portarsi a ciascuna media delle $2n+1$ ordinate è data da:

$$h = \frac{n+1}{3n} S \tag{2}$$

dove S indica la freccia relativa all'ordinata media e cioè il segmento di questa ordinata che resta compreso tra la curva e la corda e che si ricava, con sufficiente esattezza, dalla curva di luce supposta già disegnata in prima approssimazione.

Per ulteriori notizie cfr. SILVA, mem. citata e G. ZAPPA, *Lo studio fotometrico delle variabili a corto periodo e ad eclissi*, in « Mem. della Soc. Astronomica Italiana » Vol. V, p. 7 (1916).

Come sappiamo, il tempo impiegato dalla luce dell'astro per giungere a noi è proporzionale alla distanza, la quale è evidentemente soggetta a continue variazioni sia per il moto della Terra intorno al Sole, sia per il moto del Sole e dell'astro nello spazio. Ora noi abbiamo già tenuto conto

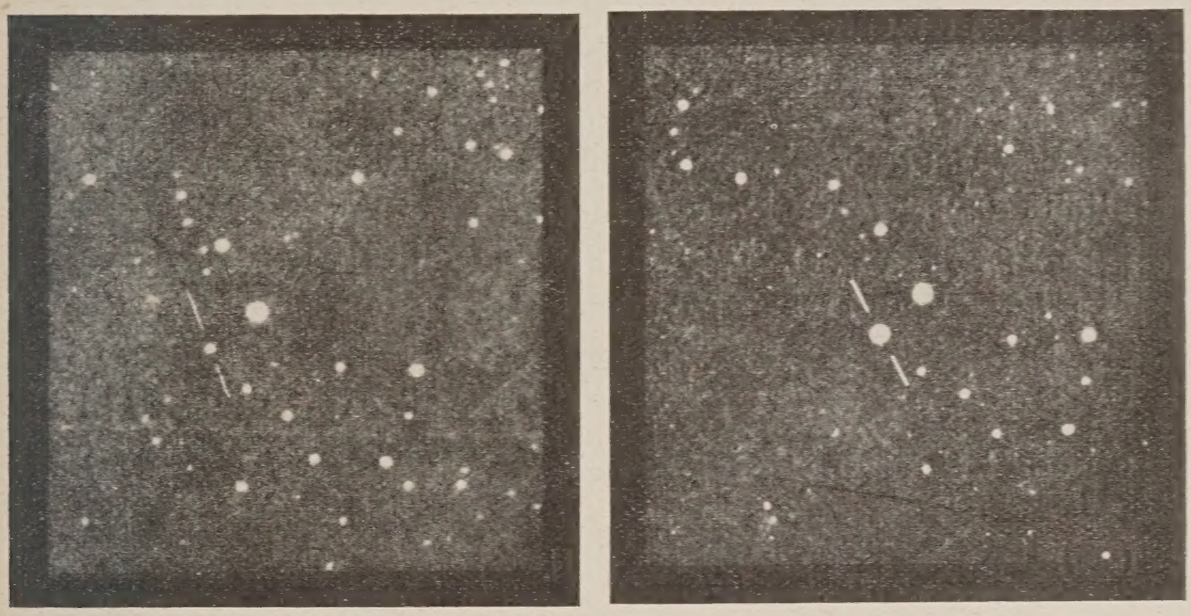


Fig. 155.
Variabile fotografata al minimo e al massimo splendore.

del moto terrestre riducendo tutte le osservazioni al Sole, onde ci resta soltanto a considerare l'effetto prodotto dalla variazione della distanza che separa il Sole dall'astro.

A tale scopo, se chiamiamo con D_1 e D_2 i valori di questa distanza all'inizio ed alla fine del periodo, la luce emessa dall'astro alla fine del periodo giungerà al Sole con un ritardo δ dato da:

$$\delta = \frac{D_2 - D_1}{c}. \tag{353}$$

Ne segue che il periodo di variabilità dell'astro apparirà aumentato di δ; e cioè, chiamando con Q il periodo reale e con P quello apparente, ora determinato, avremo:

$$P = Q + \delta = Q + \frac{D_2 - D_1}{c} \tag{354}$$

dove c indica sempre la velocità della luce.

In pratica, dobbiamo distinguere i seguenti casi [1] principali:

1) L'astro variabile descrive un'orbita ellittica, mentre il baricentro del sistema orbitale non si muove rispetto al Sole.

Allora, se il periodo del moto ellittico è eguale a Q, si ha evidentemente $D_1 = D_2$ e quindi la (354) ci dà subito $P = Q$. Se invece il periodo del moto orbitale è diverso da Q, la (354) mostra che P differisce da Q per una funzione periodica del tempo, onde l'errore viene in gran parte eliminato ricavando P dalla media di molti periodi osservati.

2) L'astro variabile ha una velocità radiale V rispetto al Sole. Allora si ha evidentemente:

$$D_2 = D_1 + VQ \tag{355}$$

e quindi la (354) ci dà:

$$P = Q\left(1 + \frac{V}{c}\right) \tag{356}$$

dalla quale si calcola immediatamente Q, conoscendo P e V.

3) L'astro variabile descrive un'orbita ellittica, mentre il baricentro del moto orbitale si muove con velocità radiale V.

Allora, ripetendo il ragionamento già fatto, si dimostra facilmente che il periodo reale Q è legato dalla (356) al periodo apparente P, quale risulta dalla media di molte osservazioni.

Terminando, notiamo che la differenza tra i due periodi P e Q è generalmente assai piccola. Così per Algol — che ha un periodo apparente di $2^d,867$ ed appartiene ad un sistema orbitale con $V = 4,4$ Km/sec — si trova che Q è inferiore a P di circa 4 secondi.

---

[1] Per maggiori notizie cfr. per es.: HAGEN, *Scheinbare und wirkliche Periodenlängen veränderlicher Sterne*, in « Astr. Nachr. », Bd. CCX, n. 5029 (1919).

192. Richiami di analisi armonica. Ma la discussione più importante delle curve di luce consiste nella loro « analisi armonica », e cioè nella loro *decomposizione in più armoniche (sinusoidi) di diverso periodo, ampiezza e fase.*

Per comprendere meglio quanto diremo, cominciamo col richiamare alcune nozioni fondamentali, e cioè:

1) Immaginiamo di avere più sinusoidi $S_1\ S_2\ S_3\ S_4 \dots S_n$ aventi rispettivamente come periodi P *e le sue parti aliquote* — e cioè $\frac{P}{2}, \frac{P}{3}, \frac{P}{4} \dots \frac{P}{n}$ — e sfasate tra loro. Per ogni valore t della ascissa avremo allora nella sinusoide S_i una ordinata y_i data da:

$$y_i = a_i \sin\left(\frac{2\pi i t}{P} + \varphi_i\right) \tag{357}$$

dove le due costanti a_i e φ_i indicano l'ampiezza di S_i e la sua fase nell'istante $t = 0$.

Disegnamo ora queste varie sinusoidi, prendendo come base comune l'asse delle ascisse t e sommiamole tra loro: vale a dire costruiamo la curva C avente, per ogni valore di t, un'ordinata y eguale alla somma $y_1 + y_2 + \dots y_n$ delle ordinate delle singole sinusoidi $S_1\ S_2 \dots S$. Avremo allora per C:

$$y = \sum_1^u a_i \sin\left(\frac{2\pi i t}{P} + \varphi_i\right). \tag{358}$$

Evidentemente la C sarà anch'essa una curva periodica con periodo P; infatti ogni volta che t aumenta di P tutti gli argomenti aumentano di un multiplo di 2π e quindi tutti i seni riprendono l'antico valore.

Viceversa FOURIER [1] ha dimostrato che una curva pe-

---

[1] Per maggiori notizie sopra la serie di FOURIER cfr. qualsiasi trattato di Analisi Matematica; citiamo soltanto GOURSAT, *Cours d'Analyse Mathématique* (Paris, Gauthier) e JORDAN, *Cours d'Analyse*, id. id.

In particolare gli astronomi pratici consulteranno con profitto l'ottimo trattato *Calcoli Numerici, Grafici e Meccanici* del prof. G. CASSINIS (Pisa, Mariotti e Pacini, 1927).

riodica qualsiasi, con periodo P può essere decomposta nella somma di un termine costante e di infinite sinusoidi S_1, S_2, S_3 ... di periodo P, $\frac{P}{2}$, $\frac{P}{3}$ ... ecc. Avremo dunque, tenendo presente la (358) e svolgendo ciascun seno secondo la nota formula che dà il seno della somma di due archi:

$$(359) \quad y = A_0 + A_1 \cos ht + A_2 \cos 2ht + A_3 \cos 3ht + \ldots$$
$$+ B_1 \sin ht + B_2 \sin 2ht + B_3 \sin 3ht + \ldots$$

dove le A_i e le B_i sono costanti e dove abbiamo posto per brevità:

$$(360) \qquad h = \frac{2\pi}{P}$$

o, in gradi,

$$(361) \qquad h = \frac{360^\circ}{P}.$$

La (359) si chiama « serie di FOURIER » e si dimostra che, se la curva rappresentata è continua, la serie è *uniformemente convergente*. Vale a dire si dimostra che, se si considerano soltanto i primi n termini nel seno e nel coseno e se si sceglie n abbastanza grande, l'errore prodotto trascurando i termini successivi della serie può sempre ridursi minore di una quantità ε piccola a piacere, *qualunque sia il valore del tempo t.*

2) Immaginiamo ancora di avere più sinusoidi $S_1\, S_2 \ldots S_r$ e supponiamo ora che i loro periodi $P_1 P_2 \ldots P_r$ siano arbitrari. Disegnando le sinusoidi e sommandole, come precedentemente, otterremo una curva C la cui ordinata è data da

$$(362) \qquad y = \sum_1^r a_i \sin\left(\frac{2\pi t}{P_i} + \varphi_i\right).$$

Ora è facile mostrare che, se le P sono incommensurabili tra loro, la curva C *non è periodica*, benchè risulti dalla somma di più sinusoidi. Infatti, affinchè C fosse periodica, la y dovrebbe riprendere il medesimo valore ogni volta che t aumenta di T. Ma, perchè ciò avvenga, occorre che tutti

gli archi aumentino di un multiplo di 2π e cioè occorre che si abbia:

$$n_1 P_1 = n_2 P_2 = \dots n_r P_r = 2\pi T \tag{363}$$

essendo $n_1\ n_2 \dots n_r$ numeri interi. Ora la (363) può sussistere soltanto se le P sono commensurabili tra loro e cioè se sono multiple di una stessa grandezza k.

193. Applicazione dell'Analisi Armonica alle curve di luce. Applichiamo ora questi concetti alle curve di luce [1], considerando soltanto le variabili regolari e semiregolari, giacchè non è generalmente possibile di analizzare armonicamente le variabili irregolari che, apparentemente, non sono sottomesse ad alcuna legge.

1) *Variabili regolari.* Immaginiamo di avere già disegnato la curva di luce di una variabile regolare ed indichiamo con m_1 la grandezza dell'astro, quando la sua fase angolare è eguale a φ_1. Allora, paragonando la (350) con (361), abbiamo dalla (359) fermandoci ai termini di ordine n:

$$\begin{aligned} m_1 = A_0 + A_1 \cos\varphi_1 + A_2 \cos 2\varphi_1 + A_3 \cos 3\varphi_1 + \dots A_n \cos n\varphi_1 + \\ + B_1 \sin\varphi_1 + B_2 \sin 2\varphi_1 + B_3 \sin 3\varphi_1 + \dots B_n \sin n\varphi_1 . \end{aligned} \tag{364}$$

Analogamente, se indichiamo con m_2 la grandezza dell'astro quando la sua fase angolare è eguale a φ_2, avremo:

$$\begin{aligned} m_2 = A_0 + A_1 \cos\varphi_2 + A_2 \cos 2\varphi_2 + A_3 \cos 3\varphi_2 + \dots A_n \cos n\varphi_2 + \\ + B_1 \sin\varphi_2 + B_2 \sin 2\varphi_2 + B_3 \sin 3\varphi_2 + \dots B_n \sin n\varphi_2 . \end{aligned} \tag{365}$$

In tal modo, esaminando i valori della grandezza per N fasi angolari ($N \geqq 2n + 1$) si ottengono N equazioni tra le

---

[1] Per maggiori notizie ed esempi cfr. TURNER, *The Rousdon Variable Observations*, in « Month. Not. », Vol. LXIV, p. 543; *On the classification of long-period variable stars and a possible physical interpretation*, id. id., Vol. LXVII, p. 332; *Note on a new similarity between the variations of S Persei and of Sunspots*, id. id., Vol. LXXIII, p. 116; *On the harmonic analysis of Wolf's Sunspot numbers*, Vol. LXXIII, p. 549; BLAGG, *Discussion of observations of three long period variables*, id., Vol. LXXXIX, ecc.

$2n+1$ incognite $A_0 A_1 \dots A_n$, $B_1 B_2 \dots B_n$, onde è facile ricavare le incognite stesse procedendo col metodo dei minimi quadrati [1]. Inutile aggiungere che ogni calcolo può essere eliminato se si dispone di uno strumento *analizzatore armonico*, per es. tipo HENRICI, CORADI, MADER ecc.

---

[1] In pratica basta generalmente arrestare il calcolo ad $n=2$, ed è comodo di scegliere $\varphi_1 = \frac{2\pi}{N} = \alpha$ — essendo N un intero — $\varphi_2 = 2\varphi_1 = 2\alpha$, $\varphi_3 = 3\alpha, \dots \varphi_N = N\alpha = 2\pi$.

Le equazioni di condizione divengono allora:

$$(1)\quad \begin{cases} m_1 = A_0 + A_1 \cos\alpha + A_2 \cos 2\alpha + B_1 \sin\alpha + B_2 \sin 2\alpha \\ m_2 = A_0 + A_1 \cos 2\alpha + A_2 \cos 4\alpha + B_1 \sin 2\alpha + B_2 \sin 4\alpha \\ m_3 = A_0 + A_1 \cos 3\alpha + A_2 \cos 6\alpha + B_1 \sin 3\alpha + B_2 \sin 6\alpha \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ m_N = A_0 + A_1 + A_2. \end{cases}$$

Ora ricordiamo che se si ha $\alpha = \frac{2\pi}{N}$ — e cioè se α è una parte aliquota di 2π — risulta dalla trigonometria elementare:

$$(2)\quad \begin{cases} \cos\alpha + \cos 2\alpha + \cos 3\alpha + \dots \cos N\alpha = 0 \\ \cos 2\alpha + \cos 4\alpha + \cos 6\alpha + \dots \cos 2N\alpha = 0 \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \sin\alpha + \sin 2\alpha + \sin 3\alpha + \dots \sin N\alpha = 0 \\ \sin 2\alpha + \sin 4\alpha + \sin 6\alpha + \dots \sin 2N\alpha = 0 \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \end{cases}$$

$$(3)\quad \begin{cases} \sin\alpha\cos\alpha + \sin 2\alpha\cos 2\alpha + \sin 3\alpha\cos 3\alpha + \dots\dots \sin N\alpha\cos N\alpha = 0 \\ \cos\alpha\cos 2\alpha + \cos 2\alpha\cos 4\alpha + \cos 3\alpha\cos 6\alpha + \dots \cos N\alpha\cos 2N\alpha = 0 \\ \sin\alpha\sin 2\alpha + \sin 2\alpha\sin 4\alpha + \sin 3\alpha\sin 6\alpha + \dots\dots \sin N\alpha\sin 2N\alpha = 0 \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \end{cases}$$

$$(4)\quad \begin{cases} \cos^2\alpha + \cos^2 2\alpha + \cos^2 3\alpha + \dots\dots\dots\dots \cos^2 N\alpha = \frac{N}{2} \\ \sin^2\alpha + \sin^2 2\alpha + \sin^2 3\alpha + \dots\dots\dots\dots \sin^2 N\alpha = \frac{N}{2} \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \end{cases}$$

Ciò posto, applichiamo il metodo dei minimi quadrati e passiamo dalle *equazioni di condizione* (1) alle *equazioni normali* di GAUSS. A tale scopo, come è noto, si moltiplica ciascuna equazione di condizione per il corrispondente coefficiente della prima incognita e si sommano le equazioni ottenute, giungendo così alla prima delle equazioni normali. Analogamente si moltiplica ciascuna equazione di condizione per

Così per es. le curve di luce delle *Cefeidi*, che sono caratterizzate da una rapida crescenza seguita da un lento decremento, possono decomporsi nella somma di due sinusoidi di cui l'una ha un periodo eguale a quello della Cefeide e l'altra un periodo metà. Analogamente si dica per le curve indicatrici della frequenza delle *macchie* del Sole.

Terminando ricordiamo che *se l'origine può essere scelta in modo che le ordinate della curva di luce siano eguali per ascisse di segno contrario* (funzione pari) *la serie di* FOURIER (eq. 359) *conterrà soltanto i coseni; se invece l'origine può essere scelta in modo che le ordinate siano eguali e di segno contrario per ascisse di segno contrario* (funzione dispari) *la serie di* FOURIER *conterrà soltanto i seni.* Nel primo caso si annullano tutte le B (eq. 359), nel secondo caso si annullano tutte le A.

2) *Variabili semiregolari.* Come già sappiamo, la curva di luce di una variabile semiregolare si compone di una

---

il coefficiente della seconda incognita e, sommando, si ottiene la seconda equazione normale ecc.

Applicando questo procedimento alle (1) e, tenendo presente le (2), (3) e (4) e ricordando che si ha:

$$\cos N\alpha = \cos 2\pi = 1 \qquad \sin N\alpha = \sin 2\pi = 0 \tag{5}$$

otteniamo subito come *equazioni normali*:

$$\left\{\begin{array}{l} m_1 + m_2 + m_3 + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots m_N = NA_0 \\ m_1 \cos\alpha + m_2 \cos 2\alpha + m_3 \cos 3\alpha + \ldots m_N = \dfrac{NA_1}{2} \\ m_1 \cos 2\alpha + m_2 \cos 4\alpha + m_3 \cos 6\alpha + \ldots m_N = \dfrac{NA_2}{2} \\ m_1 \sin\alpha + m_2 \sin 2\alpha + m_3 \sin 3\alpha + \ldots m_{N-1} \sin (N-1)\alpha = \dfrac{NB_1}{2} \\ m_1 \sin 2\alpha + m_2 \sin 4\alpha + m_3 \sin 6\alpha + \ldots m_{N-1} \sin 2(N-1)\alpha = \dfrac{NB_2}{2} \end{array}\right. \tag{6}$$

Risolvendo le (6) si hanno immediatamente le cinque incognite A_0, A_1, A_2, B_1 e B_2. Per l'uso degli strumenti analizzatori armonici cfr. CASSINIS, *Calcoli numerici*, p. 627 e seg. come pure MIFFONIS, *The Periodoscope*, in « Astroph. Journ. », LX.

parte periodica preponderante e di un piccolo termine fluttuante, che, in un certo senso, può paragonarsi ad un errore accidentale. E lo studio di queste curve si esegue con i metodi della moderna Analisi Periodale [1]; analisi che è

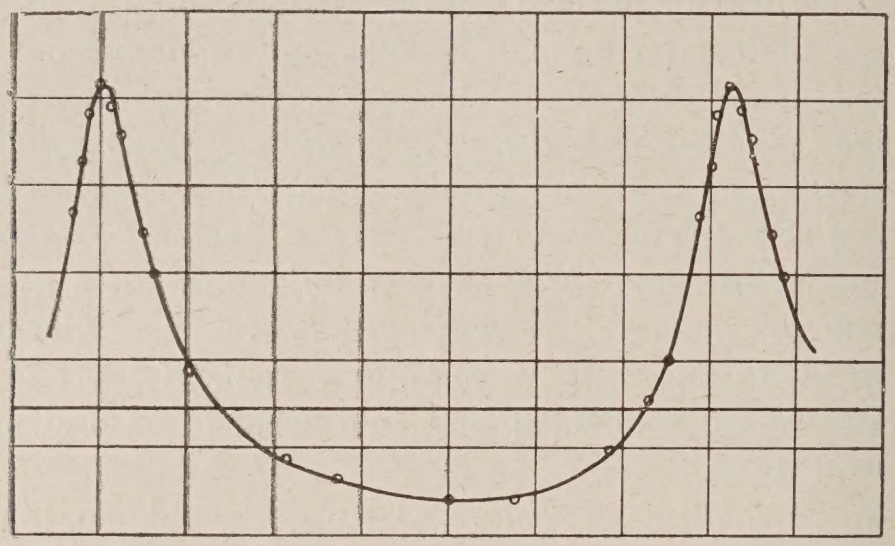


Fig. 156.
Retta di compenso.
(La retta di compenso è l'orizzontale tracciata con tratto più grosso e l'arco di curva considerato è quello compreso tra i due massimi).

ancora in una fase di sviluppo e che già riceve numerose applicazioni, non solo nell'Astronomia, ma anche nella Geofisica, nella Statistica, nella Biometria ecc.

Limitandoci alle cose principali, notiamo che, per quanto riguarda le variabili semiregolari, il metodo più semplice è il metodo grafico che può eseguirsi come ora indichiamo.

Anzi tutto occorre che la variabile sia stata osservata

---

[1] Il nome di *Analisi Periodale* è stato proposto dal prof. F. Vercelli, che ne ha studiato accuratamente i metodi e ne ha fatto anche interessanti applicazioni a molti fenomeni geofisici. Cfr. in proposito, F. Vercelli, *Guida pratica per l'analisi periodale* e *Guida pratica per l'analisi armonica delle maree*, in « Pubbl. Com. Mareograf. Ital. » 1926; id., *Metodo generale per l'analisi delle periodicità nei diagrammi*, in « Rend. Lincei » 1930, I.

Cfr. anche Cassinis, op. cit.; Whittaker, *Calculus of observations*; Runge, *Numerische Rechnen* (Berlin, 1924), Zipperer, *Tafeln zur harmonischen Analyse* (Berlin, 1924).

per un *lungo* intervallo di tempo, per es da t_1 a t_2, in modo da comprendere molti periodi. Disegnata allora la curva di luce C e le ordinate estreme corrispondenti a t_1 e t_2, costruiamo la *retta di compenso* e cioè una retta r *parallela alle ascisse e tale che il rettangolo compreso tra* r, *le ordinate estreme e l'asse delle ascisse abbia un'area eguale a quella racchiusa tra la curva* C, *le ascisse e le ordinate estreme:* ben inteso, considerando sempre come negative le aree poste al disotto delle ascisse.

La distanza che intercede tra la retta di compenso e l'asse delle ascisse — valutata come negativa se r è al disotto di questo asse — la chiameremo *quota di compenso* e l'indicheremo, per ora, con y_0. Notiamo subito che l'area totale compresa tra C, la retta di compenso e le ordinate estreme — considerando sempre come negative le aree al disotto di r — è eguale a zero, onde — prendendo per base la r — appare la possibilità di considerare C come somma di più sinusoidi.

Allora, per eseguire la decomposizione, prendiamo per base la r, tracciamo una sinosoide S_1 che si avvicini, per quanto è possibile, alla C e sottraiamo la sinusoide stessa da C; vale a dire costruiamo la curva C' la cui ordinata generica sia eguale alla differenza tra l'ordinata di C e quella di S, contando sempre le ordinate da r. È chiaro che la nuova curva C' sarà notevolmente piatta e generalmente vicina alla retta r.

Proseguendo la nostra analisi, disegnamo una seconda sinusoide S_2 che si avvicini, per quanto è possibile a C' e sottraiamola da C' ottenendo, come risultato, una nuova curva C'', anche più piatta e più vicina alla r. Continuando in tal modo, giungeremo in fine ad una curva $C^{(k)}$ che si confonderà sensibilmente con la r: vale a dire ad una curva la cui ordinata y_k, relativa ad r, apparirà generalmente trascurabile.

Omettendo allora y_k, è evidente che l'ordinata generica Y della curva da analizzare C, rispetto al vero asse delle ascisse, sarà eguale alla somma della quota di compenso y_0 e delle ordinate delle $k-1$ sinusoidi S_1 S_2 S_3 ... S_{k-1}

sopra la r. Rilevando dunque dal disegno le equazioni delle sinusoidi, avremo infine:

$$Y = y_0 + \sum_1^{r-1} a_i \sin(\omega_i t + \varphi_i) \tag{366}$$

con che l'analisi risulta eseguita.

Nella pratica, si può anche abbreviare il procedimento usando un artificio immaginato dal VIDMORE e che si applica nel modo seguente.

Diamo alla curva C una traslazione di ampiezza arbitraria τ parallelamente all'asse delle ascisse e costruiamo quindi una nuova curva C^* le cui ordinate siano eguali alla media aritmetica delle ordinate dell'antica curva C e di quelle della curva traslata C_τ. È facile allora di dimostrare [1] che *in C^* risultano eliminate tutte le armoniche aventi per periodo* 2τ, $\frac{2\tau}{3}$, $\frac{2\tau}{5}$ ecc.

Su questo artificio, il CHRYSTAL ha fondato il suo *metodo dei residui* che consiste nel sottoporre, più volte, la

---

[1] Infatti consideriamo un'armonica di periodo Q. Posto allora:

$$\frac{2\pi}{Q} = \omega \tag{1}$$

la sua equazione sarà:

$$y = a \sin(\omega t + \varphi). \tag{2}$$

Ora, nella traslazione di ampiezza τ parallelamente alle ascisse, t si cambia in $t + \tau$ e quindi l'armonica diviene:

$$y_\tau = a \sin(\omega t + \omega\tau + \varphi). \tag{3}$$

Si ha dunque per la semisomma Y delle due armoniche

$$Y = \frac{a}{2}[\sin(\omega t + \omega\tau + \varphi) + \sin(\omega t + \varphi)] = a \sin\left(\omega t + \frac{\omega\tau}{2} + \varphi\right)\cos\frac{\tau\omega}{2}. \tag{4}$$

Questa espressione mostra che Y è identicamente nulla, qualunque sia il valore di t, quando si ha:

$$\tau\omega = (2k + 1)\pi \tag{5}$$

essendo k un intero qualsiasi. In conseguenza l'armonica (2) sparisce

curva in esame al procedimento del VIDMORE, eliminandone successivamente le armoniche più importanti. Nel servizio aereologico italiano, tale metodo viene impiegato per l'analisi periodale dei *barogrammi* e se ne abbrevia l'esecuzione con l'uso dell'*analizzatore* Tavanti, strumento che traccia automaticamente le curve residue [1].

Premesse queste nozioni generali, passeremo senza altro allo studio dei vari tipi di stelle variabili, secondo la classificazione che ne abbiamo già dato al n. 184. Seguendo l'uso dei nostri corsi universitari, ed anche l'ordine didattico più facile, cominceremo il nostro esame dalle stelle « Novae » o temporanee; passeremo poi alle variabili irregolari, semiregolari e regolari e rimanderemo le binarie fotometriche, o variabili ad eclisse, alla parte dedicata alle stelle binarie.

---

in C^* quando τ soddisfa alla (5), vale a dire — eliminando ω tra (1) e (5) — quando si ha:

$$Q = \frac{2\tau}{2k+1}. \tag{6}$$

Ponendo successivamente $k = 0, 1, 2$, ecc. segue allora dalla (6) che in C^* mancano le armoniche di periodo $2\tau, \frac{2\tau}{3}, \frac{2\tau}{5}$ ecc.

[1] Per la descrizione dell'analizzatore Tavanti, cfr. CASSINIS, op. cit., pag. 644 e seg.

CAPITOLO TERZO

Le " Novae ,, o Stelle Temporanee.

194. Definizioni - Generalità. Le « Novae » o « Stelle Temporanee » costituiscono certamente le prime variabili che abbiano richiamato l'attenzione dell'uomo.

Come già vedemmo, gli antichi, eseguendo le osservazioni ad occhio nudo, credettero che si trattasse di astri di nuova formazione; opinione che si conservò fino a pochi secoli or sono [1] ed alla quale è dovuto il nome di « Novae » dato a queste stelle e tuttora in uso. In realtà però il cannocchiale e la lastra fotografica hanno oggi dimostrato che il fenomeno (n. 16) consiste non già nella formazione di un nuovo astro, ma semplicemente in un rapido e forte aumento del suo splendore. Possiamo quindi definire le « *Novae* » come *stelle che improvvisamente subiscono un rapidissimo aumento di splendore* (spesso decine di migliaia di volte superiore al primitivo), *per tornare poi lentamente all' antico.* In media la variazione di luce si aggira sulle dodici grandezze stellari, ciò che corrisponde ad un incremento di splendore eguale a $2{,}512^{12}$ e cioè 63000 volte superiore al primitivo!

Contemporaneamente il cannocchiale mostra che l'astro si gonfia e si cinge di una tenue nebulosità acquistando un diametro apparente che spesso arriva ad alcuni secondi

---

[1] Cfr. p. es. FORTUNIUS LICETUS, *De novis astris et cometis* (Venetiis, 1623), opera nella quale si trova anche una lista — non sempre esatta, ma importante — delle stelle nuove apparse fino al sec. XVII. Un riassunto dell'opera del LICETUS è riportato nell'*Almagestum Novum* del P. RICCIOLI (Bononiae, 1651).

d'arco, mentre qualche volta (per es. nella *Nova Pictoris*, 1925) nella nebulosità così formata appaiono dei nuclei puntiformi, come deboli stelline.

Questi fatti mostrano chiaramente che il fenomeno è dovuto ad una *esplosione* o ad una *rapida dilatazione*, la

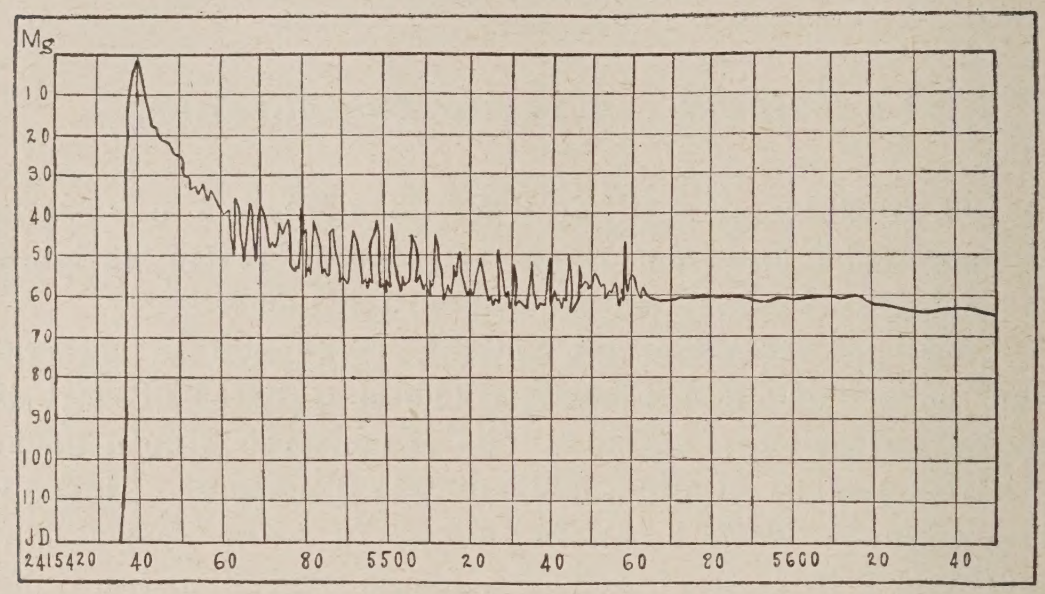


Fig. 157.
Curva di luce della Nova Persei (C. Furness).

quale però sembra investire soltanto gli strati esterni (fotosfera e cromosfera) dell'astro, giacchè, in pochi mesi, esso ritorna allo splendore antico. Si tratta dunque di *variabili dinamiche* (n. 184).

In proposito il Pike, in una recente memoria ([1]), fa le seguenti considerazioni:

([1]) Cfr. S. Pike, *The Physical Conditions in New Stars*, in « Month. Not. », Vol. LXXXIX (1929). Osserviamo che il Pike cade in un circolo vizioso deducendo la velocità di dilatazione dalla parallassi $\pi = 0'',0028$, giacchè questa era stata dedotta da Hubble — in « Astroph. Journ. », LXVI — precisamente dalla stessa velocità di dilatazione.

Storicamente sembra che Evershed — cfr. « Month. Not. », LXXIX — sia stato tra i primi a scorgere chiaramente che il fenomeno consisteva in una esplosione. Poco dopo, il 26 novembre 1925, da Buenos Aires, Hartmann telegrafava alle Astr. Nachr. (Bd. CCXXVI) le seguenti parole: « *Nova Problem gelöst! Stern bläht sich auf; zerplatzt!* ».

Indichiamo con R, T, m_b il raggio, la temperatura effettiva e la grandezza bolometrica dell'astro prima dell'esplosione e con R_e, T_e, m_{be} le stesse quantità dopo l'esplosione al momento del massimo splendore; la (144) ci dà allora immediatamente:

$$(367) \qquad m_b - m_{be} = -2{,}5 \log \frac{R^2 T^4}{R_e^2 T_e^4} = 5 \log \frac{R_e T_e^2}{R T^2}$$

formula che, insieme con la (4), la (146) e la (148) serve modernamente per lo studio delle « Novae », come ora vedremo.

Prendiamo p. es. la *Nova Aquilae 1918*, per cui si aveva $m = 11{,}0$ ed $m_e = -1{,}1$, mentre la sua distanza era di circa 360 parsecs (donde $\pi = 0'',0028$) ed il suo tipo spettrale, prima dell'esplosione, era A corrispondente ad una temperatura effettiva T di circa 10000 centigradi [1].

La (4) indica quindi che, prima dell'esplosione, l'astro aveva una grandezza assoluta

$$(368) \qquad M = 11{,}0 + 5 + 5 \log 0{,}0028 = 3{,}2$$

onde *la sua luminosità era nettamente inferiore* (n. 136) *a quella ordinaria di una stella di tipo A*, sebbene fosse circa quattro volte superiore a quella del Sole che ha (n. 15) per grandezza assoluta $M = 4{,}85$. Inoltre, per la (146), il diametro apparente Δ della Nova Aquilae — sempre prima di esplodere — era eguale a $0'',000025$ e quindi, per la (148), il diametro reale era circa eguale a quello del Sole e cioè si aveva $R = 1$.

Vediamo ora come l'esplosione abbia dilatato l'astro.

Secondo le misure eseguite dal WILSING [2], la temperatura T_e dell'astro dopo l'esplosione restò poco differente

---

[1] Cfr. HUBBLE, *The nebulous envelope around Nova Aquila*, in « Astroph. Journ. », Vol. LXVI (1927).

[2] Cfr. WILSING, *Bestimmung der effektiven Temperatur der Nova Aquilae*, in « Astr. Nachr. », Bd. CCVIII, n. 4981.

dagli 8000-10000 centigradi e quindi l' indice bolometrico (n. 67) rimase presso a poco eguale a — 0,4, onde le gran-

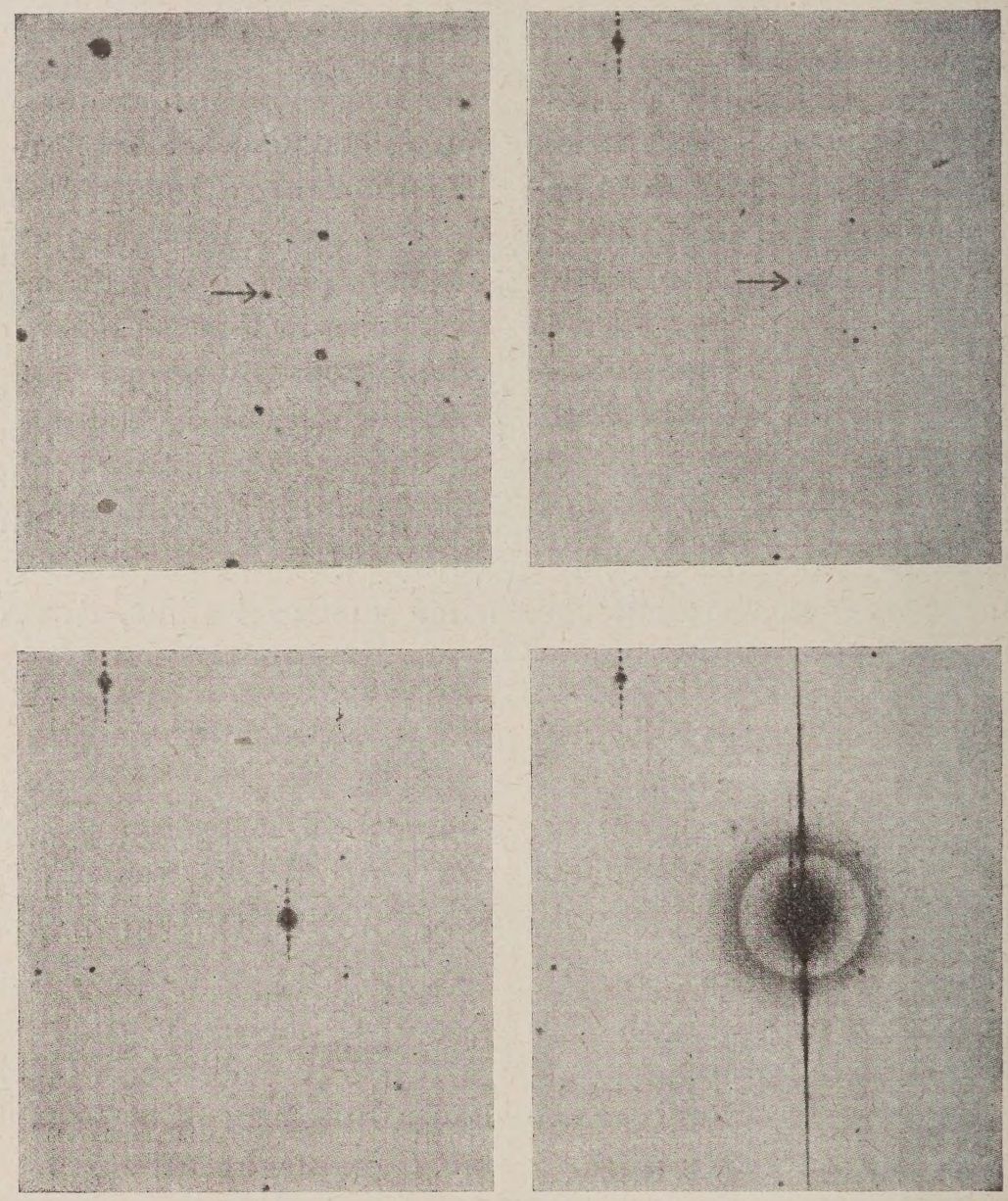


Fig. 158.

Dall' alto al basso: 1) La Nova Aquilae 1918 fotografata il 22 maggio 1918; 2) Id. il 3 giugno 1918; 3) Id. il 7 giugno 1918; 4) id. il 9 giugno 1918. N. B. - L' anello luminoso è prodotto dalla riflessione della luce sulla faccia posteriore della lastra fotografica. (Russell)

dezze bolometriche estreme furono $m_b = 11{,}0 - 0{,}4 = 10{,}6$ e $m_{be} = -1{,}1 - 0{,}4 = -1{,}5$. Ponendo dunque $T = T_e$ e

ricordando essere $R = 1$, abbiamo dalla (367):

$$12{,}1 = 5 \log R_e \tag{369}$$

da cui ricaviamo $R_e = 260$.

Così l'esplosione portò il raggio dell'astro da un valore eguale a quello del Sole ad un valore 260 volte maggiore [1]

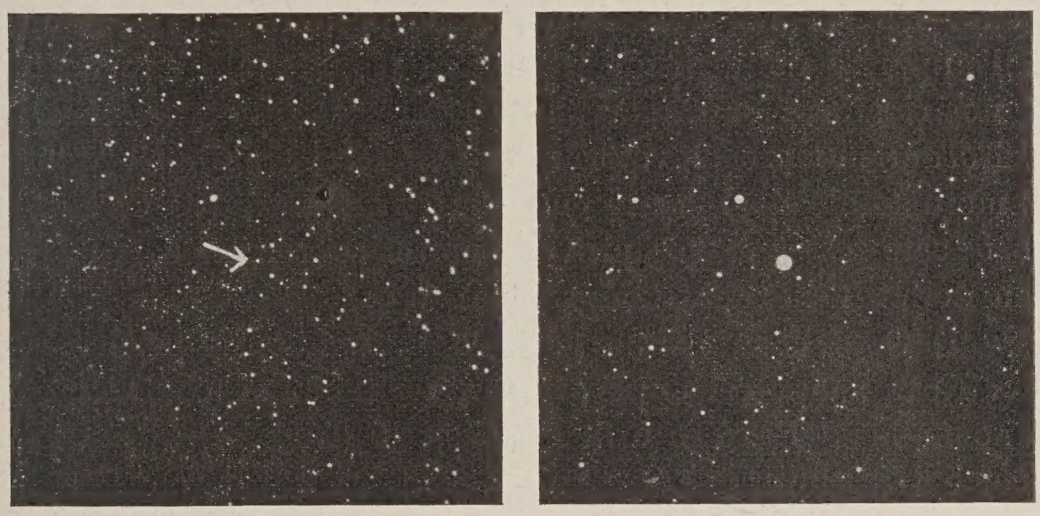


Fig. 159.
La Nova Aquilae 1918 fotografata nel 1905 e nel 1918 poco prima dell'esplosione.
(Osservatorio di Yerkes).

— e cioè eguale, all'ingrosso, a quello dell'orbita della Terra — e, poichè tale aumento avvenne in breve tempo, *la velocità di dilatazione fu elevatissima.* Conclusione questa che risulta confermata dai fortissimi spostamenti Doppler che si notano negli spettrogrammi delle stelle nuove [2].

Termineremo le nozioni generali con una osservazione importante. Dalla *Nova Persei,* scoperta da ANDERSON al

---

[1] Il risultato, a dir vero, si attenua alquanto supponendo un forte incremento di temperatura, ma la dilatazione resta sempre grandissima; così prendendo, col PIKE, $T_e = 40000°$ — ipotesi superiore al vero — si avrebbe $R_e = 65$.

[2] Per maggiori notizie in proposito cfr. BARABASCHEFF, *Ueber die Neuen Sterne,* in « Astr. Nachr. », Bd. CCXXII, n. 5327 e Bd. CCXXIV, n. 5365. I valori numerici adoperati dal BARABASCHEFF sono però meno sicuri di quelli più recenti del PIKE, di cui abbiamo fatto uso nel testo.

principio di questo secolo (1901), fino ad oggi, si sono trovate circa venti « Novae », escluse quelle delle Nebulose Spirali; ma il loro numero reale è certamente maggiore, giacchè molte sfuggono alle nostre ricerche. In proposito S. BAILEY [1] crede che ogni anno appaiano almeno 9 Novae, più luminose della decima grandezza.

Ora — riducendo anche, per prudenza, questa cifra a metà — ne seguirebbe che in un miliardo di anni — e cioè dall'apparire delle prime traccie di vita sopra la Terra, fino ai nostri giorni — si sarebbero avute circa *cinque miliardi di Novae*: numero elevatissimo e non trascurabile rispetto al numero totale degli astri che formano l'*Universo Galattico*. Se questo fatto venisse provato, noi ci vedremmo condotti ad una delle due conclusioni seguenti:

1) O parecchie stelle sono passate più volte per lo stato di « Nova », ipotesi appoggiata dai fenomeni che si osservano nella *T Pyxidis* e in altre stelle (*Novoidi*) di cui parleremo tra breve;

2) Oppure lo stato di « Nova » costituisce una fase particolare del ciclo evolutivo degli astri; una fase cioè per la quale, più o meno, passano tutte le stelle, durante la loro vita.

195. Fenomeni fotometrici. Lo studio dei fenomeni fotometrici delle stelle nuove si divide in tre parti, secondo che essi riguardano il comportamento dell'astro prima, durante, o dopo l'esplosione. E precisamente:

1) Le lastre fotografiche celesti, conservate negli archivi degli Osservatori, hanno permesso di risalire la storia di alcune « Novae » fino a parecchi anni prima dell'esplosione, ed hanno mostrato che *esse erano deboli stelline di splendore, più o meno, fluttuante*. In questo campo le osservazioni sono veramente preziosissime e dobbiamo dolerci che se ne abbiano ancora poche.

---

[1] Cfr. LUNDMARK, *Some facts and suggestions concerning Novae*, in « Publ. Astr. Soc. Pacific », XXXV (1923).

2) *L'esplosione è, generalmente, rapidissima.* Per es. il 5 giugno 1918 la Nova Aquilae era di undecima grandezza; il 7 giugno era salita alla sesta; il giorno 9 era di grandezza — 1,1 e cioè più splendente di Wega!

3) *La diminuzione di splendore*, che segue l'esplosione, *è dapprima rapida* — sebbene meno dell'esplosione stessa — e quindi diviene *lenta e fluttuante.* Così la Nova Aquilae alla fine del giugno 1918 era discesa alla terza grandezza; alla fine del luglio alla quarta; alla fine di ottobre tra la quinta e la sesta; nel settembre dell'anno successivo 1920 raggiungeva, presso a poco, l'ottava grandezza ([1]).

Insieme con lo splendore, cambia il *colore* delle « Novae », sia per la variazione di temperatura, sia per la forza di alcune righe spettrali di emissione, sia per l'assorbimento prodotto dalla nebulosità di cui si circonda l'astro. In generale le Novae sembrano dapprima *bianche*, poi passano al *giallo* ed all'*arancio* — specialmente per effetto della riga rossa [*C*] dell'idrogeno, che si mostra molto brillante — e quindi tornano al *bianco giallastro* ([2]). Spesso anche — come abbiamo personalmente osservato nella Nova Aquilae 1918 — il colore finale tende al verde, forse per l'apparizione della riga verde del Nebulio che brilla nello spettro.

196. Parallassi. La ricerca della parallasse delle stelle nuove è un problema di altissima importanza, ma estremamente difficile: sia perchè il loro disco nebulare ostacola precise determinazioni di posizione, sia perchè i loro moti propri sono assai lenti, sia perchè le velocità radiali e le determinazioni di parallassi spettroscopiche (n. 112) sono poco sicure a causa dei fortissimi spostamenti delle righe spettrali e delle modificazioni che lo spettro subisce per la violenza dell'esplosione.

([1]) Cfr. ARMELLINI, *Osservazioni fotometriche sopra la Nova Aquilae*, in « Rend. Lincei », 1919, II; STEBBINS, *Photoelectric Measures of Nova Aquilae* 3, in « Astroph. Journ. », Vol. XLIX.

([2]) Cfr. GUTHNICK, *Beobachtungen der Helligkeit, des Farbenindex und des Spektrums der Nova Aquilae*, in « Astr. Nachr. », Bd. CCX, n. 5037.

Lo SCHLESINGER nel suo catalogo (n. 123) dà le parallassi trigonometriche delle « Novae » seguenti:

Nova Geminorum 1912:	$\pi = 0'',002$	Nova Lacertae 1910:	$\pi = 0'',012$
Nova Persei 1901:	$\pi = 0,011$	Nova Cygni 1920:	$\pi = 0,026$

Il DAVIDOVICH, col metodo spettroscopico, ha trovato per la Nova Pictoris 1925, $\pi = 0'',006$ e analogamente il LUNDMARK ha trovato per la Nova Aquilae 1919 (da non confondersi con l'analoga 1918) $\pi = 0'',0003$.

La scarsezza di questi risultati ha spinto gli astronomi a ricorrere a metodi particolari per la soluzione del problema. E due eleganti esempi se ne hanno nella Nova Aquilae 1918 studiata da HUBBLE [1] e nella Nova Persei 1901, studiata da WILSON e TURNER [2].

Per la Nova Aquilae, HUBBLE fece il seguente ragionamento. Ammettendo che l'astro si dilati con velocità di v km./sec., il suo raggio aumenterà in un anno di $31,5.10^6.v$ km. e cioè (n. 15) di $10^{-6}.v$ parsecs. In conseguenza, se l'astro dista da noi D parsecs, il suo diametro angolare Δ sembrerà aumentare in un anno di $2.10^{-6}.v.D^{-1}$ radianti o $0,42.v.D^{-1}$ secondi d'arco.

Chiamando dunque con ω'' l'aumento annuale, in secondi, del diametro angolare dell'astro e ricordando che la distanza D è eguale all'inverso della parallasse π, avremo immediatamente:

$$\pi = \frac{\omega''}{0,42\, v}. \tag{370}$$

Ora, da una serie di fotografie eseguite in varie Specole, si ebbe per il diametro apparente Δ della Nova Aquilae:

1926 maggio 17:	$\Delta = 15'',7$	1926 settembre 4:	$\Delta = 16'',4$
luglio 3:	15 ,9	1927 aprile 25:	17 ,6

ciò che diede un incremento annuale di circa $2''$.

---

[1] Cfr. HUBBLE, op. cit. e « Month. Not. », LXXXII.

[2] Cfr. « The Nature », Vol. 65, pag. 298 (1902). Cfr. anche « Astr. Nachr. », Bd. CLVI, n. 3736 e « Astroph. Journ. «, Vol. XIV e XV.

D'altra parte lo spettroscopio indicò una velocità radiale di avvicinamento — dovuta alla dilatazione dell'astro — di circa 1700 km./sec., onde, sostituendo nella (370), si ebbe:

$$\pi = \frac{2''}{0{,}42.1700} = 0'',0028.$$

Analogo è il caso della Nova Persei 1901. Questa stella era circondata da una nebulosa semioscura che si illuminò progressivamente intorno all'astro, in modo che il diametro apparente della parte lucida della nebula aumentò di circa 10′ in sei mesi, ciò che darebbe in un anno: $\omega'' = 1200''$. Si suppose che tale rapido incremento fosse dovuto alla luce emessa dall'astro al momento dell'esplosione; luce che si sarebbe propagata nella nebula oscura circostante, illuminandola man mano. Ponendo dunque $v = c = 300000$ km./sec. abbiamo dalla (370) per la parallasse della Nova Persei:

$$\pi = \frac{1200''}{0{,}42.300000} = 0'',010$$

valore poco differente da quello ottenuto trigonometricamente.

Conosciuta la parallasse di una « Nova », la (4) dà immediatamente le grandezze assolute M ed M_{max} che l'astro aveva prima dell'esplosione ed al momento del massimo splendore, quando si abbiano le grandezze apparenti m ed m_{max} date [1] dalle osservazioni. In tal modo abbiamo calcolato la seguente:

TABELLA

Stella	m	m_{max}	M	M_{max}
Nova Persei 1901	13,5	-0,1	8,7	-4,9
Nova Lacertae 1910	13,5	5,0	8,9	0,4
Nova Geminorum 1912	15,0	3,7	6,7	-4,8
Nova Aquilae 1918	11,0	-1,1	3,2	-8,9
Nova Aquilae 1919	?	10,4	?	-2,2
Nova Cygni 1920	15,0	1,8	12,2	-1,0
Nova Pictoris 1925	12,7	1,2	7,5	-4,0

---

[1] Cfr. MULLER e HARTWIG, *Geschichte und Literatur des Lichtwechsels* (Leipzig, Poeschel, 1920), Bd. II; *Handbuch der Astrophysik*, Bd. VI-2, pag. 262 e seg.; RUSSELL, *Astronomy*, II, pag. 776.

Da questa tabella, eseguendo le medie [1], abbiamo per le grandezze assolute:

$$M = 7{,}9 \pm 2{,}6 \qquad M_{\max} = -3{,}7 \pm 2{,}6$$

ciò che mostra che l'incremento di luminosità, prodotto dall'esplosione, è in media di dodici grandezze stellari. Inoltre — sia pure in via provvisoria, dato lo scarso numero di esempi ben conosciuti — possiamo dedurre da queste cifre due conseguenze importanti, e cioè:

1) Indicando con π^* la parallasse media di una Nova, che al massimo splendore raggiunga la grandezza apparente m, si ha dalla (4):

$$(371) \quad \log \pi^* = -\frac{3{,}7 + 5 + m \pm 2{,}6}{5} = -0{,}2m - 1{,}7 \pm 0{,}5.$$

2) Prima dell'esplosione le Novae sono generalmente stelle bianche del tipo spettrale A e quindi dovrebbero avere (n. 136) una grandezza assoluta M poco differente da 1, mentre invece si ha $M = 7{,}0$. Nasce quindi il sospetto che le Novae debbano considerarsi come *stelle bianche nane* (n. 139) e cioè che esse siano *astri densi ed invecchiati*, quasi al limite (n. 173) dell'evoluzione stellare [2].

---

[1] Ricordiamo che, dato un sistema di osservazioni, di misure ecc., si chiama *scarto* di ogni misura la differenza tra il suo valore e quello della media aritmetica di tutte le misure. Ciò posto, lo *scarto medio* del sistema è eguale, per definizione, alla radice quadrata della media aritmetica dei quadrati degli scarti delle singole osservazioni ed ha grande importanza come indice della maggiore o minore *dispersione* delle grandezze fisiche, che sono state oggetto delle nostre misure.

Così per es. nel nostro caso, essendo 7,9 la media delle M, i singoli scarti sono 0,8 1,0 -1,2 ecc., i loro quadrati sono 0,64 1,00 1,44 ecc. e lo scarto medio risulta eguale a 2,6 circa. Per convenzione, tale scarto si scrive dopo la media aritmetica, preceduto dal doppio segno $\pm$ come abbiamo fatto nel testo.

[2] Notiamo che la Nova Andromedae 1885 avrebbe raggiunto una grandezza $M_{\max} = -15{,}4$ e cioè, durante il massimo splendore sarebbe stata *cento milioni di volte più luminosa del Sole*; ma si tratterebbe di

197. Fenomeni spettroscopici. Ma i fenomeni, forse più importanti, che ci offrono le stelle nuove sono quelli spettroscopici: passiamoli in rapida rassegna.

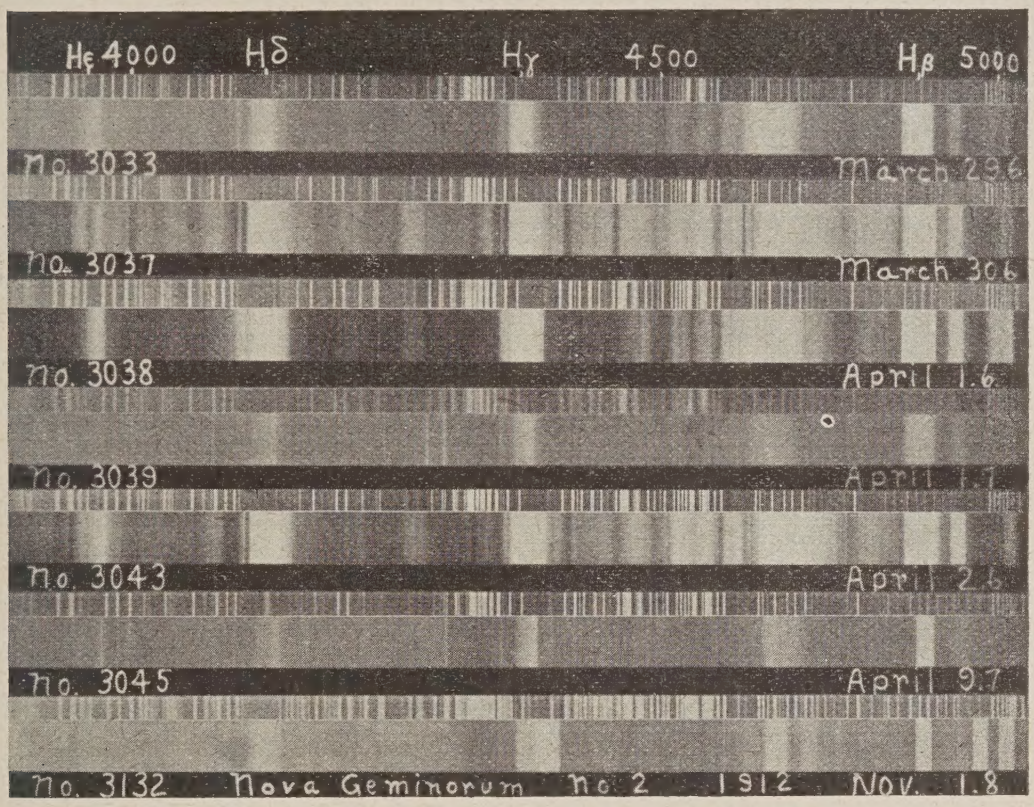


Fig. 160.
Variazioni spettrali della Nova Geminorum 1912 dal 29 marzo al 1 novembre 1912.
(Osservatorio di Yerkes).

In linea di massima, cominciamo ad osservare che *lo spettro di una stella nuova si presenta come uno spettro particolare e mutevole, con larghe righe brillanti e con righe di assorbimento fortemente spostate verso il violetto e — spesso anche — raddoppiate o triplicate;* spettro che Miss CANNON [1]

---

un caso eccezionale, e forse dubbio, giacchè la parallasse della nebula non è ancora ben nota.

Notiamo pure che LUNDMARK (*Some facts and suggestions concerning the Nova*, in « Pub. Astr. Soc. Pacific », XXXV) da una media di 22 determinazioni — di cui però molte inesatte — ha tratto $M = -6{,}2$ onde la (371) diverrebbe:

$$\log \pi^* = -0{,}2m - 2{,}2 \pm 0{,}5.$$

[1] Cfr. « Annals Harv. Coll. », Vol. XXVIII-II, pag. 146.

volle indicare con la lettera *Q*. Più particolarmente, il Congresso Internazionale Astronomico di Roma (1922) ha mantenuto questa notazione ed ha proposto [1] di precisarla e di suddividere il tipo *Q* in sette sottotipi, aggiungendovi le lettere *a*, *b*, *c*, *u*, *x*, *y*, *z*, in modo da seguire le varie mutazioni che presenta lo spettro, dall'esplosione dell'astro all'indebolimento finale.

Abbiamo così [2] il seguente prospetto:

1) Molto tempo prima dell'esplosione, lo spettro delle stelle nuove sembra analogo ad uno spettro ordinario del tipo *A*. Disgraziatamente si hanno ancora poche cognizioni sull'argomento, giacchè nulla lascia presumere la futura esplosione e l'astro appare come una stellina debolissima che è difficile studiare spettroscopicamente, anche con potenti riflettori.

2) Poco prima dell'esplosione — o meglio, quando l'astro è già notevolmente aumentato di splendore, ma non ha ancora raggiunto il massimo — lo spettro presenta grande somiglianza con quello di α Cygni (*A2p*) o col sottotipo *cA* di Miss MAURY (n. 138). Deve notarsi però che le righe di assorbimento, nette e sottili, appaiono *fortemente spostate verso il violetto*, indicando una velocità radiale di avvicinamento che spesso supera i 2000 km./sec. e che è dovuta alla rapida dilatazione dell'astro; le righe brillanti mancano ancora o sono appena accennate. È questo il sottotipo *Qa*.

3) Durante e poco dopo il massimo splendore, compaiono — o si rinforzano, se già esistevano — le righe lu-

---

[1] Cfr. « Trans. of the International Astr. Union », Vol. I, pag. 98.

[2] Per maggiori notizie cfr. LUNT, *The spectrum of Nova Aquilae* 3, in « Month. Not. », LXXIX e LXXX; CORTIE, *The earlier spectrum of Nova Aquilae*, id., LXXIX e LXXX; NEWALL, *On the spectrum of Nova Aquilae*, id., LXXIX; CORTIE, *The ultraviolet spectrum of Nova Aquilae*, id., LXXXI; BAXANDALL, *On the presence of absorption lines of nitrogen and oxygen in the spectra of Nova Aquilae*, id., LXXXI; STRATTON, *The spectrum of Nova Cygni* 3, id., LXXXII; LUNT, *On the spectrum of Nova Pictoris*, id., LXXXVI; DAVIDOVICH, *The spectrum of Nova Pictoris*, in « Harvard Circ. », 289; *Gaseous envelope around Nova Pictoris*, in « Harvard Bull. », 856.

cide, mentre le righe di assorbimento divengono più larghe e sfumate ed aumentano di numero con la comparsa di altre righe dovute a metalli ionizzati. Si hanno così i sottotipi *Qb* e *Qc*, nei quali lo spettro sembra quasi risultare dalla

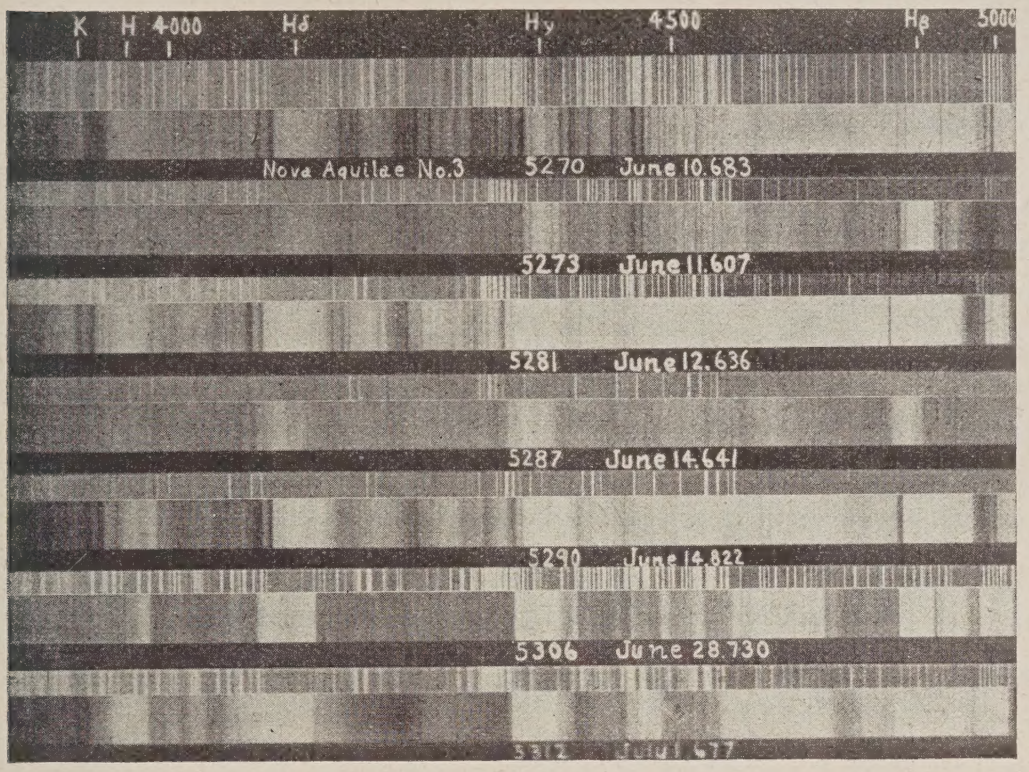


Fig. 161.
Variazioni spettrali della Nova Aquilae 1918 dal 10 giugno al 1 luglio 1918.
(Osservatorio di Yerkes).

sovrapposizione di due spettri: uno di emissione, analogo al tipo *B* od *O*, e l'altro di assorbimento, analogo al tipo *F*.

Deve notarsi però che le righe oscure sono sempre fortemente spostate verso il violetto e che spesso si suddividono in due o tre componenti, diversamente ma sempre notevolmente spostate. Tale fenomeno si spiega con la formazione di successive ondate di dilatazione nell'atmosfera dell'astro; ondate che, essendo diversamente veloci, producono, per ogni elemento, più righe di assorbimento differentemente spostate.

4) Successivamente, declinando lo splendore dell'astro, lo spettro passa ai sottotipi *Qu* e *Qx*, i quali differiscono

dai precedenti per *la straordinaria larghezza che acquistano le righe di emissione;* larghezza spesso così notevole da renderle simili a bande lucide. Notiamo, tra le più brillanti, la [*C*] dell'idrogeno, la $\lambda = 4640$ dell'azoto ionizzato (generalmente larghissima) e la $\lambda = 4686{,}0$ dell'elio ionizzato.

Queste righe sono dovute alla cromosfera esterna dell'astro e la loro larghezza può essere spiegata (n. 87) con i violenti movimenti che hanno luogo in quello strato.

5) Trascorsi alcuni giorni, o qualche settimana, ed affievolendosi sempre più lo splendore dell'astro, il fondo dello spettro s'indebolisce, mentre si sviluppano, lucide e larghe, *le righe nebulari* (sottotipo *Qy*). Notiamo la $\lambda = 5006{,}8$ e la $\lambda = 4958{,}9$, ambedue dovute al *Nebulio* (1) ed indicate generalmente con i simboli N_1 ed N_2; righe che sono caratteristiche (n. 18) delle nebulose planetarie (tipo spettrale *P*) e che logicamente si ritengono prodotte dall'inviluppo nebulare che ormai circonda la Nova.

Infine compaiono le bande lucide delle stelle di Wolf e Rayet ed il sottotipo *Qy* si trasforma in *Qz*, molto simile (2) al tipo *O*.

198. Ipotesi sopra l'origine delle stelle Novae. Come già abbiamo accennato, i fenomeni che si osservano nelle stelle nuove sono prodotti da una esplosione superficiale o da una rapida dilatazione dell'astro.

In proposito il MILNE, in una recente memoria (3), suppone che la dilatazione sia dovuta ad atomi espulsi dagli strati esterni dell'astro, per effetto della pressione della

---

(1) Sopra la natura del nebulio e le questioni che vi si connettono, parleremo nel Vol. III, trattando delle nebulose.

(2) Per maggiore omogeneità di esposizione, le questioni relative alla connessione tra le stelle nuove, le nebulose planetarie e le stelle del tipo *O*, verranno esaminate nel Vol. III, occupandoci della Statistica Stellare e della natura delle nebule.

(3) Cfr. MILNE, *On the possibility of the emission of high speed atom from the Sun and the Stars*, in « Month. Not. », Vol. LXXXVI; cfr. anche « Harv. Bull. », n. 843.

luce divenuta ivi momentaneamente superiore alla gravità. In tal caso, gli atomi della cromosfera e della fotosfera sarebbero espulsi dall'astro con movimento accelerato; ma — poichè tanto la pressione della luce, quanto la gravità

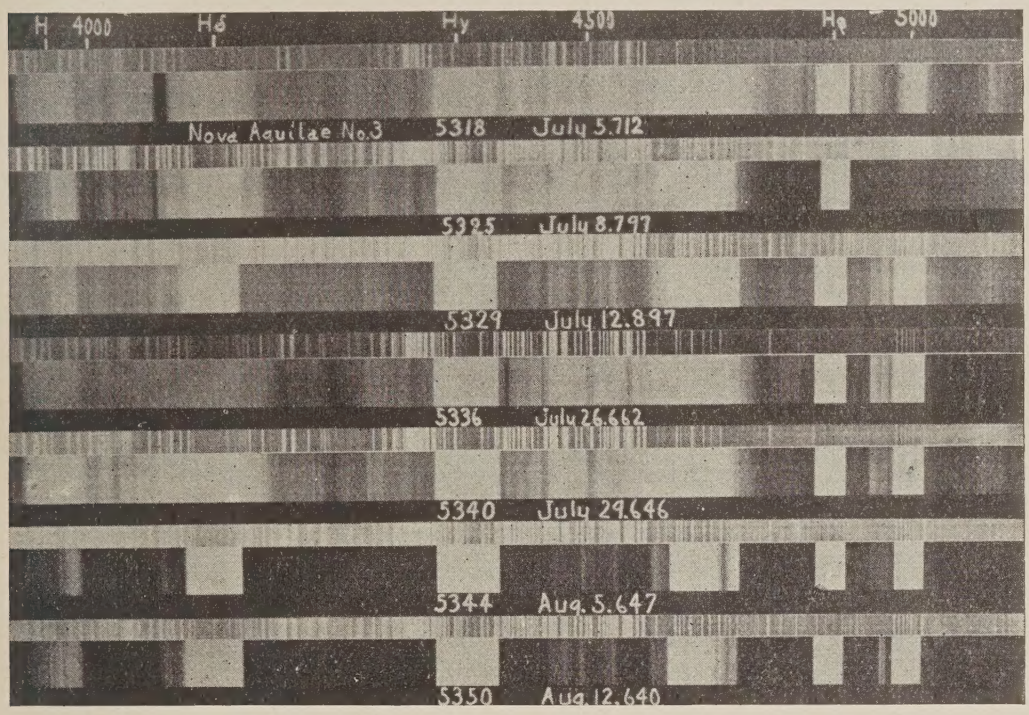


Fig. 162.
Variazioni spettrali della Nova Aquilae 1918 dal 5 luglio al 12 agosto 1918. (Osservatorio di Yerkes).

diminuiscono in ragione inversa dei quadrati delle distanze — l'accelerazione tenderebbe ad annullarsi e quindi la velocità tenderebbe a divenire uniforme [1]. E precisamente, secondo i calcoli del MILNE, la velocità tenderebbe ad un

---

[1] Prendiamo come unità di lunghezza il raggio dell'astro considerato ed immaginiamo che, sopra la fotosfera, sia γ la risultante dell'accelerazione positiva, dovuta alla pressione della luce, e dell'accelerazione negativa dovuta alla gravità. Alla distanza r la risultante diverrà γ/r^2 e quindi, per facili nozioni di Meccanica Razionale, avremo come equazione del moto di un atomo espulso:

$$\frac{d^2r}{dt^2} = \frac{\gamma}{r^2}. \tag{1}$$

Integrando la (1) e supponendo che l'atomo lasci la fotosfera par-

limite poco differente da 1600 km./sec., ciò che sembra in buon accordo con la rapidissima dilatazione dell'astro, rivelataci dalle misure spettroscopiche e telescopiche.

Ma possiamo domandarci: quale è la causa dell'esplosione o — in linguaggio più preciso — quale è la sorgente che fornisce l'energia necessaria al lavoro di dilatazione dell'astro, lavoro certamente [1] assai grande?

Rigorosamente parlando, la risposta è ancora avvolta nel mistero; ma vi sono varie ipotesi, che passiamo ad esporre brevemente, dividendole per semplicità in ipotesi esogene ed ipotesi endogene. Ed ecco le principali:

a) Ipotesi esogene. Tra le prime ipotesi esogene, emesse per spiegare l'apparizione di una stella nuova, va ricordata quella dell'urto dell'astro con un altro corpo celeste; urto che, trasformando l'energia cinetica in calore, produrrebbe

---

tendo dalla quiete — e cioè che si abbia $v = 0$ per $r = 1$ — avremo per la velocità radiale v:

$$v^2 = \left(\frac{dr}{dt}\right)^2 = 2\gamma\left(1 - \frac{1}{r}\right). \tag{2}$$

La (2) mostra subito che, allontanandosi l'atomo dall'astro — e cioè crescendo indefinitamente r — la v tende al limite $\sqrt{2\gamma}$.

[1] Trascurando la pressione della luce e supponendo, per semplicità, l'astro omogeneo, l'energia necessaria al lavoro di dilatazione è data dalla (265), dove R_1 ed R_0 sono i raggi dell'astro prima e dopo la dilatazione.

Supponendo per es. che l'astro sia simile al Sole e che il suo raggio si dilati cinquanta volte il valore primitivo, avremo (n. 155) nel sistema C. G. S.:

$M = 1{,}9.10^{33}$ grammi; $R_1 = 695.10^8$ cm.; $R_0 = 347.10^{10}$ cm.; $f = 6{,}66.10^{-8}$

donde risulta:

$$W = \frac{3(1{,}9.10^{33})^2.6{,}66.10^{-8}}{5}\left(\frac{1}{695.10^8} - \frac{1}{347.10^{10}}\right) = 2{,}03.10^{48} \text{ ergs} =$$
$$= 2{,}07.10^{40} \text{ chilogrammetri.}$$

In pratica, considerando la pressione della luce e tenendo conto che la dilatazione investe soltanto gli strati superficiali che sono assai rarefatti, l'energia richiesta è molto minore, ma sempre elevatissima.

la dilatazione, il rapido incremento di luminosità e la successiva apparizione di un anello nebulare.

Tale ipotesi conserva oggi un valore soltanto storico; per rigettarla, basta considerare che ogni anno appaiono varie

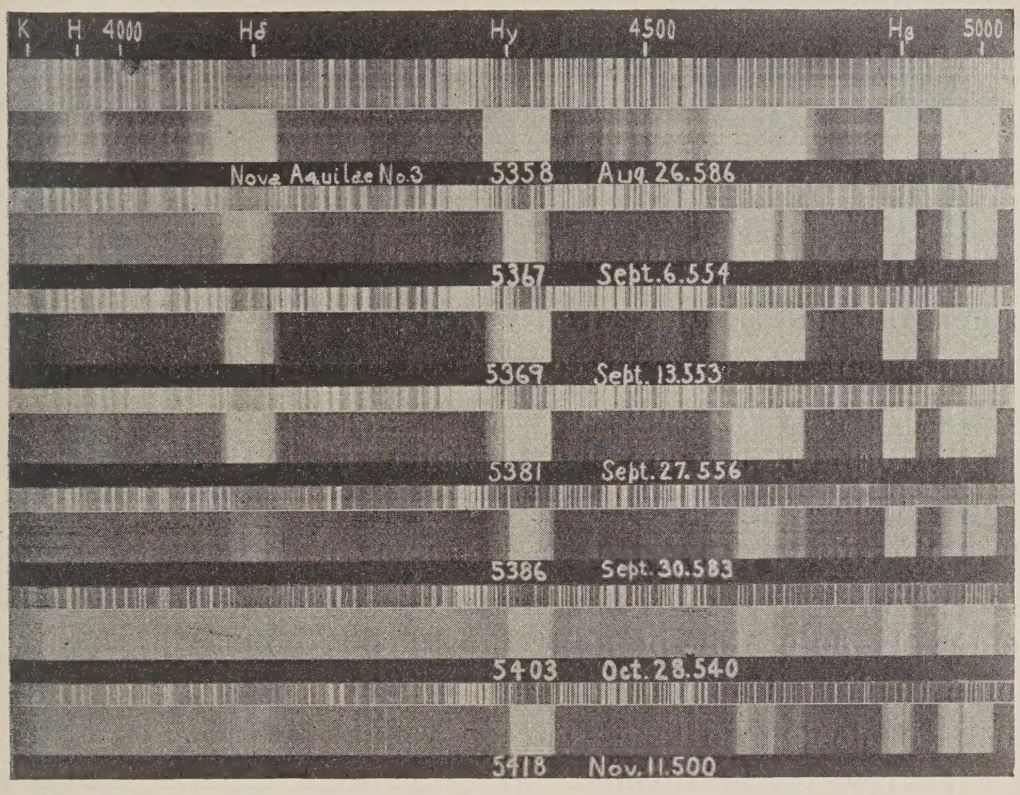


Fig. 163.
Variazioni spettrali della Nova Aquilae 1918 dal 26 agosto al 12 novembre 1918. (Osservatorio di Yerkes).

Novae, mentre — secondo le teorie statistiche di cui parleremo nel Volume III — dovrebbe avvenire una collisione tra due astri ogni due bilioni di anni appena!

Infatti il *cammino libero* [1] degli astri, e cioè il cammino

---

[1] Il concetto di *cammino libero L* fu introdotto da CLAUSIUS, nello studio della dinamica dei gas, per indicare il cammino che una molecola gassosa può percorrere, in media, tra due urti consecutivi con le altre molecole del gas. Secondo la teoria (Cfr. p. es. JEANS, *Dynamique des gaz*, Paris, Blanchard, 1925; GIANFRANCESCHI, *Fisica dei Corpuscoli*, Roma, Un. Gregoriana, 1926) si ha poi:

1) $$L = \frac{1}{\sqrt{2}\pi n d^2}$$

che un astro può percorrere, in media, tra un urto e l'altro è dell'ordine di 2.10^{15} parsecs e cioè di 6.10^{28} km. Supponendo dunque che la velocità media delle stelle sia di 40 km./sec. — valore forse superiore al vero — e cioè 12.10^{8} km./anno, noi vediamo che una determinata stella soffrirebbe un urto ogni $\frac{6.10^{28}}{12.10^{8}} = 5.10^{19}$ anni. Ammettendo per es. che nella Galassia vi siano venti bilioni di stelle (2.10^{10}), dovremmo attendere una collisione tra due astri ogni $\frac{5.10^{19}}{2.10^{10}}$ e cioè ogni due bilioni di anni come ora dicevamo. Ciò non ostante, il NOELKE [2] ed il VOGT [3] hanno recentemente tentato di togliere la difficoltà immaginando che l'urto avvenga nei modi seguenti.

Il NOELKE suppone che la stella sia contornata da una densa atmosfera, che si estenda al di là dell'orbita dei pianeti più vicini. In tal caso — come insegna la Meccanica Celeste [4] — a cagione della resistenza che l'atmosfera oppone al moto dei pianeti, questi dovrebbero avvicinarsi sempre più all'astro e finirebbero col cadervi, producendo così l'esplosione e la catastrofe.

Il VOGT crede invece che una Nova sia una stella bi-

---

dove n è il numero di molecole per unità di volume e d è il diametro delle molecole stesse.

Applichiamo ora questi concetti alle stelle e prendiamo come unità di lunghezza il parsec. Allora, come diremo nella Statistica stellare, poichè si ha al massimo *una stella ogni venti parsecs cubici*, e cioè in ogni cubo avente per lato 2,7 parsecs, abbiamo $n = 0{,}05$; d'altra parte, supponendo le stelle in media eguali al Sole, risulta: $d = 1.500.000$ km. $= 5.10^{-8}$ parsecs.

La (1) ci dà allora

$$L = 2.10^{15} \text{ parsecs.}$$

[2] Cfr. NOELKE, *Ueber die Enstehung der Neuen Sterne*, in « Astr. Nach. », Bd. CCXIII.

[3] Cfr. VOGT, *Zur Theorie der Neuen Sterne*, in « Astr. Nachr. », Bd. CCXIIII.

[4] Cfr. per es. TISSERAND, *Traité de Mécanique Céleste*, T. IV, pag. 217 e seg. (Paris, Gauthier, 1896).

naria, la quale, nel suo moto per lo spazio, venga ad attraversare una nebula cosmica: l'attrito, prodotto dalla nebula, ostacolerebbe allora il moto dei due astri componenti il

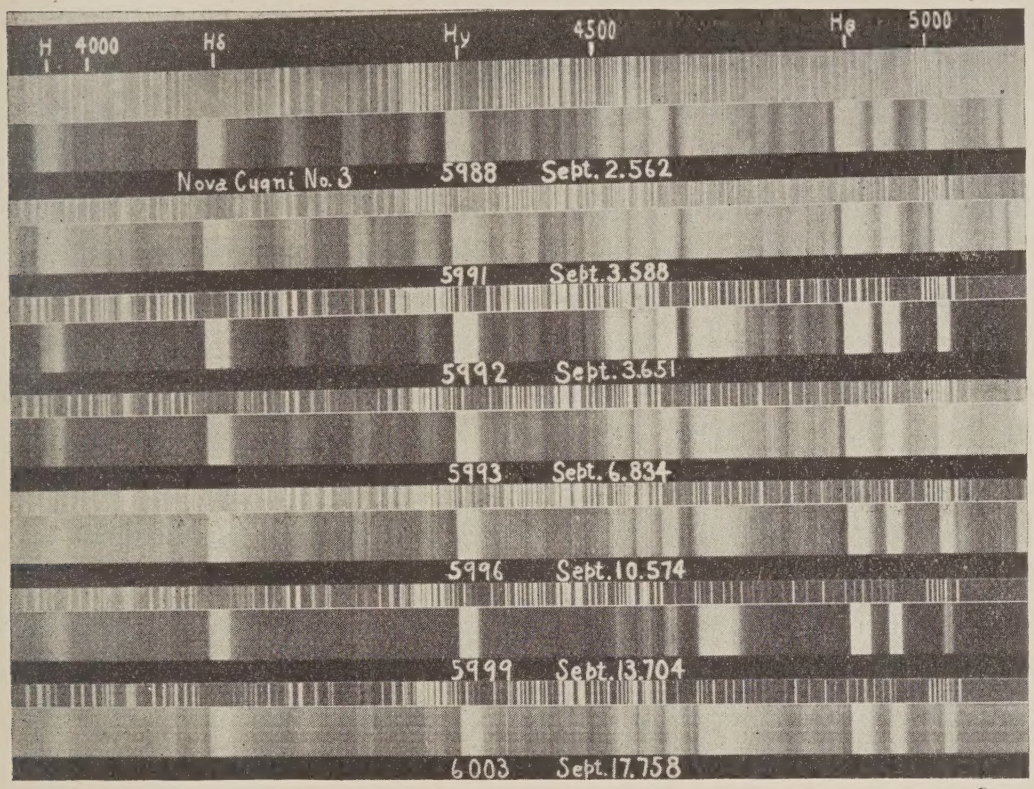


Fig. 164.
Variazioni spettrali della Nova Cygni dal 2 al 17 settembre 1920.
(Osservatorio di Yerkes).

sistema binario, restringendo le loro orbite e cagionando infine la loro collisione.

Ma anche queste ipotesi, per quanto ingegnose, debbono oggi essere riguardate con molta diffidenza, specialmente perchè le più recenti ricerche astronomiche sembrano dimostrare come la densità delle nebule sia estremamente debole. Così per es., prendendo come unità la densità dell'atmosfera terrestre al livello del mare, la densità media della nebulosa di Orione sarebbe dell'ordine di 10^{-15} e cioè milioni di volte inferiore a quella del vuoto più perfetto che possiamo fare con le nostre migliori macchine pneumatiche! Si comprende dunque che un mezzo così rarefatto non può produrre perturbazioni sensibili nel moto degli astri.

Questo fatto costringe anche a riguardare con diffidenza la vecchia e semplice ipotesi del SEELIGER [1], secondo cui l'apparizione di una stella nuova costituirebbe un fenomeno analogo a quello delle stelle filanti, sebbene in una scala immensamente più vasta. In altre parole, secondo il SEELIGER, una stella nuova sarebbe un astro che esplode attraversando una nebula cosmica, presso a poco come un meteorite che si riscalda e s'incendia quando entra nella nostra atmosfera. Si può però obbiettare che il lavoro prodotto dall'attrito in un mezzo così tenue, come una nebula, sembra incapace di fornire la grande energia richiesta per l'esplosione.

Il P. J. HAGEN [2], Direttore della Specola della Città del Vaticano, ha invece avanzato un'ipotesi che — sebbene non sia immune da difficoltà facili a comprendere — merita di essere conosciuta per la sua grande originalità, tanto più che l'autore l'adopera, in linea di massima, anche per altri tipi di stelle variabili.

Per intenderla, basta ricordare che una cometa consiste essenzialmente in uno sciame di meteoriti; sciame che, approssimandosi al Sole, diviene luminoso, non solo perchè riflette la luce ricevuta, ma anche perchè emette luce propria, forse per eccitazione dovuta al bombardamento degli elettroni lanciati dal Sole. Ora — per ripetere le precise parole del P. HAGEN — « *a Nova is a cometary nebula brought temporarily into close proximity, or contact, with a bright star* ». Vale a dire, secondo HAGEN, l'apparizione di una Nova si spiegherebbe ammettendo che uno sciame di meteoriti (a cometary nebula) sia stato attratto dall'astro e, giunto nelle sue vicinanze, abbia dato origine ad una colossale e lucentissima cometa.

Ma, a nostro giudizio, tra le ipotesi esogene, la migliore è quella sostenuta dal RUSSELL [3], secondo cui il fenomeno

---

(1) Cfr. SEELIGER, *Ueber den Neuen Stern in Sternbilder Auriga*, in « Astr. Nachr. », Bd. CXXX; id. id., Bd. CXXXIII.

(2) Cfr. HAGEN, *The definition of a Nova*, in « Astroph. Journ. », Vol. LV.

(3) Cfr. per es. RUSSELL, *Astronomy*, pag. 923 (Ginn, N. Y.).

sarebbe prodotto dall'incontro dell'astro con uno sciame di grossi bolidi; *l'urto però* — a differenza dell'ipotesi del SEELIGER — *non fornirebbe l'energia necessaria all'esplosione, ma agirebbe soltanto come causa occasionale* — « *as a detonator* », secondo l'espressione del RUSSELL — vale a dire si comporterebbe come una miccia che dà fuoco alle polveri.

Più precisamente i bolidi, cadendo sull'astro ed entrando rapidissimamente nella sua atmosfera, aumenterebbero notevolmente la temperatura dei gas stellari nelle località colpite e quindi attiverebbero (n. 157), in quelle regioni, la trasformazione della materia in energia. Il nuovo calore, così prodotto, accelererebbe ancora tale trasformazione, fino a che — aumentando ed estendendosi il processo — si giungerebbe alla rottura dell'equilibrio dell'astro ed alla sua rapida dilatazione.

Tenendo presente che la materia stellare, e quindi anche gli sciami di bolidi, sono più frequenti nella Via Lattea, l'ipotesi spiegherebbe perchè le Novae appaiano di preferenza nella regione galattica. Ma può anche obbiettarsi che un bolide — tranne che abbia grandissime dimensioni — sarebbe probabilmente volatilizzato dall'intenso calore stellare, anche prima di raggiungere la fotosfera dell'astro. In ogni modo però l'ipotesi del RUSSELL deve considerarsi come un felice perfezionamento di quella del SEELIGER ed inoltre sembra appoggiata anche dal fatto che in vari casi (per es. per la Nova Persei) *la fotografia ha mostrato l'esistenza di materia cosmica oscura* nelle vicinanze delle Novae.

b) Ipotesi endogene. L'ipotesi endogene — e cioè quelle ipotesi che cercano di spiegare l'apparizione di una stella nuova come un fenomeno prodotto dalle forze interne dell'astro — hanno acquistato molta importanza in questi ultimi tempi. Infatti il gran numero delle Novae (n. 194) fa ragionevolmente sospettare che gran parte delle stelle del cielo siano passate per questa fase, che dovrebbe quindi considerarsi come parte della loro evoluzione.

Sinteticamente, possiamo dire che in ogni teoria endogena si suppone che il lavoro necessario alla dilatazione, o all'esplosione, dell'astro sia fornito:

1) O da trasformazioni chimiche,

2) O da trasformazione della materia in energia,

3) O da modificazioni del coefficiente di trasmissione ciò che, producendo una diminuzione dell'energia irradiata, immagazzinerebbe nell'interno dell'astro una eccessiva riserva di calore, determinando in fine la rottura dell'equilibrio.

Fermiamoci un poco su queste varie ipotesi.

La prima è storicamente la più antica giacchè, fin dal 1865, ZOELLNER [1] aveva supposto che una stella nuova fosse un astro invecchiato e parzialmente coperto da una crosta semioscura che, per improvviso aumento della pressione interna, venisse rotta lasciando uscire grandi getti di gas incandescente. Più precisamente, secondo LOHSE e HUGGINS, l'incremento di pressione — causa del cataclisma — sarebbe dovuto al calore svolto dalla formazione, o dalla decomposizione, di composti chimici; secondo HARTMANN e KAYSER, al calore prodotto dalla disintegrazione di elementi radioattivi.

Allo stato attuale della scienza, possiamo però modificare queste vedute ricorrendo alla trasformazione della materia in energia. Sappiamo per es. (n. 157) che, quando un grammo d'idrogeno si trasforma in elio, si perdono otto milligrammi di materia con una produzione di 17.10^{10} piccole calorie: basterebbe dunque supporre che tale trasformazione venisse accelerata, ad un dato momento, per avere l'esplosione dell'astro, anche senza bisogno di ricorrere alla preesistenza di una sottile crosta esterna.

Un'ipotesi analoga è stata recentemente sostenuta dal GEHNE [2] in modo assai originale ed importante, come ora diremo.

Tenendo presente (n. 196) che le Novae, prima dell'esplosione, sono probabilmente stelle vecchie e dense, apparte-

---

[1] Cfr. ZOELLNER, *Photometrische Unters.*, pag. 241 (Leipzig, 1865).

[2] Cfr. H. GEHNE, *Weisse Zwerge und Neue Sterne*, in « Astr. Nachr. ». Bd. CCXXXIII, n. 5569; id. id., Bd. CCXXXV, n. 5619; id. *Weitere Bemerkungen zum Nova Problem*, id., Bd. CCXXXVIII, n. 5699.

nenti alla famiglia delle *nane bianche*, il GEHNE comincia ad osservare che, nell'interno di questi astri, gli atomi sono quasi completamente privi di elettroni, come del resto abbiamo già accennato (n. 139) in altro luogo. Ora, diminuendo sempre più il flusso di energia a causa della vecchiezza dell'astro, gli elettroni che erano stati scacciati alla periferia nell'atmosfera e nella fotosfera stellare, non sono più tenuti lontani dalla pressione della luce; si riavvicinano quindi alle regioni centrali dell'astro e si riuniscono agli atomi che ne erano privi. In conseguenza — conclude il GEHNE — questi atomi aumentano enormemente di volume e — poichè lo spazio manca, data la grande densità dell'astro — la stella esplode.

Senza fermarci nella discussione matematica, data dal GEHNE, osserviamo che la grande importanza della sua teoria consiste principalmente nel fatto che essa considera l'esplosione come un fenomeno connesso con l'evoluzione stellare; fenomeno che avrebbe, per così dire, l'effetto di *ringiovanire l'astro*, riportandolo da una forte densità ad una densità più debole e dalla classe delle vecchie « nane bianche » alla classe delle giovani stelle del tipo *O*, od anche delle nebulose planetarie del tipo *P*.

In tal modo, non solo si spiegherebbe senza sforzo perchè il numero delle stelle nuove sia tanto elevato, ma noi saremmo anche condotti ad ammettere che un astro, ringiovanendo successivamente, possa percorrere più volte il suo ciclo di evoluzione. E tale conseguenza imporrebbe la necessità di rivedere le idee correnti sopra la vita delle stelle, pur tenendo presente che in nessun caso un astro potrebbe vivere all'infinito, giacchè l'energia che esso irradia è perduta per sempre (n. 156) e quindi la sua massa diminuisce sempre di più.

Si può osservare che la teoria del GEHNE non spiega perchè le Novae preferiscano la regione galattica, giacchè non sappiamo ancora se le nane bianche — da cui esse avrebbero origine — si addensino, o no, nella Galassia. In ogni modo però, ci sembra evidente che questa teoria costituisca uno dei capitoli su cui maggiormente dovrebbe rivolgersi l'attenzione degli scienziati moderni.

Ma un' altra ipotesi sopra l' origine delle Novae è stata recentemente avanzata dal JOHNSON [1]; ipotesi che può considerarsi come intermedia tra le esogene e le endogene e che si fonda sopra la variazione del coefficiente di trasmissione.

Secondo il JOHNSON, fino a che una stella è giovane, la pressione dell' energia emessa impedisce alla materia diffusa nello spazio di condensarsi sopra la superficie dell' astro. Ma quando la stella invecchia, attenuandosi l' emissione dell' energia, la gravità ha il sopravvento anche sulle particelle molto piccole e la materia diffusa comincia a precipitare sull' astro, ostacolandone l' irraggiamento calorifico e così producendo lentamente la rottura dell'equilibrio stellare. Confrontando anzi l'eccesso di calore immagazzinato durante il periodo preparatorio col calore emesso durante l' esplosione, il JOHNSON calcola che occorrano circa due secoli per provocare il cataclisma che dà origine alla Nova.

Notiamo, di passaggio, che questa teoria spiegherebbe da un lato perchè le Novae abbiano origine da stelle invecchiate e, d' altro lato, perchè esse preferiscano la Via Lattea, dove appunto la materia diffusa si trova in maggiore abbondanza.

199. Le Novae più importanti. Crediamo utile di terminare questo capitolo accennando alle Novae più importanti, affinchè lo studioso possa prenderne particolare cognizione [2].

Notiamo anzitutto che la più antica apparizione di una

---

[1] Cfr. JOHNSON, *Absorption of nebulosity and the temperature and luminosity sequences of Novae*, in « Month. Not. », Vol. LXXXVIII (1928).

Per una rapida sintesi sopra la teoria delle Novae citiamo pure i due recentissimi articoli di GIFFORD, *The physical and chemical principles that underlie the interpretation of Novae*, in « Scientia » Volume XLIX n. 3 e 4 (1931).

[2] Per maggiori notizie cfr. la citata *Geschichte und Literatur* del MÜLLER e HARTWIG: l'*Handbuch der Astrophysik* (Bd. VI-2), come pure le memorie dei principali Osservatori Astronomici e *specialmente i Bollettini dell'Osservatorio di Harvard.*

stella nuova si trova ricordata nell'enciclopedia cinese « *T'u shu chi ch'eng* », nell'anno 2679 av. G. C.; ma l'astro — come altri analoghi ricordati nei vecchi annali cinesi — era probabilmente una cometa senza coda. E così pure, si dubita essere stata una cometa (1) la celebre *stella nuova* d'IPPARCO, apparsa nella costellazione dello Scorpione l'anno 134 av. G. C.; la quale stella, secondo PLINIO il vecchio (2), spinse IPPARCO a compiere quel famoso Catalogo Stellare (n. 119) che lo condusse alla grande scoperta della *Precessione degli Equinozi.* Incerte sono pure la *Nova* di ADRIANO (130 d. G. C.) e quella ricordata (3) da HEPIDANNO e che sarebbe apparsa nel 1012 dell'era nostra.

Storicamente la prima stella nuova, di cui si abbia certezza assoluta, è la *Nova Cassiopeiae* — chiamata spesso col nome di *Stella Ticonica* — la quale apparve il giorno 11 novembre 1572 nella costellazione di Cassiopea e fu studiata (4) da TYCHO BRAHE. L'astro raggiunse uno splendore tanto forte da superare Giove e Venere e da essere visibile, in pieno giorno, ad occhio nudo e si spense nel marzo del 1574; TYCHO ricorda che il suo colore era dapprima bianco, poi volse al rosso e quindi tornò al bianco plumbeo, simile a Saturno.

Pochi anni dopo, il 10 ottobre del 1604, abbiamo la *Nova Serpentarii,* scoperta da ALTOBELLI medico di Cosenza e studiata (5) da KEPLERO che, con la sua abituale sagacia, scrisse in proposito le celebri parole: « *stellas huius modi procreari in Via Lactea* ». Più tardi, nella seconda metà del secolo XVII, troviamo la *Nova Vulpeculae,* che fu scoperta da ANTHELME, a Digione, il 20 dicembre 1669 e fu la prima Nova studiata col telescopio.

---

(1) Cfr. FOTHERINGHAM: *The New Star of Hipparchus,* in « Month. Not. », Vol. LXXIX.

(2) Cfr. PLINIUS: *Naturalis Historia,* Liber II, Caput XXVI.

(3) Cfr. HEPIDANNVS: *Annales breves rerum in Alamannia gestarum.*

(4) Cfr. TYCHO BRAHE: *De Stella Nova.* (Hafniae, 1573).

(5) Cfr. J. KEPLER: *De Stella Nova in pede Serpentarii.* (Pragae, 1606).

Il successivo secolo XVIII si mostrò veramente povero per quanto riguarda le stelle nuove; possiamo ricordare soltanto la *Nova Sagittae*, scoperta da AGELET nel 1783.

Da allora, occorre saltare un intervallo di sessanta anni e cioè fino al 28 aprile 1848, quando [1] HIND trovò la *Nova Ophiuci*. Alcuni anni dopo, il 21 maggio 1860, AUWERS scopriva [2] la prima *Nova extragalattica* nel cluster globulare 6093 N. G. C., situato nella costellazione dello Scorpione, ed il 7 luglio 1866 BIRMINGHAM trovava [3] la *Nova Coronae Borealis*, che fu la prima stella nuova esaminata con lo spettroscopio, e rivelò le righe brillanti dell' idrogeno. Così terminava ciò che potrebbe chiamarsi il « periodo antico » degli studi astronomici sopra le Novae e veniva inaugurato il « periodo moderno ».

Come già accennammo, nel sec. XX le scoperte sono divenute più frequenti, sopra tutto per l' impiego della fotografia che ormai offre, in questo campo, un sussidio veramente impareggiabile. Ma noi, escludendo sempre le Novae dei Clusters e delle Nebulose Spirali [4], delle quali dovremo parlare nel Vol. III, ci limiteremo a ricordare soltanto tre delle più brillanti Novae Galattiche, comparse nel secolo presente. Esse sono:

a) La *Nova Persei* 1901, scoperta da ANDERSON il 21 febbraio 1901 e salita rapidamente dalla grandezza 12,8 alla

---

(1) Cfr. HIND: *New Star in Ophiucus*, in « Month. Not. », Vol. VIII, pag. 146 (1848).

(2) Cfr. *Aus einem schreiben des Prof. Luther*, in « Astr. Nachr. », Bd. LIII, n. 1267, pag. 293 (1860).

(3) Cfr. BIRMINGHAM: *The new variable near Coronae*, in « Month. Not. », Vol. XXVI, pag. 310 (1866); HUGGINS: « Proc. Royal Society », Vol. XV, pag. 146 (1866).

(4) La prima Nova Nebulare fu trovata da HARTWIG nel 1885 nella nebulosa a spirale di Andromeda e raggiunse la grandezza 7,2. Come dicemmo, con il valore oggi attribuito alla parallasse della nebula ($\pi = 0'',000003$) si avrebbe per questo astro straordinario una grandezza assoluta — 15,4 corrispondente ad una luminosità cento milioni di volte superiore a quella del Sole.

grandezza 0,1. È importante, specialmente per la nebulosità che l'attorniava e della quale abbiamo già parlato (n. 196).

b) La *Nova Aquilae* 1918, scoperta simultaneamente da molti osservatori nella sera 8 giugno 1918, quando era già vicina alla prima grandezza. Fu studiata da diversi astronomi e noi stessi l'abbiamo misurata fotometricamente per due anni, all'Osservatorio del Campidoglio; ma ci dispenseremo dal parlarne più a lungo, poichè ce ne siamo già occupati poco fa (n. 195).

c) La *Nova Pictoris* 1925, scoperta [1] da WATSON la sera del 25 maggio 1925, quando essa aveva già raggiunto la grandezza 2,4. La sera seguente l'astro era di grandezza 1,7; quindi — caso ben raro nelle Novae — lo splendore scese alla grandezza 2,4, ma tosto cominciò lentamente a risalire e, quindici giorni dopo, toccò il suo massimo, giungendo alla grandezza 1,1.

Ma non basta. Presto questa Nova si cinse di una nebulosità che, tre anni dopo, nel 1928, aveva tre minuti primi di diametro, secondo le misure eseguite col rifrattore di 26 pollici dell'Osservatorio di Johannesburg (Sud Africa). Inoltre — caso ancora più interessante — nel marzo 1928 lo stesso Osservatorio di Johannesburg annunziava che l'astro era divenuto *duplice* e che le due componenti distavano tra loro circa 0″,5; fenomeno che fu controllato anche da SPENCER JONES, all'Osservatorio del Capo di Buona Speranza, sebbene esso trovasse una distanza un poco minore tra le due componenti. Infine, da duplice, l'astro divenne *quadruplice* ed apparve come una piccola nebula ellittica, nel cui interno brillavano quattro nuclei separati, come deboli stelline.

Sarà inutile aggiungere che questi fenomeni interessan-

---

[1] Per maggiori dettagli su questa Nova interessantissima, cfr. FINSEN: *Note on the duplicity of Nova Pictoris*, in « Month. Not. », Vol. LXXXVIII; COOKE: *Nova Pictoris* id. Vol. LXXXV; CROMMELIN: *Nova Pictoris*, in « Observatory », Vol. LI, pag. 155; cfr. anche « Harvard Bull. », nn. 820-22-24-26-31-35-36-37-39-52-56-59; « The Nature », Vol. CXXI (1928-1) pagg. 433-545-642-685-806-862-962.

tissimi, mentre richiedono ancora di essere spiegati nei loro dettagli, confermano però che le Novae sono essenzialmente prodotte da una brusca rottura dell'equilibrio stellare.

Completiamo queste notizie riportando, nella seguente tabella, le Novae che si resero visibili ad occhio nudo e la grandezza apparente M raggiunta al massimo splendore.

TABELLA

ANNO	NOVA	M	ANNO	NOVA	M
1572	N. Cassiopeiae . .	-4	1901	N. Persei	-0,1
1600	N. Cygni	3	1903	N. Geminorum . .	5,1
1604	N. Ophiuci . . .	-2	1910	N. Lacertae . . .	5,0
1670	N. Vulpeculae . .	3	»	N. Arae	6,0
1783	N. Sagittae . . .	6	1912	N. Geminorum . .	3,7
1866	N. Coronae . . .	2	1918	N. Monocerotis . .	5,5
1876	N. Cygni	3	»	N. Aquilae . . .	-1,1
1891	N. Aurigae . . .	4,5	1920	N. Cygni	1,8
1898	N. Sagittarii . .	4,5	1925	N. Pictoris . . .	1,2

CAPITOLO QUARTO

Le variabili irregolari.

200. Generalità. Cominciamo ad osservare che la qualifica di « irregolari » data a queste variabili, è una qualifica che tradisce semplicemente la nostra attuale ignoranza. In realtà noi crediamo probabile che le variazioni di queste stelle possano decomporsi in più variazioni parziali, presso a poco periodiche, ma di periodo molto differente e spesso assai lungo; variazioni che potranno essere messe in luce solo con lunghe osservazioni. I nostri posteri riusciranno certamente a conoscerle e sapranno allora calcolare preventivamente lo splendore e le effemeridi di molte variabili irregolari le quali diverranno, per loro, astri regolarissimi. Così, per portare un esempio, i movimenti planetari che sembrarono irregolari agli astronomi dell'antichità e del medioevo, sono divenuti regolarissimi per noi che, servendoci della Meccanica Celeste, sappiamo predirli con somma precisione.

Ciò detto, notiamo che la grande maggioranza delle variabili irregolari può venire oggi suddivisa [1] in tre tipi e cioè:

a) Le « *Novis similes* » o stelle simili alle Novae, che potremmo chiamare anche « *Novoidi* » (« Nova-ähnliche » del LUDENDORFF);

---

[1] Cfr. LUDENDORFF: *Probleme der Astronomie*, in « Seeliger Festschrift » (Berlin, Springer, 1924) e *Handbuch der Astrophysik*, Bd. VI-2.

Notiamo che alcuni astronomi, p. es. il GRAFF (cfr. *Grundriss der Astrophysik*, pag. 614) pongono tra le variabili irregolari anche quelle del tipo di μ Cephei.

b) Le variabili del tipo di U *Geminorum*;

c) Le variabili del tipo di R *Coronae Borealis*.

Passiamo ora ad occuparci di questi diversi tipi.

201. Le « Novis Similes ». Le « Novis Similes », o Novoidi, costituiscono, per così dire, il ponte di passaggio tra le

Fig. 165.
Curva di luce di *T* Pyxidis.
(In alto sono indicate le date giuliane).

Novae e le altre stelle variabili e da ciò la loro precipua importanza.

Grossolanamente le Novoidi si possono definire come stelle che divengono nuove più volte, a lunghi intervalli di tempo (p. es. T *Pyxidis*); oppure come stelle nelle quali l'esplosione, che dà origine alla Nova, è meno violenta e si protrae per anni (p. es. μ *Argus*). In generale però, l'aumento di splendore non supera *sei od otto grandezze stellari* ed è quindi centinaia di volte inferiore a quello delle Novae propriamente dette, per cui il salto giunge in media (n. 196) a dodici grandezze.

Come le Novae, anche le Novoidi mostrano una *netta concentrazione galattica* e, spesso anche (p. es. μ Argus), sono contornate da nebulosità; inoltre, durante la fase esplosiva, *il loro spettro presenta grande somiglianza con quello delle Novae*, sia per la comparsa di larghe righe lucide, sia perchè le righe di assorbimento subiscono un forte spostamento di Doppler. Tutti questi fatti lasciano presumere ragionevolmente che le Novoidi siano variabili dinamiche e che le cause, che producono la variazione di luce, siano

analoghe a quelle che danno origine alle Novae e che noi abbiamo già esaminato.

Quanto agli esempi più importanti, notiamo:

a) T *Pyxidis* ($\alpha = 9^h\ 0^m,5$; $\delta = -31^o\ 59'$). Scoperta da Miss LEAVITT, questa stella costituisce [1] *il prototipo delle Novoidi* ed è generalmente debolissima oscillando tra la 13ma e la 14ma grandezza. Ma, a lunghi ed irregolari intervalli, p. es. nel 1890, nel 1902 e nel 1920, il suo splendore aumenta rapidamente fino alla settima grandezza e vi si mantiene per breve tempo. Lo spettro mostra allora le righe lucide dell'idrogeno assai allargate, come bande, e presenta grande analogia [2] con quello della Nova Aquilae 1918.

b) P *Cygni* ($\alpha = 20^h 14^m,1$; $\delta = 37^o\ 43'$). È così simile alle stelle nuove che spesso viene chiamata *Nova Cygni* 1600 o (n. 23) *Nova Cygni* 1. Fu scoperta da W. BLAEU il 18 agosto 1600 e venne ampiamente esaminata da KEPLERO [3]. Alcuni la credettero una cometa [4], ma presto la mancanza di movimento proprio dimostrò trattarsi di una stella.

L'astro rimase per alcuni anni di terza grandezza, poi s'indebolì e nel 1626 divenne invisi-

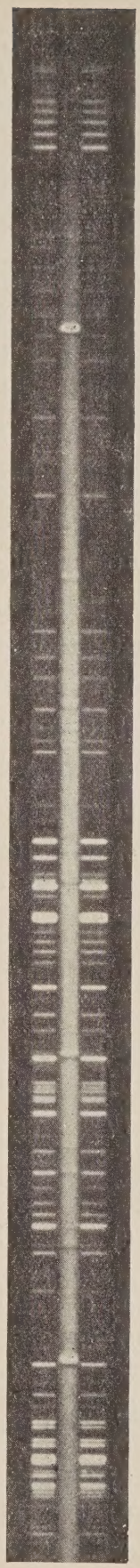


Fig. 166. — Spettro di *P* Cygni con larghe bande lucide.

---

(1) Cfr. « Astr. Nachr. », Bd. CLXXXXVII, n. 4728, « Harvard. Bull. », n. 716, « Harvard Circ. », n. 179 e « Pop. Astronomy », Volume XXVIII. Ricordiamo che, come in tutto il trattato, le coordinate sono sempre riferite all'equinozio 1900,0.

(2) Cfr. « Popular Astr. », Vol. XXVII (1920) e « Bull. Harvard Coll. Obs. », n. 716 (1920).

(3) Cfr. KEPLERI: *De stella tertii honoris* (di terza grandezza) *in Cygno, quae usque ad annum 1600 fuit incognita, necdum extinguitur.* (Pragae, 1606).

(4) Cfr. LUBIENETZKI: *Theatrum Cometicum,* (Amstelodami, 1668); C. PISO: *Physicum Cometae Speculum,* (Ponte ad Mont., 1619).

bile ad occhio nudo. Dal 1655 al 1659 riprese nuovamente la terza grandezza, per indebolirsi ancora e tornare nuovamente invisibile ad occhio nudo nel 1662. Infine, nel 1715, risalì alla quinta grandezza che, presso a poco, conserva anche attualmente [1].

Il suo spettro (*Blp*) mostra le righe brillanti dell'idrogeno e dell'elio, spesso un po' allargate.

c) η *Argus*, detta anche η *Carinae* ($\alpha = 10^h\ 41^m,2$; $\delta = -59^o\ 10'$). Al principio del secolo XIX, questa stella appariva di quarta grandezza; ma crescendo lentamente di splendore, sebbene con qualche oscillazione, giunse verso il 1830 alla prima grandezza e toccò verso il 1843 la grandezza — 0,5. Da allora, cominciò a declinare ed ora si mantiene tra l'ottava e la nona grandezza.

Anche il suo spettro [2] ha subìto, in questi ultimi anni varie modificazioni, non ancora interamente spiegate, ma che ricordano quelle delle Novae nel primo periodo dell'esplosione.

Altre variabili, appartenenti alla famiglia delle Novoidi, sono RS *Ophiuci* [3], ($\alpha = 17^h\ 44^m,8$; $\delta = -6^o\ 41'$), Z *Andromedae* ($\alpha = 23^h\ 28^m,9$; $\delta = 48^o\ 16'$) e forse [4] la S *Doradus* ($\alpha = 5^h\ 18^m,9$; $\delta = -69^o\ 21'$) — la stella intrinsecamente più luminosa (n. 135) che si conosca — ma, per brevità, ci contenteremo di nominarle.

202. Le variabili del tipo di U Geminorum. Queste variabili, certamente dinamiche, sono spesso assai deboli (12ma — 17ma grandezza) e *sono caratterizzate dal fatto di trovarsi,*

---

[1] Nella *Revised Photometry*, in « Harv. Ann. », Vol. L, è segnata di grandezza 4,88.

[2] Cfr. Baxandall: *Note on apparent changes in the spectrum of* η *Carinae*, in « Month. Not. », Vol. LXXXIX; Lunt: *On the spectrum of* η *Argus*, id. id.; Moore: *The spectrum of* η *Carinae*, in « Lick Obs. Bull. », n. 252; Sanford: *Note on* η *Carinae*, id. n. 267. Cfr. anche « Pop. Astr. », Vol. XXVIII.

[3] Cfr. « Ann. of. Harvard Coll. », Vol. LXXVI.

[4] Cfr. H. Shapley: *S Doradus a supergiant variable star*, in « Lick Obs. Bull. » n. 814.

normalmente, nello stato di minimo splendore; ma, ad intervalli irregolari, aumentano in poche ore di luminosità per tornare poi, più lentamente, allo stato primitivo.

Ne segue che la curva di luce di queste variabili è assai simile a quella delle Novoidi ed, in particolare, a quella di T *Pyxidis*. Deve notarsi però:

1) Che l'ampiezza di oscillazione è minore, poichè non supera generalmente tre o quattro grandezze;

2) Che l'intervallo tra due massimi successivi è più breve e cioè, ordinariamente, di uno o due mesi. Casi eccezionali sono X *Leonis* ($\alpha = 9^h\ 45^m,7$; $\delta = 12^o\ 21'$) in cui l'intervallo si aggira sui sedici giorni e la UV *Persei* ($\alpha = 2^h\ 3^m,3$; $\delta = 56^o\ 43'$) in cui esso arriva a 250 giorni ed anzi — tra il 1923 ed il 1926 — toccò anche i tre anni.

Quanto alle particolarità spettrali esse sono ancora poco note, ma sembra che, in linea di massima, ricordino quelle delle stelle nuove; p. es.

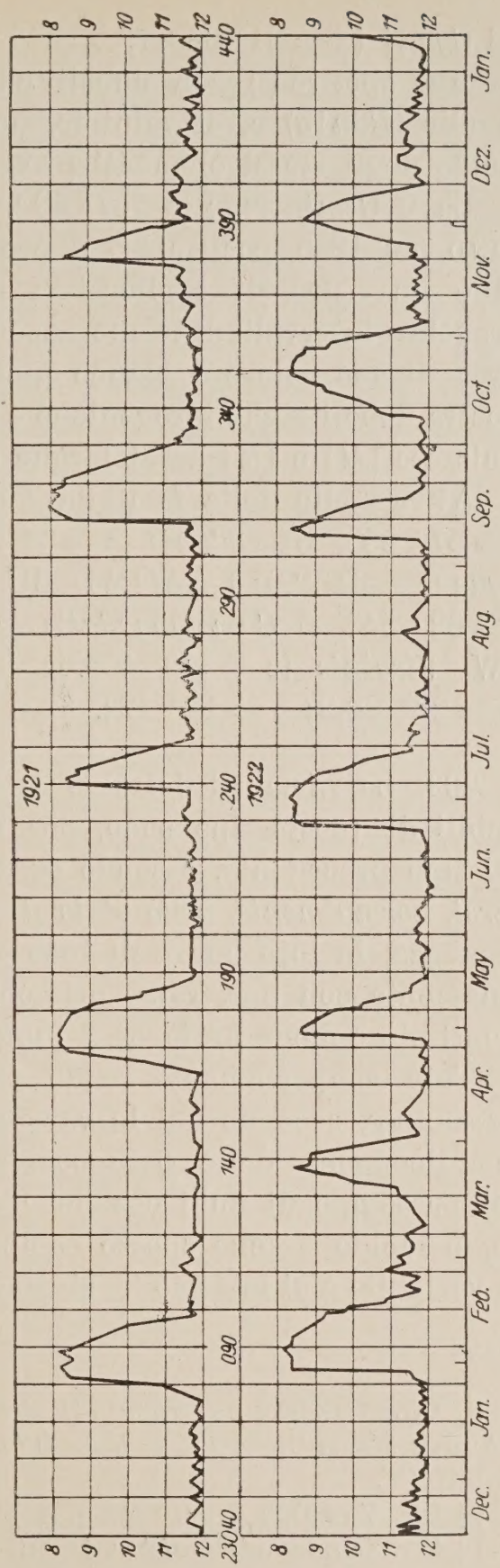


Fig. 167. — Curva di luce di SS Cygni (Campbell).

SS *Cygni* ($\alpha = 21^h\ 38^m,8$; $\delta = 43^o\ 8'$) al massimo splendore ha uno spettro [1] con deboli bande oscure di idrogeno e di elio (*B8n!q*) e, al minimo, uno spettro con forti bande lucide degli stessi elementi (*Opq*).

La U *Geminorum* ($\alpha = 7^h\ 49^m,2$; $\delta = 22^o\ 16'$), scoperta da HIND nel 1855, costituisce il prototipo di questa famiglia [2] ed è un astro di tredicesima grandezza, che, a lunghi e irregolari intervalli di tempo, ascende fino alla nona grandezza circa. Il suo colore è bianco giallastro e il suo spettro (*F*) mostra deboli righe idrogeniche e presenta le righe del calcio ionizzato [*H*] e [*K*] assai larghe e sfumate.

Altre stelle della famiglia sono: TZ *Persei* ($\alpha = 2^h\ 3^m,8$; $\delta = 57^o\ 55'$), BI *Orionis* ($\alpha = 5^h\ 18^m,7$; $\delta = 0^o\ 55'$), SS *Aurigae* ($\alpha = 6^h\ 5^m,8$; $\delta = 47^o\ 46'$), SU *Ursae Maioris* ($\alpha = 8^h\ 3^m,4$; $\delta = 62^o\ 54'$), Z *Camelopardalis* ($\alpha = 8^h\ 14^m,0$; $\delta = 73^o\ 26'$), TW *Virginis* ($\alpha = 11^h\ 40^m.3$; $\delta = -\ 3^o\ 52'$), RU *Pegasi* ($\alpha = 22^h\ 9^m,2$; $\delta = 12^o\ 12'$).

203. Le variabili del tipo di R Coronae Borealis. Le variabili di questo tipo sono, per così dire, opposte a quelle del tipo precedente, essendo *caratterizzate dal fatto di trovarsi, normalmente, nello stato di massimo splendore.* In conseguenza, la loro curva di luce può rappresentarsi grossolanamente con una retta orizzontale, interrotta da avvallamenti più o meno profondi, a lunghi e irregolari intervalli [3].

Tale comportamento rende plausibile l'ipotesi del LUDENDORFF, secondo cui le variabili di questo tipo sarebbero semplicemente delle *pseudovariabili*, eclissate ad intervalli dal passaggio di nubi cosmiche. Ed anzi è probabile che le righe lucide — che spesso compaiono nello spettro quando la variabile è al minimo — siano dovute alla nebula eccitata

---

(1) Cfr. WILLIAMINA FLEMING: *Stars having peculiar spectra*, in « Annals Harv. Coll. Obs. », Vol. LVI, pag. 211; JOY: « Pop. Astr. », Vol. XXX.

(2) Cfr. VAN DER BILT: « Rech. Astr. de l'Obs. de Utrecht », Vol. III.

(3) Cfr. LUDENDORFF: *Ueber die mit* R *Coronae Borealis verwandten ver. Sterne*, in « Astr. Nachr. », Bd. CCIX, n. 5010.

dagli elettroni lanciati dall'astro: spiegazione che si accorda con un altro fenomeno, frequentemente osservato, e cioè che lo spostamento delle righe lucide indica una velocità radiale diversa.

Si può obbiettare però che è difficile di comprendere come tenui nubi cosmiche possano produrre una diminuzione di luce tanto forte da giungere, alcune volte, a sei od otto grandezze stellari. In ogni modo, sarebbe utile di compiere accurate osservazioni fotometriche con *filtri di luce*, per esaminare se la diminuzione di splendore sia maggiore nell'azzurro e nel violetto, come dovrebbe verificarsi (n. 73) se si trattasse di eclissi prodotte dal passaggio di nuvole cosmiche.

In particolare, la R *Coronae Borealis* ($\alpha = 15^h\ 44^m,5$; $\delta = 28^o\ 28'$), che costituisce il prototipo della famiglia, si mostra normalmente di sesta grandezza, tranne piccole oscillazioni. Ma, ad intervalli di alcuni anni, presenta dei minimi larghi, irregolari e profondi, durante i quali lo splendore si abbassa di parecchie grandezze stellari [1]; così p. es. nel 1859 in 20^d l'astro discese a $10^m,5$; nel 1861 in 30^d a $13^m,5$; nel 1883 in 32^d ad $11^m,0$; nel 1895 in 26^d a $9^m,5$ ecc. Il tipo spettrale è *GOp*.

Altre stelle della famiglia sono date dalla seguente tabella, dove però le grandezze riportate come limiti dell'ampiezza di oscillazione *A*, sono incerte e provvisorie:

TABELLA

STELLA	α	δ	*A*	SPETTRO
X Persei	$3^h\ 49^m,1$	$30^o\ 45'$	6,3 — 7,0	*BOpe*
T Tauri	4 16 ,2	19 18	9,8 — 13,6	*Gpe*
AB Aurigae . . .	4 49 ,4	30 24	7,2 — 8,4	*AO*
T Orionis..	5 30 ,9	— 5 32	9,3 — 11,5	?
SU Tauri	5 43 ,2	19 2	9,5 — 14	*G*
R Monocerotis . .	6 33 ,7	8 50	11 — 13	Simile ad una Nova in primo stadio.

[1] Per maggiori notizie cfr. l'importante memoria del LUDENDORFF: *Der veränderliche sterne R Coronae Borealis*, in « Pub. Astroph. Obs. zu Potsdam ». Bd. XIX-57.

Stella	α	δ	A	Spettro
Z Canis Maioris .	6h 59m,0	— 11° 24′	11 — 14	*Pec*
RX Puppis	8 10 ,7	— 41 24	11,4 — 14,1	Sim. ad una Nova nell' ultimo stadio.
WY Argus	9 18 ,7	— 52 8	9,2 — 10,1	*Mae*
UW Centauri . .	12 37 ,6	— 53 59	10 — 16	*K*
S Apodis	14 59 ,4	— 71 40	10,0 — 14	*R*
U Lupi	15 54 ,5	— 29 38	9,2 — 11	?
TX Ophiuci . . .	16 59 ,1	5 7	10,1 — 11,3	?
RT Serpentis. . .	17 34 ,3	— 11 53	10,3 — 13,9	*cA8pe*
XX Ophiuci . . .	17 38 ,6	— 6 14	9,5 — 11	*Pec*
R Coron. Austr. .	18 55 ,2	— 37 6	11,5 — 13,5	*Gpe*
RY Sagittari . . .	19 10 ,1	— 33 42	7,0 — 13,0	*GOp*
SY Cephei	22 10 ,3	62 2	11,3 — 12,2	?
UV Cassiopeiae .	22 58 ,1	59 4	12,3 — 15	?

CAPITOLO QUINTO

Le variabili a lungo periodo o variabili semiregolari

§ 1. - IL TIPO DI μ CEPHEI.

204. Generalità. Abbiamo già definito (n. 177) le variabili semiregolari [1]. Aggiungiamo ora che esse presentano i seguenti caratteri comuni:

1) *Lungo periodo*, compreso generalmente tra 250^d e 400^d, sebbene non manchino periodi più brevi, fino a 40^d o 50^d e periodi più lunghi fino a due anni o più;

2) *Colore rossastro*, onde il nome di *variabili rosse* — « roten Veränderlichen » del GRAFF [2] — con cui gli astronomi indicano spesso queste stelle;

---

[1] La letteratura delle variabili semiregolari è copiosissima. Citiamo, tra le memorie più recenti: LUDENDORFF: *Untersuchungen ueber veränderliche Sterne*, in « Astr. Nach. ». Bd. CCXIV, CCXVII, CCXIX, CCXX, CCXXII, CCXXVIII; GERASIMOVIC: *Investigations of semiregular variables*, in « Harvard Col. Obs. Circ. », nn. 321, 323, 333, 338, 340, 341, 342; TURNER: *On the classification of long period variable stars*, in « Month. Not. », Vol. LXVII, LXVIII, LXXVIII, LXXIX; MERRILL: *The absolute magnitude of long period variable stars*, id. LVIII; id. *Observ. of nebular lines* ($N_1 = 4363{,}2$; $N_2 = 4658{,}2$) *in the spectrum of the long period variable star* R *Aquari*, id. LIII; FROST: *Spectro- graphic observation of Mira Ceti*, R *Leonis*, T *Cephei and* R *Serpentis*, id. id.; HAGEN: *On the geometrical classification of long period variables*, id. LIII; R. WILSON, *On the motions, parallaxes, and luminosities of the long period variable stars*, in « Astronomical Journal », n. 832, Vol XXXV.

Estese liste e tabelle di variabili semiregolari sono riportate nei cataloghi, più volte citati, e in « Handbuch der Astrophysik », Bd. VI-2.

[2] Cfr. GRAFF: *Grundriss der Astrophysik*, pag. 614. (Leipzig, Teubner, 1928). Cfr. anche B. GERASIMOVIC, *On the color of long period variables*, « Bull. Harv. Coll. » n. 872 (1930).

3) *Tipo spettrale avanzato.* Generalmente lo spettro appartiene al sottotipo *Md*, con forti bande di titanio e forti righe di arco, indici di *bassa temperatura*; inoltre, quando la stella è al massimo splendore, appaiono anche le righe lucide dell'idrogeno. Sappiamo anzi che questi caratteri si presentano con tale costanza che, quando si scopre una stella del sottotipo *Md*, si può praticamente affermare (n. 129) che si tratta di una variabile a lungo periodo. Meno comunemente lo spettro appartiene ai tipi *N*,*R* o *S* ed ancora più raramente [1] al tipo *K*.

In generale si tratta di *stelle giganti* nei primi stadi di evoluzione, le quali debbono considerarsi come *variabili dinamiche*; solo in casi speciali — e cioè quando si tratti di stelle nane, vale a dire di stelle di debole splendore assoluto, con periodo molto lungo e moderata ampiezza di oscillazione — può avanzarsi l'ipotesi di *variabilità maculare.*

Premesse queste nozioni, analogamente a quanto abbiamo fatto per le variabili irregolari, divideremo le semiregolari in tre tipi e cioè:

1) Il tipo di μ *Cephei*, che possiamo considerare — almeno dal lato descrittivo — come l'anello di congiunzione tra le variabili irregolari e le semiregolari;

2) Il tipo di o *Ceti*, che è il più diffuso e importante;

3) Il tipo intermedio che — sempre dal lato descrittivo — costituisce il ponte di passaggio tra le variabili a lungo periodo e quelle a breve periodo, onde il nome con cui viene oggi indicato e che è dovuto al GERASIMOVIC.

Premesse queste nozioni, entriamo in argomento.

205. Le variabili del tipo di μ Cephei. Le stelle di questa famiglia possono definirsi come *variabili rosse, con variazioni semiregolari* — e spesso quasi irregolari — *e periodo molto lungo*: 400^d - 600^d e più. L'ampiezza di oscillazione è generalmente modesta, aggirandosi in media su una o due

---

[1] La variabile a lungo periodo avente tipo spettrale meno avanzato è la SX Herculis, il cui spettro è K2: cfr. « Harv. Bull. ». 869.

grandezze stellari; lo spettro appartiene ai tipi avanzati, e più spesso al tipo *M*.

Questi caratteri rendono difficile una classificazione esatta di queste variabili e spiegano perchè alcuni astronomi le considerino come appartenenti alle variabili irregolari, mentre altri astronomi le pongano nella classe delle variabili semiregolari ([1]). Secondo il nostro pensiero, tale questione è inutile ed oziosa; quello che importa di ritenere è il fatto che la famiglia di μ *Cephei* è intermedia tra le variabili irregolari e semiregolari e partecipa quindi delle proprietà di ambedue.

Il capostipite della famiglia, μ *Cephei*, ($\alpha = 21^h\ 40^m,5$; $\delta = 58^o\ 19'$) è una stella di quarta grandezza, di color rosso granato — grado 8 della scala di OSTHOFF (n. 68) — e di tipo spettrale *Ma*. In un periodo di 460 giorni, o più, essa presenta variazioni di luminosità di ampiezza 0,5 — 1,0, complicate da altre oscillazioni di ampiezza $0^m,1$ e di periodo eguale a 90^d circa. La velocità radiale dell'astro, sembra pure variabile.

Altri membri importanti di questa famiglia, sono:

1) α *Orionis (Betelgeuse)*. Questa stella gigante, che appartiene come μ *Cephei* al tipo spettrale *Ma*, può considerarsi come una variabile rossa a lungo periodo e debole oscillazione; secondo STEBBINS ([2]) e PRAGER ([3]) si ha anzi $P = 250^d$ circa ed $A = 0^m,2$ circa, sebbene tali cifre siano ancora incerte. Sembra inoltre, dalle misure interferometriche del PEASE ([4]), che anche il diametro di Betelgeuse sia soggetto ad oscillazioni, onde l'astro dovrebbe conside-

---

([1]) Così p. es. il GRAFF: (Cfr. *Grundriss der Astrophysik*, pag. 614) pone la famiglia di μ *Cephei* tra le *variabili rosse irregolari*; il GUTHNICK: (Cfr. *Die Kultur der Gegenwart, Astronomie*, pag. 435) tra le variabili del tipo di U *Geminorum* e quelle del tipo di *Mira Ceti* ecc. Cfr. anche P. MERRILL, *Spectroscopic classification of long period variables*, in « Pop. Astr. », vol. XXXVII (1929).

([2]) Cfr. « Popular Astronomy », Vol. XXI.

([3]) Cfr. « Veroff. Sternw. Berlin Babelsberg », Bd. II, Heft. 3.

([4]) Cfr. PEASE: « Pub. Astr. Soc. Pacific », Vol. XXXIV; id. *Measurement of diameter of α Orionis*, in « Astroph. Journ. », Vol. LIII.

rarsi come una stella pulsante. Sarebbe importantissimo di mettere fuori dubbio questo fenomeno ed anche di studiare le relazioni intercedenti tra le variazioni di luminosità, le variazioni del diametro e quelle della velocità radiale dell'astro; ma ciò sarà compito degli astronomi futuri!

2) α *Herculis* ($\alpha = 17^d\ 10^m,1$; $\delta = 14^o\ 30'$). Appartiene al tipo spettrale *Mb* e, come la precedente, ha colore rossastro

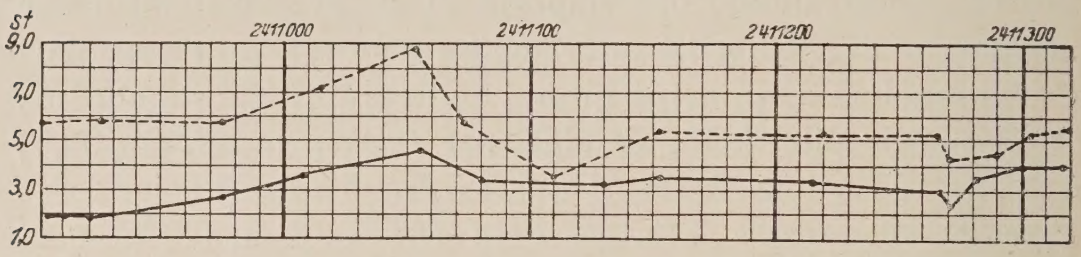


Fig. 168.
Curve di luce di α Cassiopeiae (sopra) e di μ Cephei (sotto).
(Plassmann).

e mostra una lieve variazione a lungo periodo essendo — secondo STEBBINS — $P = 120^d$ circa ed $A = 0^m,3$ circa.

L'astro inoltre ha un satellite distante circa 5″ il quale, a sua volta, si rivela come una doppia spettroscopica (1) con periodo di rivoluzione uguale a $51^d,6$.

3) SU *Monocerotis* ($\alpha = 7^h\ 37^m,5$; $\delta = -10^o\ 39'$). Dal confronto di lastre fotografiche, ottenute da Miss CANNON dal 1900 al 1919, l'astro mostra una variazione di ampiezza $A = 0,^m7$ e periodo ancora sconosciuto. Anche il tipo spettrale non è oggi precisato: sembra *Mc* od *N*.

4) α *Cassiopeiae* ($\alpha = 0^h\ 34^m,8$; $\delta = 55^o\ 59'$). Questa stella, a differenza delle precedenti, ha il tipo spettrale *KO* e presenta variazioni di luce con ampiezza $A = 0^m,5$ circa e periodo ancora poco conosciuto. In proposito BLOCH (2) lo stima di circa un anno, PLATE (3) lo crede compreso tra 22^d

(1) Cfr. R. SANFORD: *Companion to* α *Herculis*, in « Astroph. Journ. », Vol. LIII, pag. 212.

(2) Cfr. « Bull. Observ. de Lyon », Vol. V, pag. 74 (1923).

(3) Cfr. *Handbuch der Astrophysik*, Bd. VI-2, pag. 171.

e 30^d, mentre OSTHOFF ([4]) sospetta che l'astro non sia variabile.

5) ρ *Cassiopeiae* ($\alpha = 23^h\ 49^m,4$; $\delta = 56^o\ 57'$). Scoperta da LUISA WELLS, questa variabile supergigante ha colore rossastro, non ostante che il suo tipo spettrale sia poco avanzato (*cF*8). L'ampiezza è di circa $0^m,7$ ed il periodo, probabilmente assai lungo, è stimato da OKOUNEV ([5]) di circa 1100^d.

§ 2. - IL TIPO DI MIRA CETI.

206. Introduzione. Richiami sopra le velocità radiali. Inizieremo lo studio di questo importantissimo tipo di variabili con un'osservazione sopra le velocità radiali delle stelle: osservazione che ci sarà utile anche per l'esame delle Cefeidi.

A tale scopo supponiamo che la velocità radiale di un astro — determinata con lo spettroscopio — risulti composta di un termine costante aggiunto ad un termine variabile periodicamente. Potremo allora interpretare il fenomeno in duplice modo e cioè:

1) L'astro costituisce la componente luminosa di un sistema binario spettroscopico e descrive quindi un'ellisse avente per fuoco il baricentro del sistema. Ne segue che la sua velocità radiale risulterà composta di quella costante del baricentro, aggiunta a quella, periodicamente variabile, dovuta al moto ellittico.

2) L'astro è isolato ed ha quindi una velocità radiale costante, ma esso è soggetto a pulsazioni che lo dilatano e lo contraggono periodicamente. La velocità radiale della atmosfera stellare — che è appunto quella che noi misuriamo con lo spettroscopio — risulterà allora composta di

---

([4]) Cfr. OSTHOFF: *Helligkeitsschatzungen roter Sterne*, in « Astr. Nachr. », Bd. CCXIX, n. 5240.

([5]) Cfr. OKOUNEV: *Mitteilungen über Veränderliche*, in « Astr. Nachr. », Bd. CCXXI, n. 5294.

una parte costante e di una seconda parte variabile periodicamente.

Premesse queste nozioni, immaginiamo di trascurare il termine costante e di considerare l'*oscillazione totale* L che l'astro compie lungo il raggio vettore, in virtù del solo termine periodico che entra nella sua velocità radiale. Allora:

1) Se interpretiamo l'astro come appartenente ad un sistema binario, l'oscillazione totale L sarà eguale alla proiezione dell'ellisse orbitale sul raggio vettore. Si ha cioè [1]:

$$L = 2\,a_1 \sin i \sqrt{1 - e^2 \cos^2\omega} \tag{372}$$

dove a_1 indica il semiasse maggiore dell'orbita riferita al *baricentro*, e l'eccentricità, i l'inclinazione e cioè l'angolo che il piano orbitale forma col piano tangente alla sfera celeste ed ω la distanza del periastro dal nodo [2].

2) Se invece supponiamo che l'astro sia soggetto a pulsazioni, allora L indica l'ampiezza totale della pulsazione stessa e cioè la differenza tra il raggio stellare nel momento della massima dilatazione ed il raggio stellare nel momento della massima contrazione. [3]

Vedremo tra breve come praticamente possano distinguersi i due casi e come molte stelle variabili — in particolare le Cefeidi — dapprima credute doppie spettroscopiche, siano invece da ritenersi stelle pulsanti.

207. Generalità sopra le variabili della famiglia di Mira Ceti. Le variabili della famiglia di Mira Ceti — le più importanti e le più diffuse tra le variabili semiregolari —

---

(1) Per la dimostrazione cfr. la parte quinta di questo trattato.

(2) Per non ripeterci, rimandiamo il lettore alla parte quinta per la definizione precisa del *periastro*, del *nodo* ecc. Notiamo soltanto che, dalle misure spettroscopiche, L risulta valutato in km.

(3) Eddington ha osservato che le misure spettroscopiche si riferiscono alla luce totale emessa da tutto l'emisfero visibile dell'astro esaminato, e ha mostrato quindi col calcolo che il vero valore della pulsazione è circa $\frac{3L}{2}$. (Cfr. *The Internal Constitution of the Stars*, pag. 185).

sono *stelle giganti, di colore rossastro, di tipo spettrale avanzato* (generalmente M e più raramente N, R, S) *e di temperatura assai bassa* (1500-2000 centigradi) e debbono quindi essere considerate come *stelle giovanissime*, poste nei primi gradi dell' evoluzione stellare. Nella maggior parte dei casi il *periodo* P è compreso tra 250 e 400 giorni, ma qualche volta esso può sorpassare questi limiti in un senso e nell' altro; così p. es. per la S Cassiopeiae si ha $P = 610^d$, mentre per la T Centauri si ha $P = 91^d$. Quanto all' *ampiezza visuale di variabilità* A, essa *è assai forte* aggirandosi in media sulle quattro grandezze. *Meno forte* invece (n. 177) *è l' ampiezza bolometrica* A_b, la quale si mantiene di circa una o due grandezze stellari e cioè *presso a poco eguale all' ampiezza bolometrica delle Cefeidi*; fenomeno assai importante per stabilire un collegamento tra i due tipi di variabili.

Ma forse la particolarità più notevole, dimostrata dalle osservazioni bolometriche moderne, consiste nel fatto che *queste stelle hanno una temperatura più elevata quando si trovano al massimo splendore* e più bassa quando sono al minimo: ciò che spiega — sebbene *in parte* — perchè l' ampiezza visuale sia maggiore della bolometrica. Eseguendo infatti il calcolo [1] con le formule già date (nn. 45 e 65) si

---

[1] Indichiamo con q e Q le intensità bolometriche al minimo e al massimo splendore e supponiamo, come fa il Joy per *Mira Ceti*, che le temperature effettive estreme dell' astro siano $T_1 = 1800$ e $T_2 = 2300$ centigradi. Per la legge di Stefan abbiamo allora:

$$\frac{Q}{q} = \left(\frac{2300}{1800}\right)^4 = 2{,}7 \tag{1}$$

donde, per la formula di Pogson, si ha come ampiezza bolometrica della variazione:

$$A_b = 2{,}5 \log 2{,}7 = 1{,}08 \tag{2}$$

vale a dire poco più di una grandezza stellare.

Invece, per quanto riguarda la parte visuale, ricordiamo che, a meno di un coefficiente di proporzionalità, l' energia luminosa può ritenersi misurata (n. 51) dall' energia bolometrica irradiata tra le lunghezze d' onda $\lambda = 4500$ e $\lambda = 6800$.

trova che, per stelle di bassa temperatura, un incremento di poche centinaia di gradi aumenta notevolmente l'intensità visuale, mentre l'intensità bolometrica cresce in minore

---

Avremo allora, indicando con I e i l'intensità visuale dell'astro al massimo e al minimo splendore:

$$\frac{I}{i} = \frac{\int_{4500}^{6800} \lambda^{-5} e^{-\frac{h}{\lambda T_2}} d\lambda}{\int_{4500}^{6800} \lambda^{-5} e^{-\frac{h}{\lambda T_1}} d\lambda} \tag{3}$$

dove, come sappiamo (n. 47), si ha $h = 143.10^6$.

Se ora poniamo

$$x = \frac{h}{\lambda T} \tag{4}$$

abbiamo subito:

$$\int \lambda^{-5} e^{-\frac{h}{\lambda T}} d\lambda = \frac{T^4}{h^4} \int x^3 e^{-x} d(-x). \tag{5}$$

Ora, integrando per parti, si ottiene:

$$\int x^3 e^{-x} d(-x) = x^3 e^{-x} + 3 \int x^2 e^{-x} (-x) \tag{6}$$

onde si abbassa di un'unità l'esponente della x sotto il segno d'integrazione.

Continuando il procedimento, abbiamo dalla (3):

$$\frac{I}{i} = \frac{T^4_2 \left[e^{-x}(x^3 + 3x^2 + 6x + 6) \right]_{x = \frac{h}{4500 T_2}}^{x = \frac{h}{6800 T_2}}}{T^4_1 \left[e^{-x}(x^3 + 3x^2 + 6x + 6) \right]_{x = \frac{h}{4500 T_1}}^{x = \frac{h}{6800 T_1}}}. \tag{7}$$

Eseguendo il calcolo numerico, che non presenta difficoltà, la (7) ci dà allora:

$$\frac{I}{i} = 16{,}8 \tag{8}$$

donde, per la formula di Pogson, si ha per ampiezza della variazione visuale

$$A_b = 2{,}5 \log 16{,}8 = 3{,}1 \tag{9}$$

cioè circa tre grandezze stellari.

misura (n. 177); la differenza però è meno notevole di quanto ha creduto il JOY, fondandosi sopra un' ipotesi semplice ma inesatta [1].

Con le stesse formule si dimostra — ed è bene notarlo — che, se la temperatura effettiva dell' astro fosse più elevata, un medesimo incremento della temperatura produrrebbe una variazione bolometrica presso a poco eguale alla variazione fotometrica. E ciò si accorda con quanto osserviamo nelle Cefeidi, che sono appunto stelle variabili di alta temperatura. [2]

208. Curve di luce. Classificazioni di Campbell, di Turner, di Phillips e di Hagen. La curva di luce delle variabili della famiglia di Mira Ceti è, presso a poco, periodica e generalmente consiste in un tratto ascendente seguito da

---

[1] H. JOY (cfr. *A Spectrographic Study of Mira Ceti*, in « Astroph. Journ: » Vol. LXIII, pag. 330) esegue il calcolo da noi fatto nella nota precedente, valendosi dell' ipotesi, semplice ma inesatta, che l' intensità visuale sia proporzionale all' intensità delle onde di lunghezza $\lambda = 5750$.

Con questa ipotesi, la formula del PLANCK (eq. 13, n. 47) dà immediatamente:

$$\frac{I}{i} = \frac{e^{\frac{h}{5750\,T_1}} - 1}{e^{\frac{h}{5750\,T_2}} - 1} \tag{1}$$

donde, ponendo $T_1 = 1800$ e $T_2 = 2300$, ricaviamo:

$$\frac{I}{i} = 22{,}9 \tag{2}$$

Risulta quindi per la formula di POGSON:

$$A = 2{,}5 \log 22{,}9 = 3{,}4 \tag{3}$$

mentre, come abbiamo ora visto, il valore dato da un calcolo più esatto è $A = 3{,}1$. Cfr. ARMELLINI: *Sopra la teoria delle variabili della famiglia di Mira Ceti*, in « Rend. Lincei », 1931.

[2] Per maggiori notizie in proposito cfr. LUDENDORFF: *Untersuchungen über veränderlichen Sterne*, in « Astr. Nachr. », Bd. CCXIV, n. 5117 e 5126, Bd. CCXIX n. 5233, Bd. CCXX n. 5226 e 5271, Bd. CCXXII n. 5306, Bd. CCXXVIII n. 5469.

una discesa più lenta, senza presentare *nè massimi nè minimi secondari.* Il rapporto ε di LUDENDORFF (n. 177) oscilla tra $\varepsilon = 0{,}35$ ed $\varepsilon = 0{,}50$ e cresce col diminuire del periodo.

Ma i primi tentativi di una classificazione razionale delle curve di luce delle variabili a lungo periodo sono dovuti al CAMPBELL [1], il quale, nel 1907, propose la seguente suddivisione:

1) Curve di luce con *massimo largo* (n. 188).
Es.: *S. Librae* ($P = 192^d$; *Sp.* = *Me*); *S Ursae Maioris* ($P = 224^d$; *Sp.* = *Se*) ecc.

2) Curve di luce con *minimo largo* (n. 188).
Es.: *R Aquari* ($P = 387^d$; *Sp.* = *Mep*); *Y Argus* ($P = 437^d$; *Sp.* = *Me*) ecc.

3) Curve di luce con *ascesa rapida.* Costituisce il caso più diffuso; es.: Mira Ceti ($P = 331^d$; *Sp.* = *Me*).

4) Curve di luce con *discesa rapida.* Es.: *S Cephei* ($P = 489^d$; *Sp.* = *Nc*); *R Aurigae* ($P = 461^d$; *Sp.* = *Me*).

5) Curve di luce in cui l'ascesa è, presso a poco, egualmente rapida della discesa. Es.: *S Cassiopeiae* ($P = 613^a$; *Sp.* = *Se*); *R Bootis* ($P = 223^d$; *Sp.* = *Me*); *X Aurigae* ($P = 164^d$; *Sp.* = *Me*).

Quasi contemporaneamente, TURNER [2] eseguiva l'analisi armonica di 19 curve di luce e proponeva una classificazione basata sul valore del coefficiente di sin φ (eq. 364) e sul rapporto di CHANDLER (n. 177). Ma tali ricerche furono completate dal PHILLIPS [3], che pochi anni dopo analizzò

---

[1] Cfr. CAMPBELL: *Seventy five variable stars of long period,* in « Ann. of Harvard Coll. », Vol. LVII.

[2] Cfr. TURNER: *On the classification of long period variables stars,* in « Month. Not. », Vol. LXIV e LXVII. Il TURNER ha poi ripreso lo stesso argomento, anche in relazione alla classificazione del PHILLIPS, in altre due note dello stesso titolo, pubblicate in « Month. Not. ». Vol. LXXVIII e LXXIX e in altre due note: *On the suggested increase of period of variable stars in Phillips's group I,* e *On the suggested decrease of period of variable stars in Phillip's group II,* id. Vol. LXXX.

[3] Cfr. « Journal Brit. Astr. Association », Vol. XXVII (1917).

armonicamente 80 variabili a lungo periodo, arrestandosi ai termini del terzo ordine, e cioè ponendo:

$$m = A_0 + A_1 \cos \varphi + A_2 \cos 2\varphi + \\ + A_3 \cos 3\varphi + B_1 \sin \varphi + B_2 \sin 2\varphi + B_3 \sin 3\varphi \tag{373}$$

che può scriversi anche sotto la forma:

$$m = A_0 + R_1 \cos (\varphi - \alpha) + R_2 \cos (2\varphi - \beta) + \\ + R_3 \cos (3\varphi - \gamma). \tag{374}$$

Il PHILLIPS scelse l' origine dei tempi in modo che risultasse sempre $\alpha = 180^\circ$ e costruì un diagramma nel quale ogni stella era rappresentata da un punto avente per ascissa β e per ordinata γ. Egli trovò allora una proprietà assai curiosa e cioè che i punti si addensavano intorno a due rette, l' una parallela all' asse delle ascisse, in corrispondenza a $\gamma = 200^\circ$ circa, e l' altra inclinata sullo stesso asse e diretta dal punto di coordinate $\beta = 67^\circ$ $\gamma = -60^\circ$, al punto di coordinate $\beta = 197^\circ$ $\gamma = 200^\circ$ circa. Ed, in conseguenza, egli propose di dividere le variabili esaminate in due gruppi, secondo che i punti rappresentativi appartenevano all' una o all' altra retta.

Questa divisione è ancora seguita dagli astronomi, tanto più che sembra che le stelle del primo gruppo abbiano periodi lievemente *crescenti* col tempo, cosa che generalmente non si verifica per la stelle del secondo gruppo [1]. In particolare, appartengono al primo gruppo le variabili *U Virginis*, *S Cephei*, *T Cassiopeiae*, *S Ursae Maioris*, *R Serpentis*, *T Hydrae*, *T Herculis* ecc.; appartengono al secondo, le variabili *R Hydrae*, *S Tauri*, *U Herculis*, *R Aquilae*, *χ Cygni*, *S Cygni*, *S Coronae Borealis* ecc.

Occorre però considerare che una classificazione razionale non può unicamente fondarsi sopra apparenze fotometriche, ma deve anche tener conto dei fenomeni spettro-

---

[1] Cfr. TURNER, mem. cit. in « Month. Not., Vol. LXXX.

scopici, delle velocità radiali ecc.: dati, ancora in gran parte, ignorati o incerti. Al presente ci sembra quindi più logico

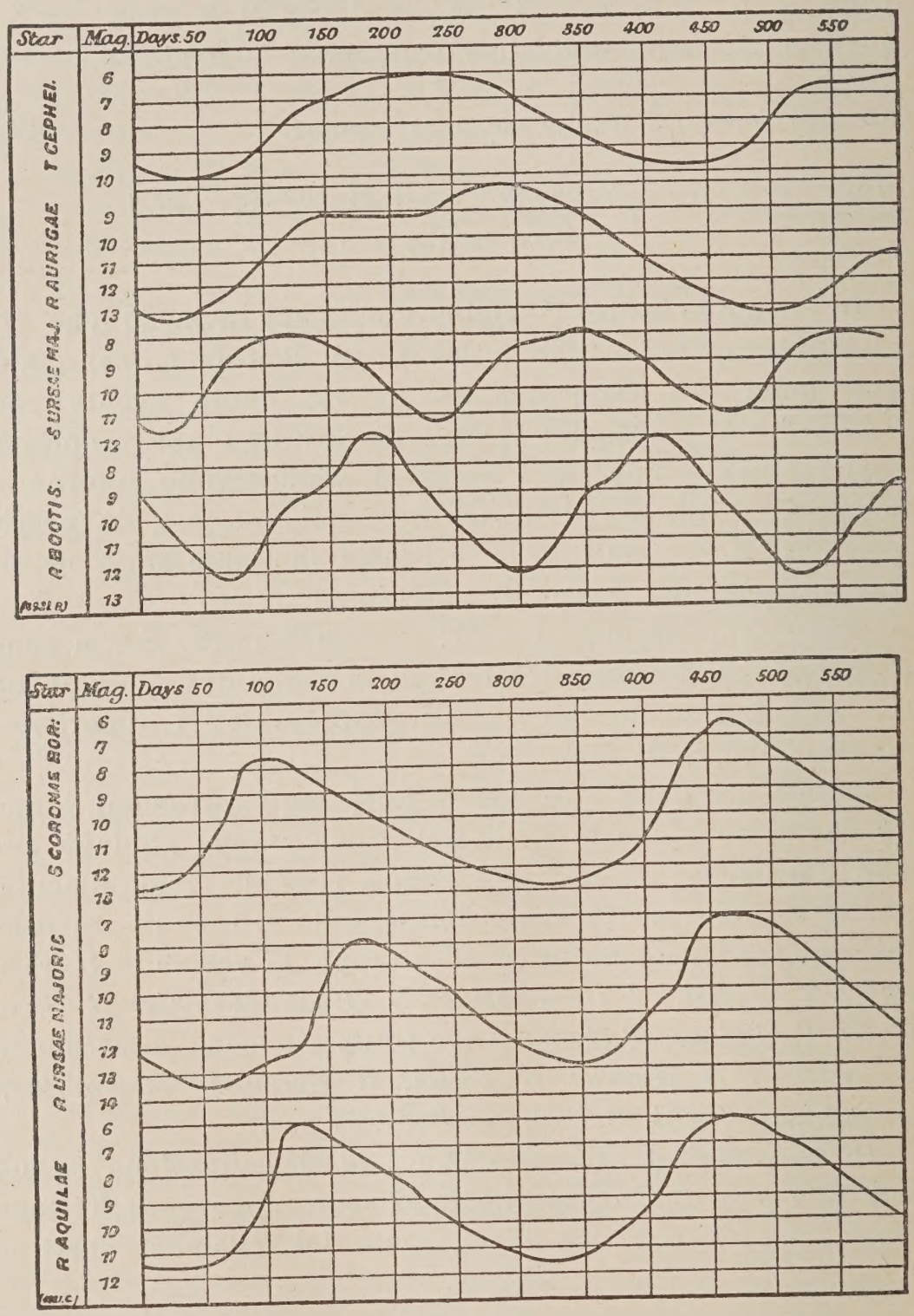


Fig. 169.

Classificazione di Phillips. (In alto, gruppo I; in basso, gruppo II).

di limitarci al solo rapporto di LUDENDORFF (n. 177) o di adottare la semplice classificazione di HAGEN [1] che ammette tre tipi, corrispondenti il primo alle classi 1, 4, 5 di CAMPBELL, il secondo alle curve di luce con massimo largo ed il terzo alle curve di luce con rapida ascesa. Paragonando le varie classificazioni, si ha poi il seguente specchietto:

HAGEN	CAMPBELL	PHILLIPS	Rapp. di LUDENDORFF
I	1, 4, 5	I	0, 48
II	2	II	0, 43
III	3	II	0, 40

Termineremo aggiungendo che, dalla debolezza dei moti propri e dalle poche parallassi conosciute [2], risulta che le variabili della famiglia di Mira, al massimo splendore, raggiungono in media la grandezza assoluta 0,1; e ciò conferma il loro carattere di stelle giganti.

209. La " Mira Ceti. " La *Mira Ceti* ($\alpha = 2^h 14^m,3$; $\delta = -3^0 26'$) costituisce il prototipo, ed insieme l'astro meglio conosciuto, della famiglia di cui ci occupiamo; diamone dunque qualche cenno [3].

---

(1) Cfr. HAGEN, *Ueber eine Einteilung der langperiodischen Veränderlicher*, in « Astr. Nachr. », Bd. CCIX, n. 5009.

(2) Cfr. MERRILL and STROMBERG: *The absolute magnitudes of long period variable stars*, in « Astroph. Journ. », Vol. LIX; E. WILSON: *On the motions, parallaxes and luminosities of long period variable stars*, in « Astronomical Journ. », nn. 814 e 832; A. YOUNG: *Proper motions of certain long period variable stars*, « Astronomical Journ. », nn. 838 e 916.

(3) Per maggiori notizie, cfr. LOCKYER: *Spectroscopic and magnitude observations of Mira Ceti*, in « Month. Not. », Vol. LXXXIV; BAXANDALL: *On the presence of radiation bands of aluminium oxyde in the spectrum of Mira Ceti*, id LXXXVIII; SHANE: *The spectrum of o Ceti*, in « Lick Obs. Bull. » n. 335; JOY: *A spectrographic study of Mira Ceti*, in « Astroph. Journ. », Vol. LXIII; MERRILL: *Behaviour of bright lines in the spectra of several long period variable stars*, id., Vol. LXXI (1930).

Vedemmo che la variabilità di o Ceti fu scoperta nel 1596 da FABRITIUS il quale ne restò tanto sorpreso da qualificare questa stella con l'aggettivo di « Maravigliosa » (Mira). E vedemmo pure che essa ha un periodo di circa 331^d, complicato da alcuni termini fluttuanti (n. 188; eq. 348), e che varia da un minimo di nona grandezza circa ad

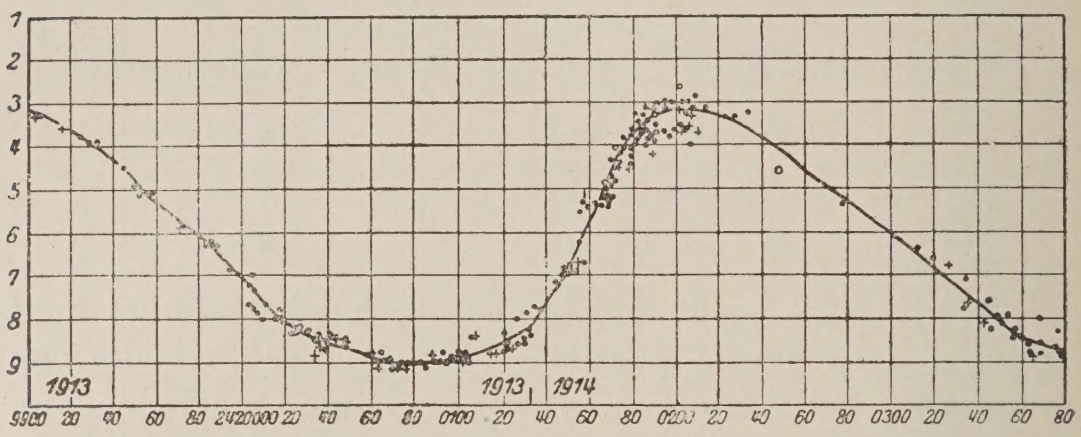


Fig. 170.
Curva di luce di Mira Ceti (1913-1914).
(Nelle ascisse sono indicate le date giuliane).

un massimo di terza o quarta grandezza. Ma occorre aggiungere che questi valori — come avviene, del resto, in tutte le variabili semiregolari — sono sottomessi a notevoli oscillazioni; così, qualche volta, al massimo, Mira ha toccato la seconda grandezza, mentre altre volte ha raggiunto appena la quinta grandezza, ciò che mostra chiaramente l'opportunità di sottoporla a continue osservazioni. Quanto al colore [1], esso appare di un rosso aranciato, più chiaro nei massimi — in cui la temperatura effettiva dell'astro raggiunge 2300 centigradi — e più cupo nei minimi, in cui la temperatura si abbassa a 1800 centigradi.

La parallasse di Mira è stata valutata di 0″,017 e il

---

[1] Cfr. HOPMANN, *Kolorimetrische Beobachtungen von Veränderlichen*, in « Astr. Nachr. » Bd. CCXXVI, n. 5401 e CCXXVII n. 5440. Cfr. anche A. CANNON, *Photographic light curve and color of Mira Ceti*, in « Bull. Harv. Coll. », n. 872 (1930); CAMPBELL, *Visual and photographic light curves of seven long period variables*, id. id.

suo diametro angolare — misurato interferometricamente dal PEASE [1] — di 0″,056, onde il diametro lineare risulta di 490.000.000 di km. e cioè presso a poco eguale a quello dell' orbita di Marte. Inoltre, secondo il SEARES [2], la massa dell' astro può stimarsi di 5⊙, onde la sua densità media risulterebbe eguale a $1{,}5.10^{-7}$, vale a dire circa *diecimila volte inferiore a quella dell' atmosfera terrestre al livello del mare!* E ciò mostra chiaramente il carattere di stella gigante di recente formazione.

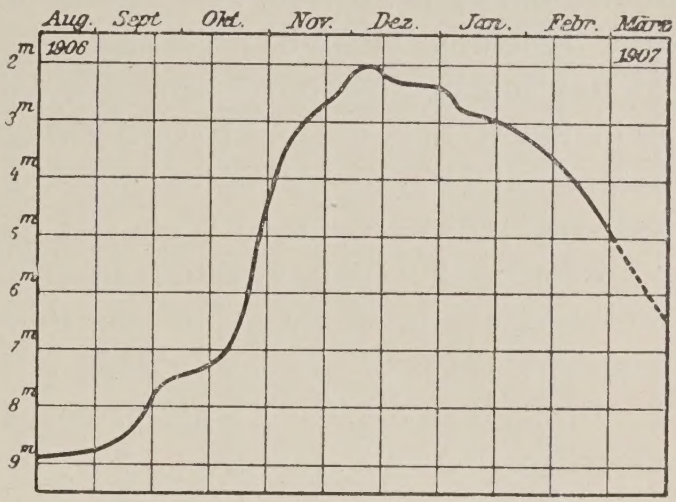


Fig. 171.
Curva di luce di Mira Ceti nel 1906-1907 (NIJLAND).

Mira ha un satellite, di decima grandezza e di tipo spettrale *B8*, visibile solo con rifrattori di almeno 60-70 cm. di apertura. Esso fu scoperto da AITKEN [3] il 19 ottobre 1923 col rifrattore di 36 pollici dell' Osservatorio di Lick, benchè la sua esistenza fosse stata sospettata precedentemente; secondo lo stesso AITKEN [4], le sue coordinate polari, riferite all' astro principale, sarebbero le seguenti:

T	ϑ	ρ
1923,82	130°,3	0″,90
24,69	131,6	0,85
29,98	134,9	0,85

---

(1) Cfr. « Pub. Astr. Soc. Pacific ». Vol. XXXVII (1925).

(2) Cfr. SEARES, mem. cit. in » Astroph. Journ. », Vol. LV (1922).

(3) Cfr. « Pub. Astr. Soc. Pacific », Vol. XXXV (1923). Notiamo in proposito che, fino ad ora, si conoscono soltanto quattro stelle variabili aventi un satellite visibile col cannocchiale e cioè *Mira Ceti*, *X Ophiuci*, 13 *Ceti* e *α Herculis*.

(4) Cfr. » The Nature » n. 3160 (maggio 1930).

dove T indica il tempo dell'osservazione (anni e centesimi), ϑ l'angolo di posizione e ρ la distanza angolare. Questi risultati sono ancora troppo scarsi per procedere al calcolo dell'orbita — ciò che servirà a darci un valore più esatto della massa di Mira (n. 114) — ma intanto, dallo specchietto ora riportato, si può presumere che il satellite impieghi alcuni secoli a compiere una rivoluzione intorno alla stella principale. Non è quindi possibile che esso sia causa delle variazioni luminose di Mira che hanno invece un periodo estremamente più breve e cioè di 331^d.

Sembra poi che questo satellite sia, a sua volta, una stella variabile e che debba considerarsi come una « nana bianca » di grandezza assoluta $M = 6$ e di tipo spettrale $B8$.

Lo spettro di Mira — già prototipo del sottotipo *Md* della classificazione di Harvard (n. 129) — viene ora indicato col simbolo *Me* per mettere in luce l'esistenza di righe di emissione e si mostra variabile dal sottotipo *M5e*, quando Mira è al massimo splendore, fino al sottotipo *M9e* quando Mira è al minimo. Abbiamo dunque un'esatta corrispondenza [1] tra l'intensità luminosa ed il sottotipo spettrale; cosa che avviene del resto per tutte le variabili a lungo periodo.

In particolare, tra le righe *lucide*, si notano quelle dell'idrogeno — specialmente H_γ, H_δ e H_ϑ — la $\lambda = 3905{,}8$ *Si*, la $\lambda = 4179{,}0$ *Fe*, la $\lambda = 4308{,}1$ *Fe* ecc. Lo spettro di assorbimento — come avviene per numerosissime variabili a lungo periodo — è invece caratterizzato dalla forza delle bande del *biossido di titanio* (TiO_2) nel giallo e nel verde; anzi queste bande divengono più cupe quando la stella è al minimo splendore. E ciò forse permette di spiegare perchè l'ampiezza della variazione fotometrica sia molto maggiore di quanto risulterebbe dal calcolo [2], supponendo il fenomeno prodotto unicamente da una oscillazione della temperatura effettiva (n. 207).

Tra le righe di assorbimento dello spettro, predominano

---

[1] Cfr. Joy, mem. cit. in « Astroph. Journ. », Vol. LXIII.

[2] Cfr. Armellini, *Sopra la teoria delle variabili della famiglia di Mira Ceti*, in « Rend. Lincei » 1931.

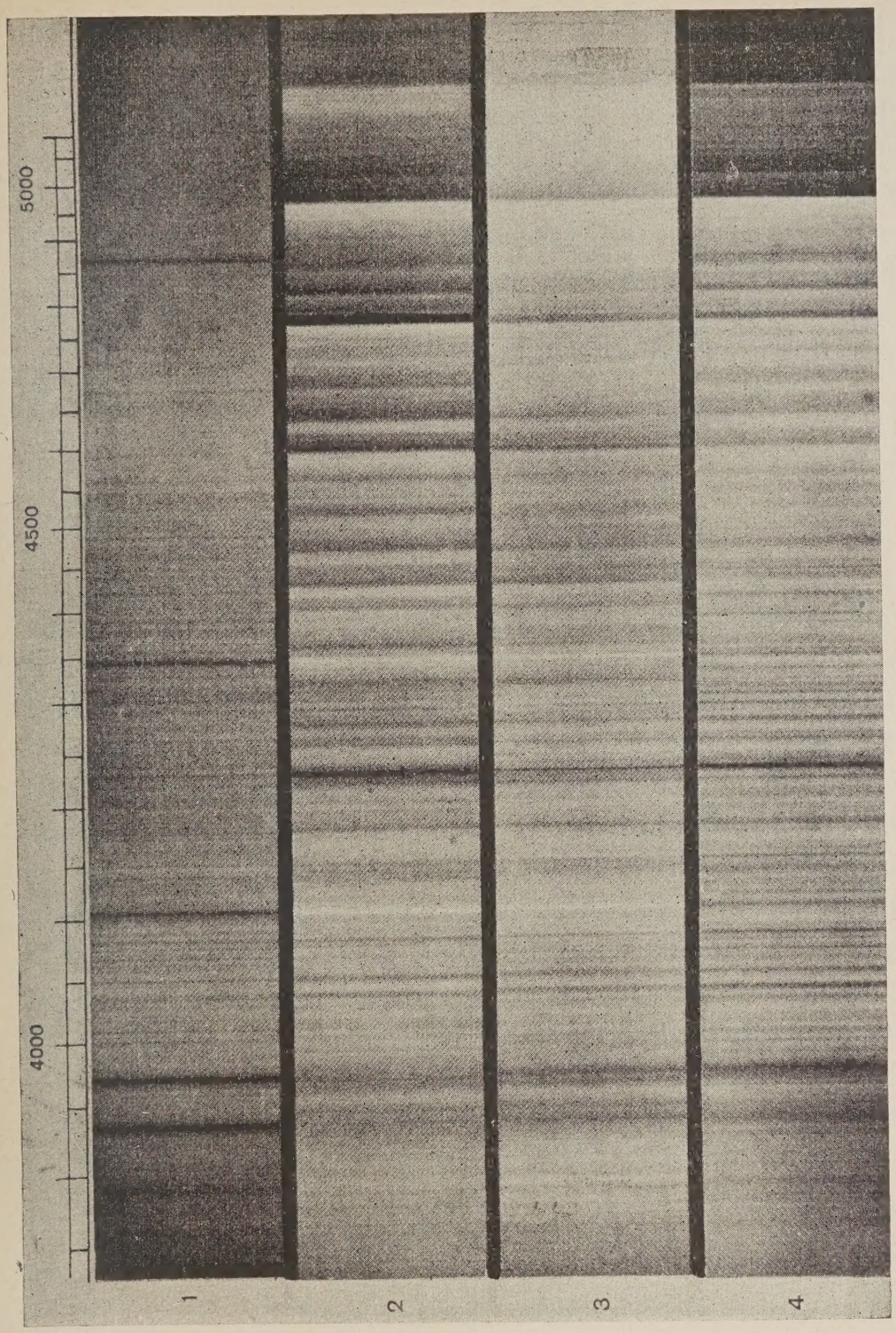


Fig. 172.
1. Spettro di Procione; 2. Spettro di Mira Ceti il 21 dicembre 1914; 3. Spettro di Mira Ceti il 1 febbraio 1924; 4. Spettro di α Herculis. (Fot. Lockyer, con camera prismatica di 12 pollici).

quelle del ferro, del cromo, del vanadio e del manganese; ma principalmente deve notarsi il fatto che *la velocità radiale* dell'astro, determinata dallo spostamento delle righe oscure, *si mostra variabile* tra 64 km/sec. e 54 km/sec.,

con periodo eguale a quello fotometrico (331^d), indicando così un' oscillazione radiale L (eq. 372) di circa cinquanta milioni di chilometri.

Come già sappiamo (n. 206), tale fenomeno può spiegarsi supponendo che Mira appartenga ad un sistema binario con periodo di 331^d, oppure supponendo che essa sia sottomessa a pulsazioni periodiche. Ora:

1) Nel primo caso si ha dall' esame delle curve di velocità radiale (cfr. Parte V N. 252):

(375) $\omega = 265^\circ,2$; $e = 0,20$; $a_1 \sin i = 26.200.000$ Km;

$$F_2 = \frac{\mu^3{}_2 \sin^3 i}{(\mu_1 + \mu_2)^2} = 0,007\odot$$

dove μ_1 indica la massa di Mira e μ_2 quella del satellite, — da non confondersi con l' altro satellite che già conosciamo e che compie una rivoluzione in molti secoli — ed a_1 è il semiasse maggiore dell' orbita assoluta descritta da Mira intorno al baricentro del sistema. La F_2, come vedremo, si chiama « funzione di massa ».

Ora, se chiamiamo con a il semiasse maggiore dell' orbita relativa descritta dal satellite intorno a Mira e con a_2 quello dell' orbita assoluta descritta dallo stesso satellite intorno al baricentro del sistema e se ricordiamo che il baricentro dista dai due astri in ragione inversa delle loro masse, abbiamo immediatamente:

(376) $$a = a_1 + a_2$$

(377) $$\frac{\mu_2}{\mu_1} = \frac{a_1}{a_2}$$

donde risulta subito:

(378) $$\frac{\mu_2}{\mu_1 + \mu_2} = \frac{a_1}{a_1 + a_2} = \frac{a_1}{a}.$$

In conseguenza la F_2 diviene:

(379) $$F_2 = \mu_2 \sin i \left(\frac{\mu_2 \sin i}{\mu_1 + \mu_2}\right)^2 = \mu_2 \sin i \left(\frac{a_1 \sin i}{a}\right)^2 = 0,007\odot$$

da cui ricaviamo, ricordando il valore di $a_1 \sin i$,

$$\mu_2 \sin i = \left(\frac{a}{26\,200\,000}\right)^2 \cdot 0{,}007 \odot. \tag{380}$$

Ma, essendo il supposto satellite necessariamente esterno a Mira, a deve essere maggiore del raggio di Mira stessa ed anzi, per la stabilità contro le azioni di marea [1], si richiede che a sia eguale almeno a due o tre volte il raggio dell'astro principale. Ponendo allora, in cifra tonda, $a = 700.000.000$ km. ne risulta:

$$\mu_2 \sin i = 5 \odot \tag{381}$$

donde, dalla (379), ricaviamo:

$$\mu_1 + \mu_2 = \sqrt{\frac{(\mu_2 \sin i)^3}{0{,}007 \odot}} = 134 \odot. \tag{382}$$

Vale a dire la massa del sistema dovrebbe essere 134 volte maggiore di quella del Sole, mentre, come abbiamo detto, dalle ricerche moderne essa sembra dell'ordine di $5 \odot$. L'ipotesi binaria appare dunque poco probabile.

2) Rigettata l'ipotesi binaria, dobbiamo spiegare le variazioni della velocità radiale di Mira ammettendo che l'astro sia soggetto a pulsazioni periodiche, con periodo eguale a quello fotometrico. Secondo la (372), tali pulsazioni avrebbero un'ampiezza totale L di circa cinquanta milioni di chilometri; vale a dire il raggio stellare aumenterebbe e diminuirebbe di circa venticinque milioni di chilometri — e cioè del 10 % del suo valore — a partire dalla sua lunghezza media.

Questa seconda ipotesi spiega abbastanza bene non solo

---

[1] Secondo un noto teorema di Meccanica Celeste, dovuto a Roche, affinchè un satellite possa stabilmente sussistere, occorre che la sua distanza dall'astro principale — supposto di massa molto maggiore e di eguale densità — sia più grande di 2,45 volte il raggio dello stesso astro principale. Tale distanza è conosciuta, in Meccanica, col nome di « *Limite di Roche* ».

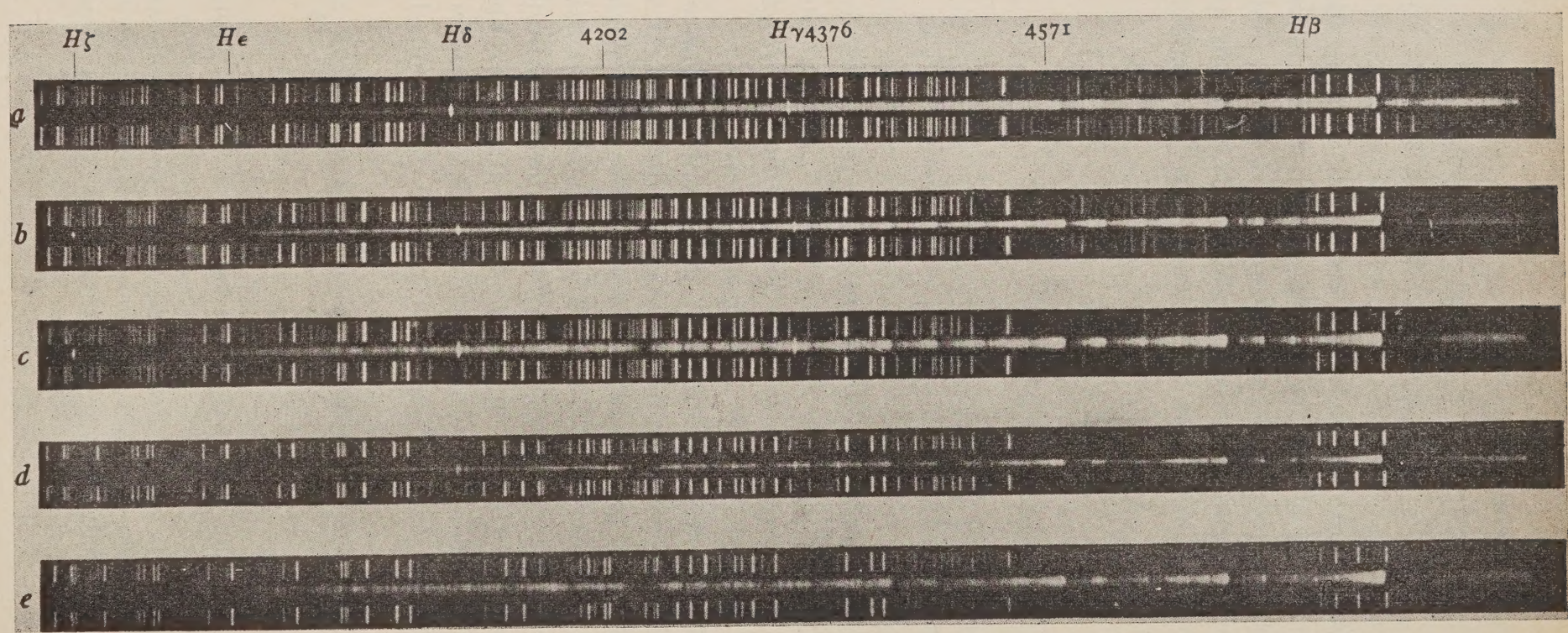


Fig. 173. (Fot. Joy).

Spettro di Mira Ceti.

a) 16 agosto 1913: $m = 3{,}4$; $Sp = M5e$ - *b*) 4 gennaio 1917; $m = 4{,}4$; $Sp = M5e$ - *c*) 23 gennaio 1918; $m = 5{,}1$; $Sp = M8e$
d) 31 agosto 1922; $m = 7{,}5$; $Sp = M9e$ - *e*) 26 dicembre 1922; $m = 7{,}9$; $Sp = M9$.

la variazione della velocità radiale, ma anche le modificazioni del tipo spettrale e le oscillazioni periodiche di temperatura che sembrano collegate con la variabilità di splendore dell'astro. Essa ha inoltre il vantaggio di riannodarsi con la teoria oggi ammessa per le Cefeidi; stelle che paiono appunto soggette a pulsazioni periodiche dell'ampiezza del 10 % circa.

Ma non basta. Vedremo che indicando con P il periodo di pulsazione e con ρ la densità media dell'astro, la Meccanica dimostra l'equazione:

$$P\sqrt{\rho} = C \tag{383}$$

dove C è una costante che nelle Cefeidi assume, in media, il valore 0,15 misurando P in giorni e prendendo come densità unitaria quella dell'acqua distillata a $+4^c$. Se supponiamo ora che Mira sia una stella pulsante, come le Cefeidi, ed applichiamo la stessa equazione, per $P = 331^d$, ricaviamo $\rho = 2 \cdot 10^{-7}$; valore che coincide, presso a poco, con quello trovato per altra via (n. 209).

Terminando però dobbiamo notare che per Mira Ceti — e generalmente per le variabili a lungo periodo — *il massimo splendore ha luogo quando la velocità radiale è vicina al suo massimo valore algebrico*, mentre il minimo splendore ha luogo vicino al minimo valore algebrico della velocità radiale stessa. Si ha dunque *l'opposto di quanto avviene per le Cefeidi*, le quali raggiungono invece il massimo o il minimo splendore presso a poco quando la velocità radiale ha il minimo o il massimo valore algebrico; ma tale divergenza rimane ancora inesplicata.

210. Altre variabili della famiglia di Mira Ceti. Come fu già detto, il numero delle variabili della famiglia di Mira si avvicina già a duemila, onde dovremo necessariamente limitarci a dare un cenno delle più importanti, [1] come

---

[1] Per notizie sopra altre stelle, rimandiamo alla *Geschichte des Lichtwechsels* di Müller ed Hartwig (Leipzig, Poeschel), al *Catalogue of long period variables*, in « Ann. Harvard Coll. Obs. » Vol. LXXIX-3 (1928) che ne contiene 1760, ai giornali astronomici: « Astro-

χ Cygni, *X* Ophiuci, *R* Andromedae, *R* Leporis, *R* Hydrae ecc. Ed entriamo senza altro in argomento.

a) χ *Cygni* ($\alpha = 19^h\,46^m,7$; $\delta = 32^0\,40'$). La variabilità della χ Cygni fu scoperta nel 1686 da G. KIRCH (1) ed ha luogo tra un massimo, oscillante dalla terza alla sesta gran.

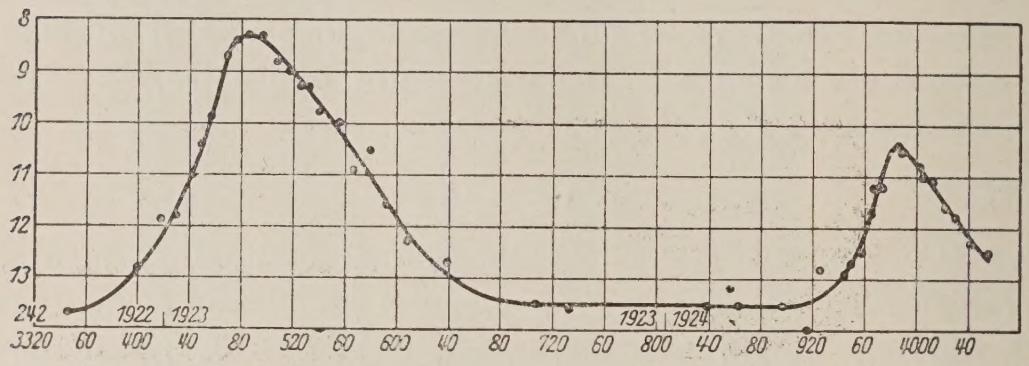


Fig. 174.
Curva di luce di Y Velorum; spettro *Me*.

dezza, ed un minimo oscillante tra la dodicesima e la quattordicesima grandezza. Abbiamo dunque un' ampiezza fotometrica di circa otto grandezze stellari, mentre — secondo le misure di NICHOLSON e di PETTIT (2) — l'ampiezza bolometrica raggiunge appena due grandezze, analogamente a quanto vedemmo per la Mira Ceti.

Dall' esame di 96 massimi, avvenuti dal 1686 al 1911, WASNETZOFF (3) ha dedotto la formula di previsione:

$$\text{Max.} = 2337555^d + 404^d,91E + 0^d,0084E^2 + \\ + 25^d \sin 5^0(E - 12) \tag{384}$$

---

nomical Journal », (Albany, N. York, S. U.), « Astrophysical Journal » (Chicago, Illinois, S. U.), « Bull. of Harvard College » (Cambridge, Mass S. U.), « Annals of Harvard College » id. id., « Monthly Notices » (London), « Astronomische Nachrichten » (Kiel, Germania), ecc.

(1) Cfr. « Miscellanea Berolinensia ad incrementum scientiarium », Berlino, 1710.

(2) Cfr. « Ann. Report of the Director of Mt. Wilson Observatory », 1923.

(3) Cfr. « Astr. Nachr. », Bd. CLXXXXII, n. 4605. Notiamo che il giorno giuliano 2337555, indicato nella (384), corrisponde al 27 novembre 1687.

dove E indica, al solito, un intero positivo; formula da cui risulterebbe un periodo di 405^d soggetto ad un lievissimo incremento secolare.

Aggiungiamo che l'astro ha colore rossastro, tipo spettrale *M0e* ed appartiene al secondo gruppo di PHILLIPS [1].

b) *X Ophiuci* ($\alpha = 18^h 33^m,6$; $\delta = 8^\circ 45'$). La variabilità di questa stella venne scoperta da ESPIN e — secondo BEMPORAD — sembra rappresentata dalla formula [2]:

$$\text{Max.} = 2410061^d + 335^d E. \tag{385}$$

L'astro ha un periodo di 335 giorni, soggetto però a fluttuazioni non ancora bene conosciute, ed oscilla tra un massimo di settima grandezza ed un minimo, assai largo, di nona grandezza.

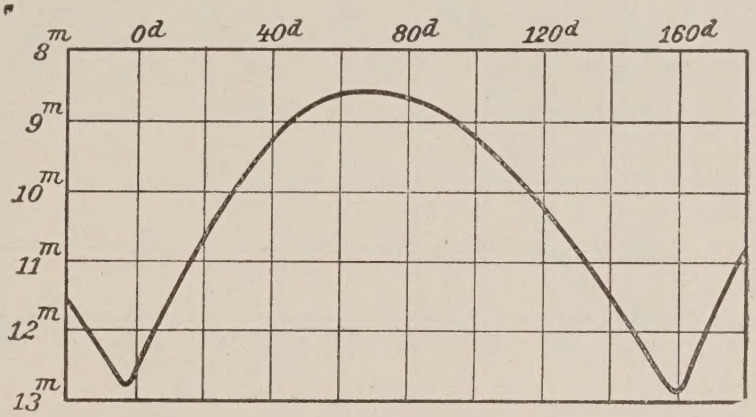


Fig. 175.
Curva di luce di X Aurigae; spettro *Me*.

Ma la sua importanza principale consiste nel fatto che esso, nel 1900, fu riconosciuto da HUSSEY come una doppia stretta, le cui componenti [3] distano tra loro circa 0″,27. Il tipo spettrale dell'astro principale è *Me*; quello del satellite *K*0.

c) *R Andromedae* ($\alpha = 0^h 18^m,8$; $\delta = 38^\circ 1'$). Ricono-

---

(1) Cfr. EBERHARD, *Ueber die Bewegung von χ Cygni in visions radius*, in « Astr. Nachr », Bd. CLVII, n. 3765; HOPMANN: *Kolorimetr. Beob. von χ Cygni*, id. Bd. CCXXII, n. 5318; MERRILL, « Publ. Astr. Soc. Pacific », Vol. XXXVIII.

(2) A. BEMPORAD: *Osservazioni fotometriche*, in « Mem. Spettr. Italiani », Vol. XXXVIII.

(3) Cfr. M. MAGGINI: *Misure interferomeriche della doppia variabile X Ophiuci*, in « Astr. Nachr. » Bd. CCXXXV, n. 5622; GINGRICH: *The variable double star X Ophiuci*. « Astroph. Journ. ». Vol. LVI.

sciuta come variabile da ARGELANDER nel 1859, ha un periodo di 410^d e grande ampiezza fotometrica, oscillando tra un massimo di sesta o settima grandezza ed un minimo di tredicesima grandezza. I suoi massimi possono essere predetti con la formula di HARTWIG

$$\text{Max.} = 2402596^d + 410^d,6E + 30^0 \sin(12^0 E + 168^0). \tag{386}$$

È notevole anche perchè appartiene al tipo spettrale *Se*.

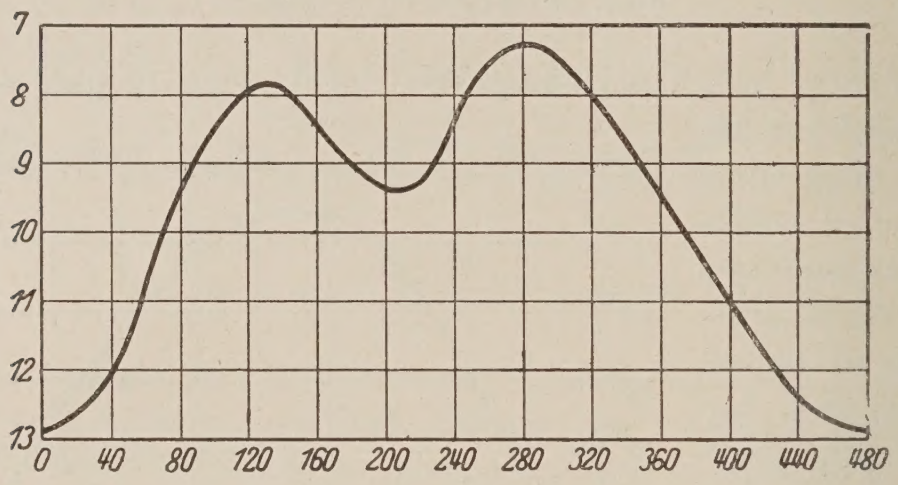


Fig. 176.
Curva di luce di R Normae; spettro *Mb*.

d) *R Leporis* ($\alpha = 4^h 55^m,3$; $\delta = -14^0 57'$). Oscilla tra la sesta e la decima grandezza con un periodo che, in media, può valutarsi di 436^d, come appare dalla formula:

$$\text{Max.} = 2398879^d + 436^d,4E \tag{387}$$

Secondo PORRO, la R Leporis coinciderebbe con la « Nova » osservata da MONTANARI il 17 marzo 1668; ma la questione — certamente importantissima per lo studio del comportamento delle Novae molto tempo dopo la loro esplosione — merita di essere approfondita [1]. In ogni modo, la *R* Leporis deve notarsi anche per il suo tipo spettrale *Nc*.

e) *R Hydrae* ($\alpha = 13^h 24^m3$; $\delta = -22^0 46'$). La variabilità

---

[1] Cfr. MÜLLER und HARTWIG, Op. cit. Vol. I, pag. 131.

della *R Hydrae* fu scoperta da MARALDI nel 1704 e dovrebbe formare oggetto di continue osservazioni, giacchè *il suo periodo fotometrico presenta una forte diminuzione secolare* [1], essendosi ridotto da 497^d nel 1784 a 403^d nel 1914. In conseguenza il LUDENDORFF ha proposto la formula:

$$\text{Max.} = 2396139^d,5 + 452^d,7E - 0,336^d E^2 \tag{388}$$

valida per E positiva e cioè dopo il 21 aprile 1848, data corrispondente al giorno giuliano 2396139. L'astro ha tipo spettrale *M8e*.

Per brevità, ci limiteremo a riportare nella seguente tabella altre variabili notevoli della famiglia di Mira Ceti, ricordando però che i massimi e i minimi sono sempre approssimati, variando un poco di volta in volta.

TABELLA

N.	*Astro*	α	δ	*Spettro*	*Max.*	*Min.*
1	*R* Trianguli	$2^h31^m,0$	38°48′	*M5e*	5^m	12^m
2	*R* Horologii	2 50 ,6	-50 18	*M9e*	5	10
3	*U* Orionis	5 49 ,9	20 9	*M8e*	6	12
4	*R* Carinae	9 29 ,8	-62 21	*Me?*	5	10
5	*R* Leonis min.	9 39 ,6	34 58	*M8e*	6	12
6	*S* Carinae	10 6 ,2	-61 4	*Me?*	6	10
7	*R* Ursae Maioris	10 37 ,6	69 18	*M6e*	6	13
8	*R* Corvi	12 14 ,5	-18 42	*M6e*	7	13
9	*T* Ursae Maioris	12 31 ,9	60 2	*M6e*	6	12
10	*R* Virginis	12 33 ,5	7 32	*M6e*	6	11
11	*S* Virginis	13 27 ,8	-6 41	*M7e*	6	13
12	*T* Centauri	13 36 ,0	-33 5	*M1e*	5	9
13	*R* Centauri	14 9 ,4	-59 27	*Me?*	5	13
14	*R* Bootis	14 32 ,8	27 10	*M4e*	6	12
15	*S* Coronae Bor.	15 17 ,3	31 44	*M8e*	7	14
16	*R* Serpentis	15 46 ,1	15 26	*M7e*	6	13
17	*S* Herculis	16 47 ,4	15 7	*M5e*	6	13

---

[1] Cfr. LUDENDORFF: *Untersuchungen über der Lichtwechsel von R Hydrae*, in « Astr. Nachr. » Bd. CCIII, n. 4856; A. NIELSEN: *Ueber die Periodenveränderung bei R Hydrae*, id. Bd. CCXXII. 5433.

N.	Astro	α	δ	Spettro	Max.	Min.
18	*RR* Scorpii	$16^m 50,3$	$-30^\circ 25$	*M7e*	6^m	12^m
19	*R* Ophiuci	17 2,0	-15 58	*M4e*	6	14
20	*R* Aquilae	19 1,6	8 5	*M7e*	6	11
21	*R* Cygni	19 34,1	49 59	*Se*	6	14
22	*U* Cygni	20 16,5	47 35	*R8*	6	12
23	*T* Cephei	21 8,2	68 5	*M7e*	5	11
24	*R* Aquari	23 38,7	-15 50	*M7e*	6	11
25	*R* Cassiopeiae	23 53,3	50 50	*M7e*	5	13

I rispettivi periodi e le formule per il calcolo della data giuliana dei massimi, sono poi dati dalla seguente:

TABELLA

N.	Formula
1	$\text{Max} = 2412181^d + 265^d E + 16^d \sin(13^\circ E + 270^\circ)$
2	$2412824 + 398E$
3	$2409889 + 373E$
4	$2404664 + 309E + 26^d \sin(10^\circ E + 260^\circ)$
5	$2402287 + 372E + 16^d \sin(9^\circ E + 355^\circ)$
6	$2415032 + 149E + 5^d \sin(8^\circ E + 126^\circ)$
7	$2398248 + 302E + 17^d \sin(5^\circ E + 307^\circ)$
8	$2403464 + 318E$
9	$2400710 + 257E + 12^d \sin(8^\circ,6E + 94^\circ)$
10	$2381935 + 145E + 20^d \sin(1,8^\circ E + 216^\circ) + 4^d,8 \sin(5^\circ,6E + 343^\circ)$
11	$2397502 + 377E + 18^d \sin(7^\circ E + 129^\circ)$
12	$2415068 + 90E$
13	$2415330 + 568E$
14	$2399842 + 223E + 9^d \sin(9^\circ E + 117^\circ)$
15	$2400648 + 362E$
16	$2402392 + 357E$
17	$2399219 + 307E + 47^d \sin(7^\circ,5E + 120^\circ) + 12^d \sin(15^\circ E + 60^\circ)$
18	$2411583 + 278E + 32^d \sin(6^\circ E + 1^\circ)$
19	$2399515 + 302E$
20	$2404345 + 340E - 0,30E^2$
21	$2398088 + 426E$
22	$2404592 + 463E$
23	$2408450 + 387E$
24	$2382839 + 387E + 36^d \sin(9^\circ,5E + 270^\circ)$
25	$2398374 + 432E + 32^d \sin(9^\circ E + 60^\circ)$

211. Ipotesi teoriche sopra le cause di variabilità. Abbiamo accennato come le variabili a lungo periodo vengano oggi considerate quali variabili dinamiche e come si cerchi di riannodare la loro teoria con quella delle Cefeidi. Ciò non ostante, per completezza, daremo un breve cenno ([1]) delle diverse ipotesi che furono già avanzate in proposito.

1) *Ipotesi maculare rotazionale.* È questa l'ipotesi più antica, che erroneamente si crede avanzata da ZOELLNER ([2]) nel 1865, mentre noi l'abbiamo riscontrata ([3]) anche nel vecchio *Almagestum* del P. RICCIOLI. Essa consiste nel supporre che l'astro sia cosparso di grandi macchie le quali, a causa della rotazione, si troverebbero ora nell'emisfero visibile ed ora in quello invisibile, producendo così una variazione periodica dello splendore apparente. Dal lato matematico ([4]), si dimostra poi che — se la curva di luce è periodica e continua ed ammette *in ogni punto* una tangente ben determinata — si può sempre — ed anzi è possibile in infiniti modi — spiegare la variazione luminosa dell'astro con un'opportuna distribuzione delle macchie sopra la sua superficie.

In pratica però tale ipotesi deve essere oggi abbandonata per le seguenti ragioni:

a) Se si ammette — come è probabile — che le stelle abbiano forma di ellissoide rotondo e schiacciato e che le macchie siano distribuite simmetricamente rispetto all'asse di rotazione, il movimento rotatorio dell'astro non produce alcun effetto apprezzabile e la spiegazione cade senza altro.

b) In ogni caso si deve evidentemente ritenere che

([1]) Per maggiori notizie cfr. HAGEN und STEIN, *Die Veränderlichen Sterne*, Bd. II (Herder, Freiburg im Breisgau).

([2]) Cfr. ZOELLNER: *Photom. Unthersuchungen* (Leipzig, 1865).

([3]) Cfr. RICCIOLI: *Almagestum*, II, 177 (1651).

([4]) Cfr. BRUNS in « Monatsberichte Kgl. Preuss. Akad. Wiss. », 1881; RUSSELL: *On the light variations of asteroids and satellites*, in in « Astroph. Journ. », Vol. XXIV; GUTHNICK: *Künstliche Lichtkurven*, in « Astr. Nachr. », Bd. CCIX, n. 4993; BOTTLINGER: *Ueber das δ Cephei Problem*, id. Bd. CCX, n. 5019.

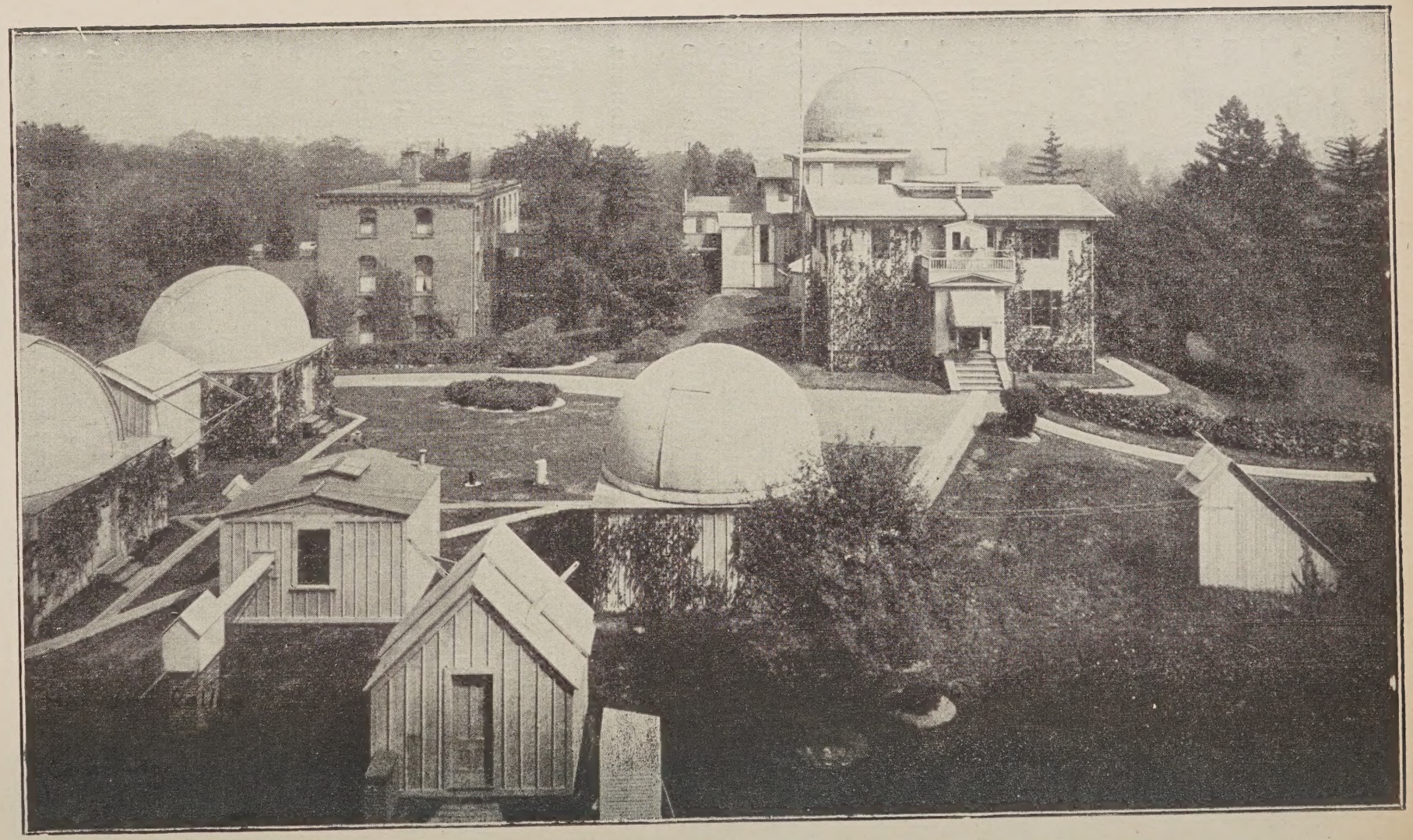


Fig. 177.

Osservatorio di Harvard College (Cambridge, Mass.) insigne per le ricerche sopra le stelle variabili.

la posizione delle macchie sia variabile sopra la superficie dell'astro. E allora è facile mostrare che, da una medesima stella, si avrebbero curve di luce assai diverse: per es. curve con rapida crescenza e lenta decrescenza, alternate con curve aventi lenta crescenza e rapida decrescenza. E ciò è contrario ai risultati delle osservazioni.

c) Per risolvere tale difficoltà si dovrebbe quindi ricorrere all'esistenza di macchie *fisse* sull'astro e cioè all'esistenza di vere « scorie » o « croste » superficiali (Schlacken), come appunto supponeva ZOELLNER [1]. Ora questa ipotesi appare assurda, se si considera che le variabili della famiglia di Mira sono giganti giovanissime, di densità estremamente debole: in ogni modo, poichè la distribuzione delle macchie sarebbe evidentemente differente da stella a stella, vi sarebbero sempre alcune variabili con rapido incremento e lenta diminuzione di luce ed altre variabili con fenomeni opposti, contrariamente a quanto indicano le osservazioni.

2) *Ipotesi maculare periodica.* In questa ipotesi, già sostenuta da SCHOENFELD, la variabilità sarebbe prodotta non dalla rotazione dell'astro, ma dalla *frequenza* delle macchie: frequenza che aumenterebbe e diminuirebbe periodicamente, come appunto avviene nel Sole, dove le macchie hanno un periodo di undici anni circa.

Questa ipotesi non urta contro le difficoltà ora accennate; ma allo stato attuale della scienza appare assai poco probabile e, tutto al più, può essere ammessa come spiegazione parziale.

Infatti occorre notare che nel Sole la variazione di luminosità prodotta dalle macchie è quasi insensibile, mentre nella famiglia di Mira essa giunge ad otto o dieci grandezze stellari, e cioè lo splendore dell'astro si riduce alla

---

[1] Ciò basta a far comprendere perchè questa teoria, erronea per le stelle variabili, possa invece essere ammessa per spiegare le variazioni luminose che presentano i piccoli pianeti illuminati dal Sole, p. es. Eros; variazioni che potrebbero appunto essere dovute a regioni oscure sopra la crosta planetaria.

decimillesima parte di quello primitivo! Inoltre il confronto col Sole apparisce erroneo, giacchè il Sole è una stella nana già invecchiata, mentre le stelle del tipo di Mira sono giganti giovanissime ([1]).

3) *Ipotesi delle maree fotosferiche.* Questa ipotesi, sostenuta dal KLINKERFUESS, e in parte anche dal P. HAGEN, ritiene che le variabili di cui parliamo siano in realtà stelle binarie spettroscopiche, i cui satelliti percorrerebbero orbite ellittiche in un tempo eguale al periodo fotometrico. Ogni volta che il satellite passa alla minima distanza dall'astro principale (periastro), la sua attrazione solleverebbe enormi maree nella fotosfera stellare, aumentandone fortemente lo splendore. In altre parole le variabili della famiglia di Mira sarebbero *stelle pulsanti,* onde l'ipotesi mareale appare molto affine con quella di SHAPLEY ed EDDINGTON, di cui parleremo tra breve, e che si basa appunto sopra le pulsazioni dell'astro. Però, mentre nell'ipotesi di SHAPLEY le *pulsazioni* sono *libere* — e cioè mantenute soltanto dalla forza elastica dei gas stellari — nell'ipotesi mareale le pulsazioni sarebbero *forzate,* vale a dire sarebbero dovute all'attrazione di un corpo esterno.

Le due ipotesi si equivalgono quindi sotto molti aspetti; ma quella di SHAPLEY ed EDDINGTON presenta il vantaggio di spiegare le relazioni intercedenti tra la densità ed il periodo (eq. 383) ed inoltre non urta contro le difficoltà che si oppongono all'ipotesi binaria e che noi abbiamo già esaminato a proposito di Mira Ceti (n. 209). Si comprende dunque perchè l'ipotesi delle maree abbia oggi pochi sostenitori.

4) *Ipotesi dei « veli » (veil theory).* Questa ipotesi, sostenuta da MERRILL ([2]) e da HOPMANN ([3]) può considerarsi

---

([1]) Cfr. anche TURNER: *Note on a new similarity between the variation of S Persei and of Sunspots,* in « Month. Not. », Vol. LXXIII.

([2]) Cfr. « Publ. of the Astr. Obs. of University of Michigan », Vol. II (1916).

([3]) Cfr. HOPMANN: *Ein beitrag zur theorie der Mira Veränderlichen,* in « Astr. Nachr. », Bd. CCXXVIII, n. 5455, (1926).

come un' ingegnosa modificazione dell' ipotesi maculare periodica e consiste nel supporre che l' alta atmosfera dell' astro si ricopra, ad intervalli, di un « velo » poco trasparente: p. es.: pulviscolo, vapori di calcio ecc.

In conseguenza, l' astro apparirebbe meno luminoso e di

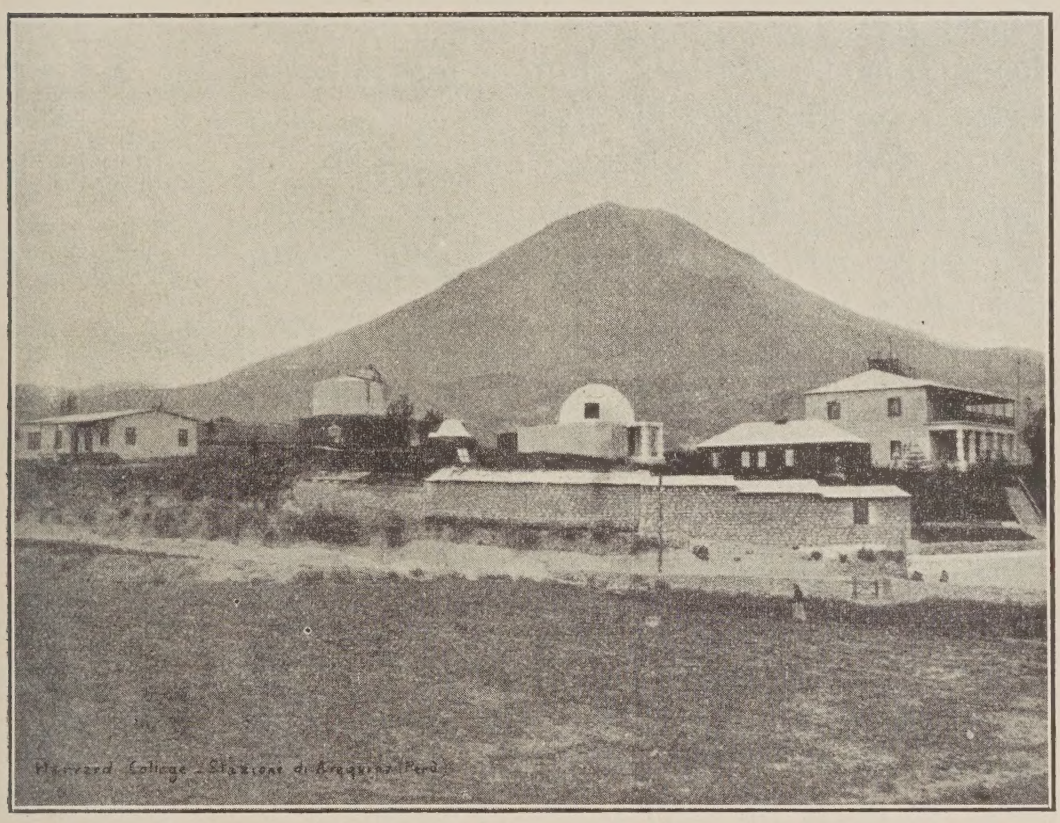


Fig. 178.
Stazione astronomica di Arequipa nel Perù.
(Succ. dell' Osservatorio di Harvard per l' emisfero australe).

colore più rosso — poichè le piccole lunghezze d' onda sono maggiormente intercettate — mentre la temperatura fotosferica andrebbe aumentando, a causa della diminuita irradiazione. Ad un certo punto, la pressione dell' energia raggiante, aumentata per il continuo incremento di temperatura, spazzerebbe via il « velo » ridonando così all' astro il suo splendore primitivo, ecc.

La teoria è certamente ingegnosa, ma — secondo noi — può essere ammessa solo come spiegazione parziale dei fenomeni. Ci sembra infatti ben difficile che un' atmosfera

così rarefatta, come quella delle stelle della famiglia di Mira, possa divenire, in pochi mesi, così poco trasparente da rendere la luminosità dell'astro diecimila volte minore!

5) *Ipotesi delle pulsazioni o della prossima divisione (fission) dell'astro.* Sono queste le ipotesi più recenti e sembrano meritevoli della maggiore attenzione, sia perchè spiegano facilmente un gran numero di fenomeni, sia perchè riconnettono le variabili a lungo periodo con quelle a breve periodo. Ne abbiamo già dato un cenno parlando di Mira Ceti (n. 209) e, per chiarezza didattica, ne rimanderemo la trattazione al capitolo riguardante le Cefeidi.

Secondo noi, allo stato attuale della scienza, l'ipotesi più probabile è la seguente:

Come insegna la teoria moderna sopra la costituzione delle stelle, se, in qualche tempo, la quantità di energia prodotta non è eguale a quella perduta per irradiazione, ne segue una variazione del diametro e della temperatura dell'astro.

Ammettendo allora che la generazione, o la dissipazione, di energia sia soggetta a qualche fluttuazione — ipotesi molto plausibile, specialmente per gli astri più giovani — ne risulta una pulsazione e una variazione concomitante della temperatura stellare. E ciò spiega bene molti fenomeni e spiega anche in parte (n. 207) perchè l'ampiezza della variazione fotometrica sia assai maggiore di quella bolometrica.

Inoltre, quando la temperatura effettiva dell'astro discende verso i 1500°, si forma nella sua atmosfera una maggior quantità di composti chimici, intensificando le bande di assorbimento che compaiono nello spettro e rendendo l'atmosfera stessa poco trasparente per le brevi lunghezze d'onda. E ciò completa la spiegazione della grande ampiezza fotometrica rispetto a quella bolometrica.

Così l'ipotesi delle pulsazioni e la « veil theory » possono fondersi insieme in un'unica e semplice teoria. [1]

---

[1] Cfr. ARMELLINI, *Sopra la teoria delle variabili della famiglia di Mira Ceti*, in « Rend. Lincei » 1931, sem. I.

§ 3. - Il « tipo intermedio »

212. Preliminari. Come [1] già sappiamo (n. 178), escludendo le variabili ad eclisse e le Cefeidi, la frequenza dei periodi mostra due massimi ben distinti: il primo di circa 280 giorni corrispondente alle variabili semiregolari, o *variabili rosse*, l'altro di circa 5 giorni corrispondente alle Cefeidi ordinarie, o *variabili bianche*.

Tra questi due gruppi, esistono poche variabili, con periodo generalmente compreso tra 50 e 100 giorni, e di cui si hanno ancora cognizioni troppo scarse per poter procedere ad una vera classificazione. Il Gerasimovic, in un recente studio, [2] ha proposto di raccoglierle in un gruppo a cui dà il nome di Gruppo Intermedio (Intermediate Group). Ben inteso, si tratta di una denominazione semplicemente *provvisoria*, giacchè è probabile che ulteriori ricerche facciano scoprire come queste variabili appartengano a famiglie forse radicalmente diverse tra loro o, forse anche, connesse con famiglie precedentemente esaminate. Per ora il Gerasimovic divide il « gruppo intermedio » in due sottogruppi, e cioè:

a) Variabili connesse con le Cefeidi e con la « Successione Fondamentale » (n. 181). Tra di esse è importante la famiglia di *RV Tauri* [3].

b) Variabili *non* connesse con le Cefeidi nè con la « Successione Fondamentale ». Tra di esse è importante la famiglia di *UU Herculis* o delle *Variabili Cicliche*.

213. La famiglia di RV Tauri. Generalità. Storicamente le prime ricerche sopra questa famiglia di variabili debbono attribuirsi ad Argelander, [4] nei suoi studi sopra la *R*

---

[1] Gli studi più moderni e più importanti sull'argomento sono dovuti al Gerasimovic e si trovano nelle Circolari dell'Osservatorio di Harvard, che verranno indicate di volta in volta.

[2] Cfr. Gerasimovic, *On variables of the intermediate Group*, in « Harv. Coll. Circ. » n. 342 (1929).

[3] Da non confondersi con la variabile ad eclisse RW *Tauri*.

[4] Cfr. Argelander « Bonn. Beobacht. » Vol. VII (1869).

Scuti. Ma i maggiori progressi furono compiuti soltanto dopo la scoperta della variabilità di RV Tauri; scoperta fatta nel 1905 dalla signora CERASKJ all'Osservatorio di Mosca.

La famiglia di RV Tauri [1] comprende, fin ad ora, un piccolo numero di stelle, ma appare assai importante giac-

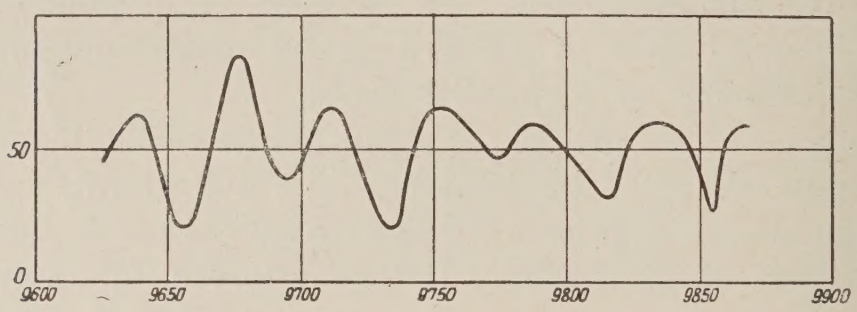


Fig. 179.
Curva di luce di RV Tauri (VAN DER BILT).

chè sembra costituire *l'anello di congiuzione* tra la famiglia di Mira e quella delle Cefeidi. Infatti le stelle di RV Tauri hanno: periodo compreso tra quelli delle due famiglie ora nominate; colore giallastro - donde il nome di *variabili gialle* - e cioè intermedio tra il rosso delle variabili semiregolari ed il bianco delle Cefeidi; tipo spettrale G (raramente F o K), intermedio anche esso tra il tipo *M* delle semiregolari ed il tipo *A* od *F* delle Cefeidi ecc. Nè basta: l'affinità con le Cefeidi sembra anche indicata da altri fatti e cioè:

1) Le variabili della famiglia di *RV* Tauri si concentrano nei dintorni della Via Lattea, come avviene per le Cefeidi.

2) Il loro spettro presenta la caratteristica *c* della classificazione di Miss MAURY (n. 134); caratteristica comune con le Cefeidi ed indicatrice di stelle giganti o supergiganti.

3) La loro velocità radiale è generalmente variabile, con periodo eguale a quello fotometrico e precisamente — come avviene nelle Cefeidi e contrariamente a ciò che ha luogo nella famiglia di Mira Ceti (n. 209) — il massimo algebrico

---

[1] Per maggiori notizie in proposito, cfr. GERASIMOVIC, *A general study of* RV *Tauri variables*, in « Harv. Coll. Circ. » n. 341.

della velocità radiale avviene, presso a poco, quando l'astro presenta il minimo splendore.

È opportuno aggiungere che questo fenomeno esclude, senza altro, l'ipotesi che le *RV* Tauri siano variabili ad eclisse. Infatti vedremo più tardi che, in un sistema binario, la velocità radiale è massima o minima quando la congiungente l'astro principale col satellite forma un angolo retto con la congiungente l'astro principale con la Terra, o — in altre parole — quando il satellite passa per i *nodi* della sua orbita. È quindi evidente che nessuna eclisse potrebbe avvenire in queste condizioni.

4) La loro variazione luminosa ha un'ampiezza di circa due grandezze stellari e cioè dello stesso ordine di quella delle Cefeidi.

Queste affinità hanno anzi fatto sorgere la questione di sapere se esista un passaggio graduale tra *RV* Tauri e le Cefeidi; o, in altre parole, se le *RV* Tauri di breve periodo siano praticamente identiche con le Cefeidi di lungo periodo. Ma la risposta sembra negativa.

Infatti le Cefeidi di lungo periodo — p. es. *RS Puppis* ($P = 41^d$), *SV Vulpeculae* ($P = 45^d$) ecc. — si conservano regolari e cioè hanno curve di luce che si riproducono esattamente di periodo in periodo, mentre avviene l'opposto per *R Sagittae* ($P = 35^d$) ed *SS Geminorum* ($P = 44^d,7$) stelle di breve periodo della famiglia di *RV Tauri*.

214. Curve di luce. Periodo fondamentale e periodo formale. Ipotesi teoriche. Le curve di luce delle variabili del sottogruppo di *RV* Tauri presentano qualche analogia con quelle delle variabili ad eclisse della famiglia di β *Lyrae*; e cioè sono caratterizzate dalla presenza di *un minimo secondario*, ben notevole, *tra due minimi principali*.

Anzi, la somiglianza con il tipo β *Lyrae* è qualche volta così notevole che, se si dispone soltanto di poche osservazioni fotometriche, può nascere qualche confusione tra i due tipi. Ma — senza parlare delle osservazioni spettroscopiche che dimostrano l'impossibilità di un'eclisse per le *RV* Tauri (n. 213) — la distinzione diviene facile continuando per lungo

tempo le misure fotometriche; infatti, *mentre la curva di luce delle variabili del tipo β Lyrae si riproduce con grande regolarità, da periodo a periodo, quella delle variabili del tipo RV Tauri subisce sempre notevoli alterazioni.*

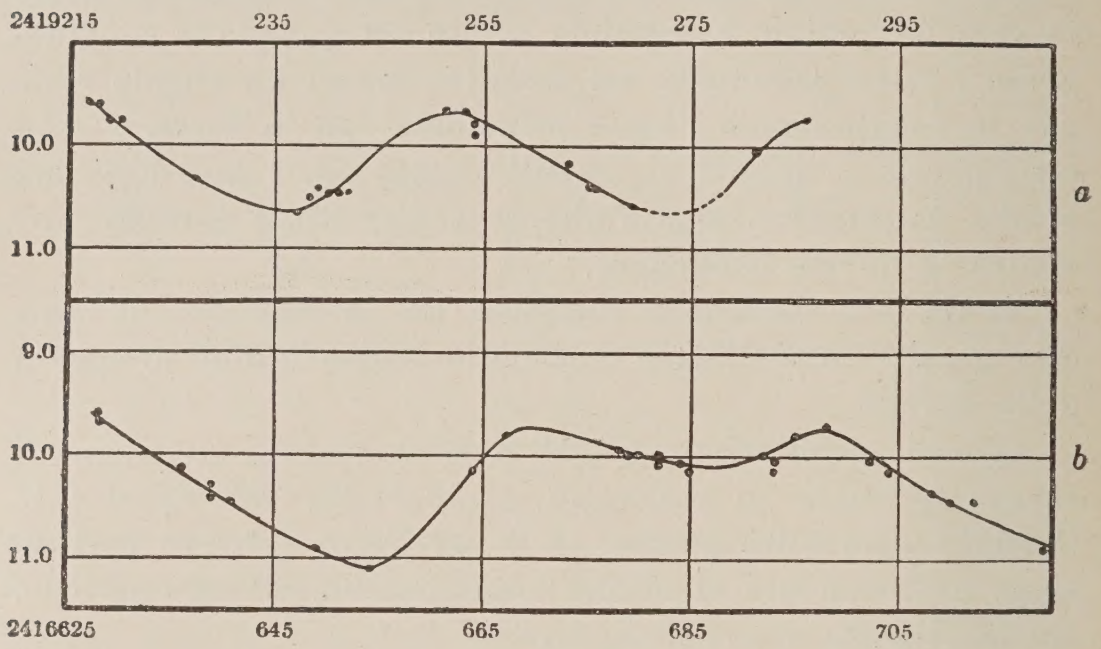


Fig. 180.
Curva di luce di S Sagittae nel 1911 (*a*) e nel 1904 (*b*).

In particolare, tra queste alterazioni, deve notarsi come i minimi principali si scambiano spesso coi secondari; cosa che rende difficile il determinare la durata del periodo. Logicamente infatti il periodo dovrebbe valutarsi come l'intervallo di tempo compreso tra due minimi *della stessa specie*, p. es. tra due minimi principali; però — essendo ora i minimi permutabili tra loro e non esistendo quindi una vera differenza fisica tra il principale ed il secondario — può sostenersi anche l'opinione opposta e cioè di assumere come periodo l'intervallo di tempo compreso tra due minimi consecutivi.

Ora il GERASIMOVIC ha mostrato [1] che *la relazione fon-*

---

[1] Cfr. GERASIMOVIC, mem. cit. in « Harv. Coll. » n. 341.

damentale tra periodo e tipo spettrale (n. 181) *è soddisfatta soltanto se si valuta il periodo nella seconda maniera.* Egli chiama quindi " *Periodo Fondamentale* „ — e cioè vero periodo fisico — l'intervallo di tempo compreso tra due mi-

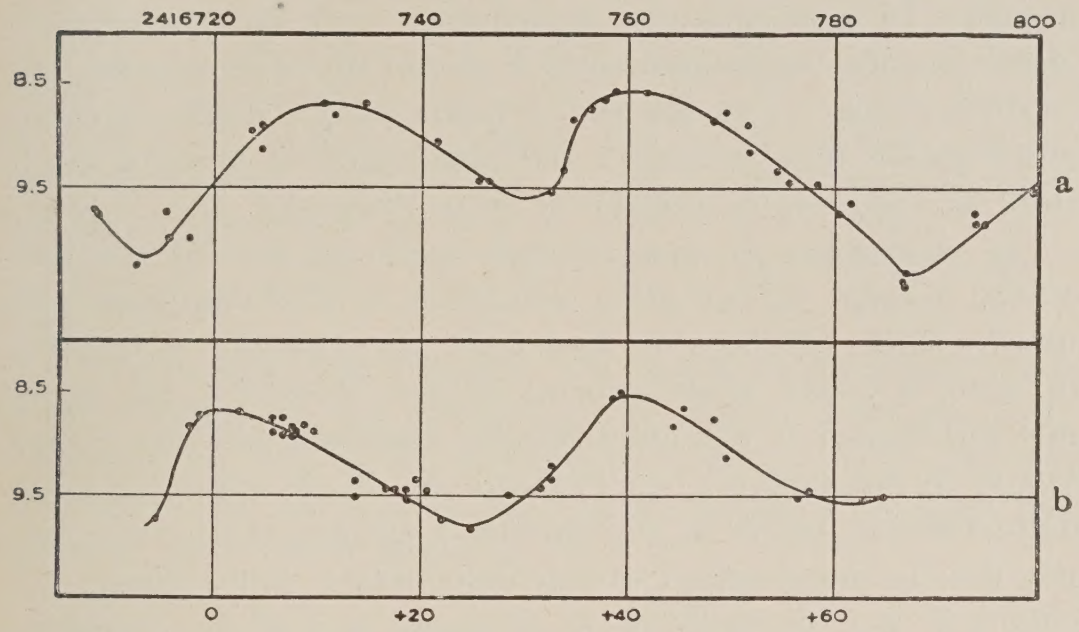


Fig. 181.
Curva di luce di V Vulpeculae (le ascisse indicano le date giuliane e la fase).

nimi consecutivi, mentre riserva in nome di " *Periodo Formale* „ — e cioè periodo apparente — all'intervallo di tempo che separa due minimi della stessa specie: intervallo che è circa doppio del primo.

Dal lato teorico, il GERASIMOVIC cerca di spiegare questi risultati supponendo che le variabili della famiglia di *RV* Tauri siano soggette contemporaneamente a due pulsazioni: una predominante con periodo eguale al periodo fondamentale P e l'altra, accessoria, con periodo eguale al periodo formale e, cioè, eguale circa a $2P$.

Questa spiegazione è ingegnosa, ma dà origine a molte difficoltà. Infatti, se supponiamo che le pulsazioni dell'astro siano dovute soltanto alle *forze interne* — e cioè che si tratti di " *vibrazioni libere* „ secondo la denominazione usata dai matematici — allora la Meccanica insegna che *le pulsazioni*

accessorie sarebbero armoniche di ordine superiore e cioè avrebbero periodi eguali a sottomultipli di P, p. es. $P/2$, $P/3$ ecc., ma non già eguali a $2P$.

Dovrebbe dunque concludersi che la pulsazione accessoria di periodo $2P$ costituisca una "*vibrazione forzata*" — secondo la nomenclatura matematica — e cioè una vibrazione che l'astro esegue sotto l'azione di forze esterne. Ma — in tal caso — si domanda: quali sono e donde provengono queste forze esterne? Dall'attrazione di qualche satellite? Si tratterebbe dunque di stelle binarie?

In mancanza di una risposta soddisfacente, il GERASIMOVIC ricorre ad un'altra soluzione e cioè suppone che queste stelle abbiano la forma di un ellissoide a tre assi (n. 159), il quale ruoti intorno all'asse minore e sia insieme sottomesso a vibrazioni libere. Questa ipotesi ha il vantaggio di riannodarsi con la teoria del JEANS sopra l'origine delle Cefeidi, teoria di cui dovremo parlare tra breve; ma, per ora, le osservazioni di cui disponiamo sono troppo incomplete per permetterci di giungere a qualche risultato.

Tralasciando dunque tale argomento, ci limiteremo a riportare nella seguente tabella le principali stelle [1] della famiglia di *RV* Tauri, con i loro periodi *fondamentali P*, i loro tipi spettrali e le loro grandezze fotografiche al massimo ed al minimo splendore.

---

[1] Cfr. GERASIMOVIC, mem. cit. in « Harv. Coll. Circ. » n. 341; id. *V Vulpeculae* id. n. 321; *The photographic light curves of R Scuti;* id. n. 323; id. *Secular changes in the mean period of R Scuti;* id. n. 333; id. *R Sagittae* id. n. 340.

Cfr. anche BEYER, *Der lichtwechsel der Veränderlichen SS Geminorum und TX Aquilae*, in « Astr. Nachr. » Bd. CCXXXIV n. 5616.

Notiamo in proposito che nell'Handbuch der Astrophysik, Bd. VI - 2, pag. 174, sono registrati i periodi *formali*, non essendo ancora noti i lavori del GERASIMOVIC sui periodi fondamentali.

In conseguenza, i periodi che riportiamo nella nostra tabella - e che sono tratti dalla memoria del GERAMOVIC in « Harv. Coll. Circ. » n. 341 - corrispondono ad un intervallo di tempo che è circa la metà di quello dato dall'Handbuch.

TABELLA

Stella		*Max.*	*Min.*	*P*	*Sp.*
RV Tauri	($\alpha = 4^h\ 41^m,0$; $\delta = 26^o\ 0'$)	$9^m,4$	$11^m,1$	$39^d,3$	*K*0
SS Gemin.	($\alpha = 6\ \ 2,5$; $\delta = 22\ 38$)	9,7	11,0	44,7	*G*0-*K*0
U Monoc.	($\alpha = 7\ \ 26,0$; $\delta = -9\ 34$)	5,7	7,2	46,1	*G*5-*K*2
TT Oph.	($\alpha = 16\ 44,6$; $\delta = 3\ 49$)	9,4	11,7	30,7	*F*7e
TX Oph.	($\alpha = 16\ 59,1$; $\delta = 5\ \ 7$)	9,8	12,1	68,1	*M*0
UZ Oph.	($\alpha = 17\ 17,1$; $\delta = 7\ \ 0$)	9,3	12,5	43,8	*F*8-*K*5
AC Herc.	($\alpha = 18\ 26,0$; $\delta = 21\ 48$)	7,4	9,1	37,7	*F*8e-*K*5
R Scuti	($\alpha = 18\ 42,2$; $\delta = -5\ 49$)	5,7	9,1	72,0	*G*8e-*M*
AR Sgrii	($\alpha = 18\ 53,6$; $\delta = -23\ 51$)	9,5	11,5	44,5	*G*
DF Cygni	($\alpha = 19\ 45,6$; $\delta = 42\ 47$)	10,8	14,2	24,9	?
R Sgttae	($\alpha = 20\ \ 9,5$; $\delta = 16\ 25$)	9,5	11,1	35,4	*G*3
V Vulp.	($\alpha = 20\ 32,3$; $\delta = 26\ 15$)	8,3	10,2	37,8	*G*4

Terminando, aggiungiamo che un'altra famiglia, pure assai importante, del sottogruppo *A* sembra costituita dalle variabili del tipo di *SX Herculis* ($\alpha = 16^h\ 3^m,3$; $\delta = 25^o\ 11'$) che hanno un periodo di circa cento giorni e formano oggetto di molti studi moderni.

215. Le variabili cicliche. Come abbiamo già accennato, il secondo sottogruppo del gruppo intermedio sembra costituito da variabili assai strane, che non hanno relazione con le Cefeidi e che forse non appartengono nemmeno alla « Successione Fondamentale » (n. 181). Queste variabili presentano spesso il tipo spettrale *M* ed i loro periodi — generalmente compresi tra 60 e 100 giorni — si mostrano così irregolari che il GERASIMOVIC propone di chiamarli semplicemente « cicli ». Egli indica quindi tali stelle col nome di *variabili cicliche* e le suddivide in due famiglie, nel modo seguente:

1 - *Cicliche regolari (Regularly cyclic variables)*, il cui periodo — o ciclo — pure essendo variabile, può grossolanamente rappresentarsi con un termine costante addizionato ad un termine sinussoidale, di *notevole* ampiezza. Esempi sono: *AF Cygni* [1] ($\alpha = 19^h\ 27^m,2$; $\delta = 45^o\ 56'$) per cui si

[1] Cfr. « Bull. Obs. de Lyon » Vol. X (1928)

ha $P = 88^d,6 + 10^d,4 \sin 7^0,2E$; *SV Ursae Maioris* [1] ($\alpha = 10^h\ 40^m,4$; $\delta = 55^0\ 34'$) con $P = 78^d + 4^d,8 \sin 8^0,2E$; *SW Persei* [2] ($\alpha = 4^h\ 4^m,0$; $\delta = 41^0\ 57'$) con $P = 145^d + 40^d \sin (12^0,4E + 338^0)$; *R Lyrae* [3] ($\alpha = 18^h\ 52^m,3$; $\delta = 43^0\ 49'$) che ha un periodo variabile tra 40 e 60 giorni ecc.

2 - *Cicliche irregolari (Erratically cyclic variables)*, il cui periodo — o ciclo — varia senza alcuna legge. Così p. es *UU Herculis* ($\alpha = 16^h\ 32^m,5$; $\delta = 38^0\ 10'$) ha un periodo [4] la cui lunghezza è ora di 73^d ed ora di 46^d senza che sia possibile avanzare alcuna previsione in proposito; analogamente *Z Cancri* ($\alpha = 8^h\ 16^m,8$; $\delta = 15^0\ 19'$) ha un periodo [5] che giunge ora a 166^d, ora a 114^d ed ora a 80^d ecc.

Altre cicliche irregolari sono: *TZ Aquilae* [6] ($\alpha = 20^h\ 25^m,0$; $\delta = -5^0\ 5'$); *UX Aurigae* [7] ($\alpha = 5^h\ 8^m,3$; $\delta = 49^0\ 26'$); *V Lyncis* ($\alpha = 6^h\ 20^m,5$: $\delta = 61^0\ 36'$); *TX Draconis* ($\alpha = 16^h\ 33^m,6$; $\delta = 60^0\ 40'$); *TV Andromedae* ($\alpha = 22^h\ 53^m,5$; $\delta = 42^0\ 12'$); *UZ Aurigae* ($\alpha = 5^h\ 8^m,2$; $\delta = 40^0\ 1'$) ecc; variabili tutte ancora poco conosciute e le cui osservazioni possono costituire un bel campo di ricerca per ogni studioso di astronomia e possono portare molta luce sopra problemi ancora insoluti.

Intanto, come è evidente, la teoria delle variabili cicliche presenta gravissime difficoltà. Ammettendo p. es. che siano stelle pulsanti e ricordando (eq. 383) che la durata del periodo varia in ragione inversa della radice della densità dell'astro, occorrerebbe supporre che tale densità oscilli periodicamente dentro limiti abbastanza larghi, mentre invece l'ampiezza della variazione fotometrica è spesso assai modesta. Più semplice forse sarebbe il ricorrere alla « veil theory » (n. 211),

---

(1) Cfr. « Harv. Bull. » n. 869

(2) Cfr. « Harv. Circ. » n. 338

(3) Cfr. Okouneff, *The variable R Lyrae*, in « Astr. Nachr. » Bd. CCXXVIII n. 5458

(4) Cfr. « Harv. Bull. » n. 857

(5) Cfr. « Harv. Bull. » n. 862

(6) Cfr. « Harv. Bull. » n. 869

(7) Cfr. « Harv. Bull. » n. 869

che sembra particolarmente indicata per spiegare variazioni luminose irregolari e di moderata ampiezza; ma troppi dati mancano per avanzare qualche ipotesi con buon fondamento.

Per ora, come dicevamo, urge sopra tutto di *osservare*, sia spettroscopicamente che fotometricamente, e, in modo speciale, con l'uso di *filtri colorati*.

CAPITOLO SESTO

Le variabili regolari o Cefeidi

§ 1. - I RISULTATI DELLE OSSERVAZIONI

216. Generalità. *Le Cefeidi,* [1] *o variabili regolari, o variabili a breve periodo, o variabili bianche,* sono stelle supergiganti appartenenti ai primi tipi spettrali (*B*,*A* od *F*) le quali preferiscono i dintorni della Via Lattea, hanno colore bianco e *presentano variazioni di luminosità di moderata ampiezza* (una o due grandezze stellari), *di breve periodo e e di grande regolarità.* Questi caratteri e specialmente la *regolarità* — e cioè il fatto che la curva di luce è quasi esattamente periodica — bastano già a far distinguere immediatamente le Cefeidi dalle altre variabili.

Nella peggiore ipotesi, potrebbe nascere qualche dubbio con le variabili ad eclisse, le quali sono pure stelle giganti di color bianco, di forte concentrazione galattica e con variazioni di luce regolarmente periodiche. E ciò, del resto, collimerebbe con una teoria del JEANS, che esporremo tra breve,

---

[1] Tra le memorie, di carattere generale, sopra le Cefeidi citiamo per ora: SHAPLEY, *On the nature and cause of Cepheid variation,* in « Astroph. Journ. » Vol. XL; HENROTEAU, *The Cepheid Problem,* in « Publ. Dominion Obs. Ottawa » Vol. IX; GUESSOW, *Kritische Zusammenstellung sämtlicher Beobachtungsergebnisse der Veränderlichen vom δ Cephei Typus,* Inaug. Diss. Berlin. 1924; LUDENDORFF, *Untersuchungen über die δ Cephei Sterne,* in « Sitz. der Preussischen Akad. der Wiss., Phys. Math. Klasse 1929 »; H. SHAPLEY, *Investigations of Cepheid variables,* in « Harvard. Coll. Observ. » Circ. nn. 313, 314, 315.

e secondo la quale le Cefeidi sono stelle prossime a dividersi in due componenti, mentre le variabili ad eclisse sono stelle già divise da poco tempo.

In generale però ogni confusione riesce impossibile, giacchè le curve di luce delle Cefeidi hanno forma assai diversa da quelle delle variabili ad eclisse. In casi eccezionali — p. es. per la distinzione tra le Cefeidi del tipo di ζ *Geminorum* e le variabili ad eclisse del tipo di *W Ursae Maioris* le cui curve di luce sono molto simili tra loro — decide lo spettroscopio il quale mostra che le Cefeidi non possono essere binarie ad eclisse. Infatti la loro velocità radiale è algebricamente massima al momento del minimo splendore, onde l'eclisse dovrebbe aver luogo (n. 213) quando la congiungente l'astro principale col satellite è normale al raggio vettore diretto verso la Terra: ciò che è assurdo.

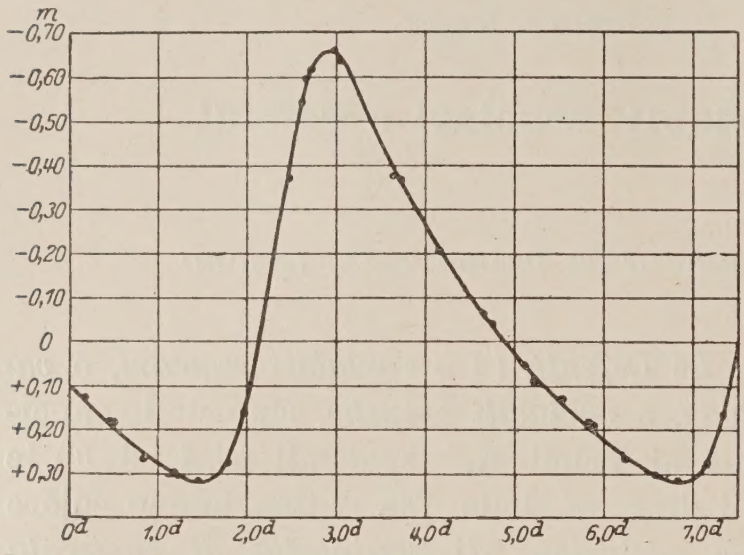


Fig. 182.
Curva di luce di δ Cephei (Guthnick).

217. Fenomeni fotometrici. Praticamente gli astronomi usano dividere le Cefeidi in *Cefeidi a lungo periodo* e *Cefeidi a breve periodo*, secondo che P è maggiore o minore di un giorno; tranne eccezioni, le ultime si trovano negli ammassi stellari e si chiamano *Cefeidi dei Clusters*, mentre le prime si dicono *Cefeidi Ordinarie*. Più particolarmente però, le curve di luce possono suddividersi in tre tipi e cioè:

a) Tipo di δ Cephei, o tipo fondamentale, in cui le curve presentano una rapida ascesa seguita da una discesa più lenta, spesso interrotta da una breve sosta, o — più rara-

mente — da un massimo secondario [1] appena accennato. A questo fatto si deve appunto, il nome di *Blinksterne* (stelle a faro) spesso usato dagli astronomi tedeschi. Es. δ *Cephei* ($\alpha = 22^h\ 25^m,5$; $\delta = 57^0\ 54'$)

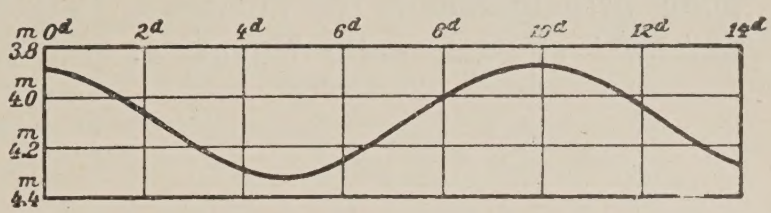


Fig. 183.
Curva di luce di ζ Geminorum (F. Becker).

b) *Tipo di ζ Geminorum, o tipo sinussoidale*, in cui l'ascesa è simile alla discesa onde la curva presenta l'aspetto di una sinussoide. Es. ζ *Geminorum* ($\alpha = 6^h\ 58^m,2$; $\delta = 20^0\ 43'$)

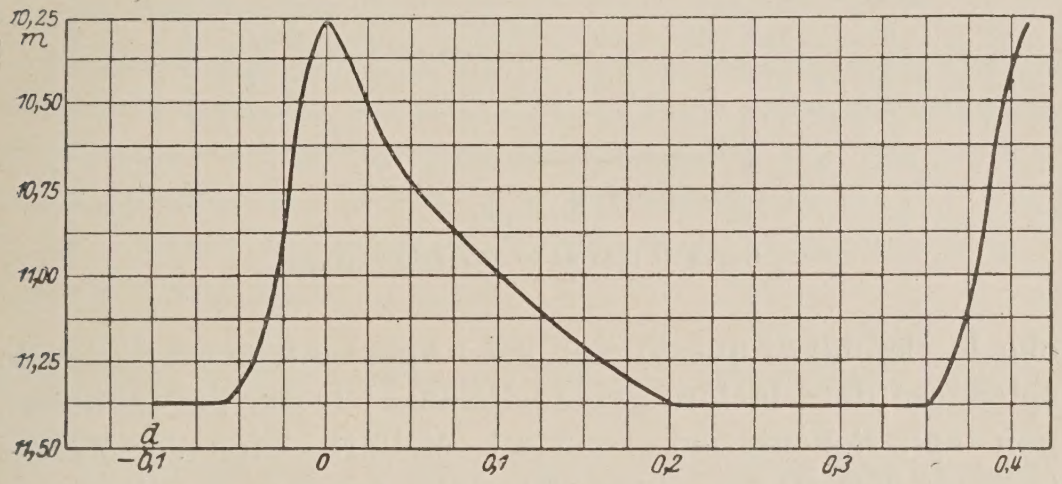


Fig. 184.
Curva di luce di *ST* Virginis (Guthnick).

c) *Tipo Antialgol, o tipo degli ammassi stellari*, in cui la curva di luce presenta minimi assai larghi e massimi acuti e somiglia quindi ad una sega con denti acuminati, ma distanti tra loro, od anche alla curva di *Algol* rovesciata. Di qui appunto ebbe origine il nome di « Antialgol » dato

---

[1] Cfr. Jordan, *Note on the question of secondary oscillations in Cepheid variables*, in « Month. Not. » Vol. LXXXII; Hoffmeister, *Über die Lichtkurven der δ Cephei Sterne*, in « Astr. Nachr. » Bd. CCXXV n. 5388.

a questo tipo da HARTWIG; nome oggi sostituito con quello di « tipo degli ammassi » (cluster type), giacchè vi appartengono principalmente le numerose Cefeidi contenute negli ammassi stellari, nelle Nuvole di Magellano ecc. Notiamo

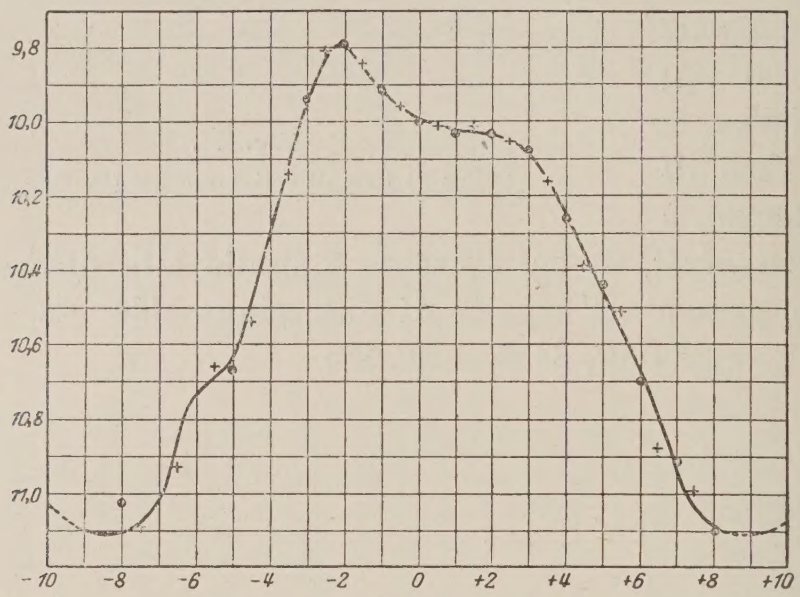


Fig. 185.
Curva di luce di *W* Virginis (CHANT).

che le Cefeidi di questo tipo sono apparentemente di debole splendore data la loro grande distanza; le due più luminose, non appartenenti ad ammassi stellari, sono *R Muscae* ($\alpha = 12^h\ 36^m,0$; $\delta = -68^o\ 52'$) e *RR Lyrae* ($\alpha = 19^h\ 22^m,3$; $\delta = 42^0\ 36'$) ambedue di settima grandezza. [1]

Come abbiamo detto, i periodi delle Cefeidi sono generalmente brevi. Più precisamente, secondo una statistica di Margherita GÜSSOW, su 171 Cefeidi ben conosciute, se ne contano 59 con periodo minore di un giorno, 107 con periodi compresi tra un giorno ed un mese e 5 con periodi supe-

---

[1] Cfr. R. SANFORD, *On the period and radial velocity of cluster type variable RR Lyrae*, in «Astroph. Journ.» Vol. LXVII (1928); HELLERICH, *Ueber den Lichtwechsel von RR Lyrae*, in « Astr. Nachr. » Bd. CCXXVII n. 5433.

riori ad un mese: casi estremi sono [1] *SS Geminorum* ($\alpha = 6^h\ 2^m,5$; $\delta = 22^o\ 38'$) per cui si ha $P = 44^d,87$ e *XX Cygni* ($\alpha = 20^h\ 1^m,3$; $\delta = 58^o\ 40'$) per cui si ha $P = 0^d$, 1349. Di regola i *periodi più brevi appartengono al "cluster type"*.

Quanto al *rapporto di* LUDENDORFF, esso ha valori diversi per i tre tipi ora nominati, come è facile intuire data la diversa forma delle curve di luce; e precisamente *è massimo nel tipo sinussoidale* ($\varepsilon = 0,50$ circa), *medio nel tipo fondamentale* ($\varepsilon = 0,30$ circa) *e minimo nel cluster type* ($\varepsilon = 0,15$ circa).

Infine, con l'analisi armonica, si trova [2] che:

1) Nel tipo sinussoidale, come del resto è evidente, l'equazione della curva di luce può essere rappresentata da un termine costante — la grandezza media — addizionato con un termine sinussoidale.

2) Nel tipo fondamentale, oltre al termine costante, occorrono invece due termini sinussoidali: uno preponderante di periodo P eguale al periodo fotometrico e l'altro, secondario, di ampiezza minore e di periodo eguale a $P/2$. Così p. es. secondo il PHILLIPS, la grandezza apparente m di δ *Cephei* è data dalla formula:

$$m = 4,15 + 0,44\cos(\varphi - 180^o) + 0,08\cos(2\varphi - 108^o) \tag{389}$$

3) Infine nel « cluster type » oltre al termine costante occorrono almeno tre termini sinussoidali di periodo $P, P/2$ e $P/3$.

Quanto alla grandezza assoluta M — media tra il mas-

---

[1] Recentemente sarebbe stata scoperta una variabile ($\alpha = 8^h\ 19^m,6$; $\delta = -18^0\ 45'$) con periodo $P = 0^d,0697$; cfr. « Nature » n. 3027 (marzo 1931).

[2] Cfr. PHILLIPS, *On the light curves of short period variables*, in « Month. Not. » Vol. LXXVIII; PLUMMER, *An Analys of the magnitude curves*, id. Vol. LXXIX; NIJLAND, *Notiz über die Lichtkurven der δ Cephei Sterne*, in « Astr. Nachr. » Bd. CCXX n. 5262.

Il VERNON nella sua nota, *A relation between the period and sharpness of rise of Cepheid variables*, in « Harv. Coll. Observ. » Bull. n. 872 (1930), ha trovato che tra ε e P sussiste la relazione

$$\varepsilon = 1,12 - 0,64 \log P.$$

simo ed il minimo — delle Cefeidi, ricordiamo che essa *decresce col crescere del periodo*, in conformità alla nota legge di LEAVITT (n. 116). In particolare, come vedemmo, per $P = 5^d$ si ha $M = -2{,}2$ corrispondente ad una luminosità 600 volte maggiore di quella del Sole; per $P = 33^d$ si ha $M = -5$ corrispondente ad una luminosità 10000 volte maggiore ecc. E questi altissimi splendori assoluti indicano appunto come le Cefeidi siano *stelle supergiganti*.

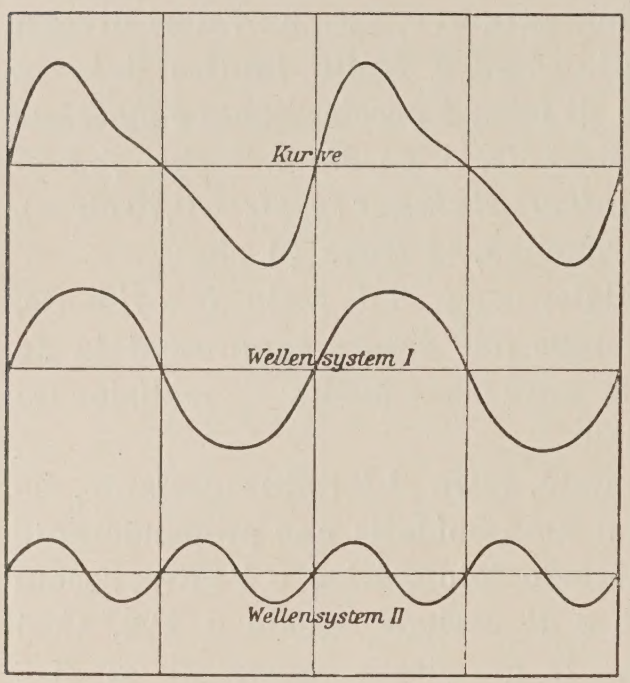


Fig. 186.
Decomposizione della curva di luce di δ Cephei in due sinussoidi (GRAFF).

Infine le *parallassi* delle Cefeidi sono assai piccole e generalmente inferiori a 0″,01, ciò che indica la loro grande distanza. [1]

218. Variazioni del periodo e della curva di luce. Sebbene le Cefeidi appaiano rigorosamente periodiche in una prima approssimazione, pure un esame più accurato fa scoprire delle piccole irregolarità, il cui studio si presenta molto importante e costituisce anzi uno dei compiti dell'Astronomia Siderale Moderna.

I casi più notevoli sono due e cioè:

a) L'esistenza di deboli *variazioni secolari* nella durata del periodo,

b) L'esistenza di deboli *variazioni periodiche* nella durata del periodo stesso.

---

[1] Cfr. R. WILSON, *The proper motions and the mean parallaxes of Cepheid variables*, in « Astronomical Journ. » n. 821; GERASIMOVIC, *The proper motions and luminosities of galactic cepheids*, id. n. 951.

Come esempi del primo caso citiamo δ *Cephei*, il cui periodo, — secondo HERTZSPRUNG [1] — sembra diminuire di 0,08 secondi per anno; *T Monocerotis*, il cui periodo — secondo BEMPORAD [2] — aumenterebbe di quattro secondi per anno ecc.

Come esempi del secondo caso, citiamo la *XZ Cygni* per cui si avrebbe, secondo BLAZKO [3]:

$$(390) \qquad Max = 2417201^d,235 + 0^d,46659E + 0^d,008\sin(3^\circ E + 123^\circ)$$

formula dove è bene notare la piccola ampiezza del termine periodico perturbatore, all'opposto di quanto avveniva per le variabili semiregolari.

219. Fenomeni spettroscopici. Come abbiamo già detto, le Cefeidi appartengono generalmente ai primi tipi spettrali ed anzi il loro tipo varia col periodo secondo la nota (n. 118) *Period Spectrum Relation* di H. SHAPLEY. [4]

Così per $P < 1^d$ prevale il tipo $A2$, per P compreso tra 1^d e 3^d il tipo $F1$, per P compreso tra 3^d e 10^d il tipo $G0$, per P compreso tra 10^d e 30^d il tipo $G4$, per $P > 30^d$ il tipo $G8$. Generalmente poi, gli spettri presentano la caratteristica *c* di Miss MAURY, ciò che conferma il carattere di stelle supergiganti. [5]

---

[1] Cfr. HERTZSPRUNG, *Bestimmung der Period von δ Cephei*, in « Astr. Nachr. » Bd. CCX, n. 5018; LUDENDORFF, *Uber die Änderung der Period von δ Cephei*, id. Bd. CCXII n. 5076

[2] Cfr. « Mem. Soc. Spettr. Italiani » 1921

[3] Cfr. « Ann. de L'Obs. de Moscou » Vol. VIII (1916)

[4] Cfr. anche: RUSSELL, *On the relations between Period, Luminosity and Spectrum among Cepheids*, in « Astroph. Journ. » Vol. LXVI; OKUNEFF, *On the relation between the period and the form of color-curve of stars of δ Cephei type*, in « Astr. Nachr. » Bd. CCXXXVI n. 5660 (1929): BRUGGENGATE, *The variations in light, color, and radial velocity of Y Sagittarii*, in « Harv. Coll. Observ. » Circ. 351 (1930); H. SHAPLEY, *The period spectrum relation for Cepheid variables*, id. Circ. 313.

[5] Cfr. C. PAYNE, *The c caracteristic and the brightness of Cepheid variables*, in « Harv. Coll. Observ. » Bull. n. 872 (1930).

Ma forse, il fatto più importante consiste nella *stretta relazione che unisce la variazione fotometrica delle Cefeidi,*

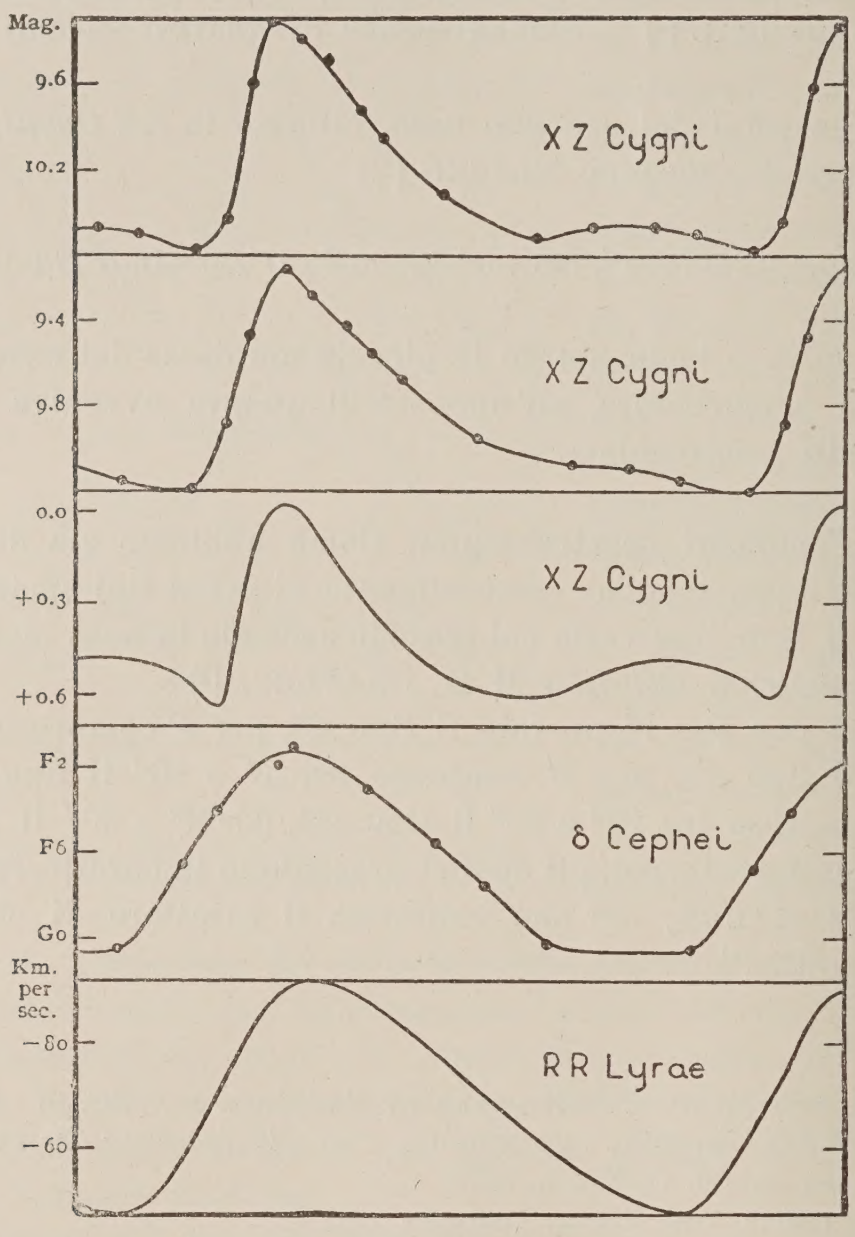


Fig. 187.

Dall'alto al basso: Variazioni della grandezza fotografica, della grandezza visuale, dell'indice del colore, del tipo spettrale e della velocità radiale delle Cefeidi.

con la variazione della velocità radiale, del tipo spettrale e dell'indice di colore. E cioè:

a) La posizione delle righe spettrali è variabile con periodo eguale al periodo fotometrico *P*, indicando così una

variazione periodica della velocità radiale dell' astro. Come già sappiamo, tale velocità diviene minima, in senso algebrico, quando l' astro è nel massimo splendore e massima quando l' astro è nel minimo splendore.

b) Il tipo spettrale subisce lievi variazioni periodiche con lo stesso periodo *P* e precisamente *si sposta verso i tipi più avanzati, quando diminuisce lo splendore dell'astro:* così p. es *δ Cephei* ha il tipo *F*0 quando si trova nel massimo splendore ed il tipo *G*2 quando è nel minimo (n. 132).

Recentemente poi, HENROTEAU ha mostrato [1] che *il massimo splendore è accompagnato da un incremento della forza delle righe di scintilla, ciò che indica un aumento della ionizzazione dei gas stellari e quindi un aumento della loro temperatura.*

Inoltre le righe spettrali, per cause non ancora ben note sono generalmente più larghe quando l' astro è nel minimo splendore. E tale fenomeno sembra connesso col fatto, messo in luce da ARAKI, secondo cui la pressione atmosferica è massima quando l' astro è vicino al minimo splendore, ed è minima quando l' astro è vicino al massimo splendore. [2]

c) Il colore dell' astro si sposta verso il violetto — e quindi l' indice del colore diminuisce — *quando aumenta lo splendore;* così p. es l' indice del colore di *δ Cephei* è 0,92 quando l' astro è nel minimo splendore, mentre discende a 0,45 quando l' astro tocca il massimo splendore.

È evidente che questo fatto conferma, (n. 49) quanto già abbiamo detto e cioè che l' incremento della luminosità è accompagnato da un incremento di temperatura: fenomeno di altissimo interesse e che vedemmo verificarsi pure per le

---

(1) HENROTEAU, *The Cepheid Problem*, in « Pub. Dominion Observ. Ottawa » Vol. IX

(2) Cfr. G. TIERCY, *Recherches sur* SU *Cassiopeiae et sur les Cepheides à courtes periodes*, in « Memorie R. Oss. Astrofisico di Arcetri » n. 44, (1927); ARAKI, *Atmosphärendruckänderung in der Cepheiden*, in « Japanese Journal of Astronomy », Vol. VI (1928); COLACEVICH, *Variabilità delle righe dell' idrogeno e del calcio nello spettro di alcune Cefeidi* in « Memorie R. Oss. Astrofisico di Arcetri », n. 47.

variabili semiregolari del tipo di *Mira Ceti* (n. 207). In particolare, per δ *Cephei* si ha una temperatura effettiva di 5400 al minimo splendore e di 6400 al massimo; per ζ *Geminorum* si ha 5000 al minimo e 5300 al massimo; per la *Polare* — che sembra una Cefeide con periodo di 4^d e con debole variazione ($A = 0^m, 08$) — si ha 5700 al minimo e 5800 al massimo splendore ecc.

Terminando, sarà bene aggiungere che tali variazioni di temperatura, e quindi di colore, rendono l'ampiezza fotografica maggiore della fotometrica e questa, a sua volta, maggiore (n. 207) della bolometrica. Più precisamente, secondo M. Güssow, il rapporto tra l'ampiezza fotografica e quella visuale è eguale, in media, ad 1,33 per le Cefeidi a breve periodo e ad 1,73 per quelle a lungo periodo. Si presenta quindi lo stesso fenomeno che abbiamo già notato per le stelle della famiglia di *Mira Ceti*, ma in modo meno rilevante, ciò che è conseguenza (n. 207) della maggiore temperatura delle Cefeidi.

220. Cefeidi ordinarie. Le Cefeidi ordinarie sono sparse nel cielo con netta preferenza verso le regioni galattiche. Tranne eccezioni (p. es. *XX Cygni* con $P = 0^d, 1349$) esse hanno periodo superiore ad un giorno e si dividono in *Cefeidi del tipo fondamentale* ed in *Cefeidi del tipo di ζ Geminorum*.

Henroteau [1] vi aggiunge anche le *Semivariabili Cefeidi* che divide in *Semivariabili del tipo di β Canis Maioris* ed in *Semivariabili del tipo di α Orionis*, le prime a breve e le altre a lungo periodo. Ma, poichè la legittimità di tale aggiunta sembra ancora dubbia e poichè abbiamo già parlato di questi astri ai nn. 132 e 205, ci limiteremo agli altri tipi, riportando nella seguente tabella quelle Cefeidi che al massimo splendore, toccano almeno la settima grandezza. Come sempre, le coordinate sono riferite all'equinozio 1900,0.

---

[1] Per maggiori notizie cfr. Henroteau mem. cit. e Hoffmeister, *Über die Lichtkurven der δ Cephei Sterne*, in «Astr. Nachr.» Bd. CCXXV n. 5388

TABELLA

Cefeidi ordinarie

N.	STELLA	M	m	Ep. del Max	P
	A) Cefeidi del tipo fondamentale				
1	*SU* Cassiopeiae ($2^h 43^m,1$; $68^0 29'$)	5,9	6,3	$2417287^d,30$	$1^d,950$
2	*T* Monocerotis (6 19,8; $7^0 8$)	6,0	6,8	2410012,40	27,003
3	*RT* Aurigae (6 22,1; 30 33)	5,0	5,9	2417173,36	3,728
4	*W* Geminorum (6 29,2; 15 24)	6,4	7,7	2413266,34	7,916
5	*ST* Ursae Maioris (11 22,4; 45 44)	6,7	7,8?	2418233,00?	8,8 ?
6	*X* Sagittarii (17 41,3; -27 48)	4,4	5,0	2402854,39	7,012
7	*Y* Ophiuci (17 47,3; -6 7)	6,2	7,0	2408694,25	17,121
8	*W* Sagittarii (17 58,6; -29 35)	4,3	5,1	2402849,45	7,595
9	*Y* Sagittarii (18 15,5; -18 54)	5,8	6,6	2410175,10	5,773
10	*U* Sagittarii 18 26,0; -19 12)	7,0	8,0	2414935,30	6,745
11	*S* Scuti (18 44,9; -8 1)	6,4	8,3?	2415979 ?	23 ?
12	*RR* Lyrae (19 22,3: 42 36)	6,8	7,7	2419697,76	0,567
13	*U* Aquilae (19 24,0; -7 15)	6,2	6,9	2410170,32	7,024
14	*U* Vulpeculae (19 32,3; 20 7)	6,9	7,6	2414200,25	7,990
15	*SU* Cygni (19 40,8; 29 1)	6,7	7,3	2414202,82	3,846
16	*η Aquilae* (19 47,4; 0 45)	3,7	4,3	2596168,73	7,176
17	*S* Sagittae (19 51,5; 16 22)	5,4	6,1	2409863,32	8,382
18	*X* Cygni (20 39,5; 35 14)	6,2	7,4	2410190,68	16,390
19	*T* Vulpeculae (20 47,3; 27 53)	5,5	6,4	2409849,08	4,436
20	*δ Cephei* (22 25,5; 57 54)	3,6	4,3	2393659,86	5,366
	B) Cefeidi del tipo ζ Geminorum				
1	*α Ursae Minoris* (St. Polare)	2,2	2,3	2418985,94	3,968
2	*ζ Geminorum* (6 58,2; 20 43)	3,7	4,3	2410640,60	10,155

Storicamente ricorderemo che la variabilità di *δ Cephei* fu scoperta nel 1784 da GOODRICKE; quella di *η Aquilae* nello stesso anno da PIGOTT, benchè, sembra, sia stata notata fin dal 1612 da JUSTUS BYRGIUS; quella di *ζ Geminorum* nel 1847 da ARGELANDER ed, infine, quella della *Polare* fu sospettata dal SEIDEL fin dalla metà del secolo scorso e dimostrata da STEBBINS [1] col fotometro a selenio.

---

[1] Cfr. J. STEBBINS, *The variation of α Ursae Minoris*, « Astr. Nachr. » Bd. CLXXXXII, n. 4596.

Aggiungiamo che, secondo alcuni astronomi, la *S Scuti* — che ha il tipo spettrale *N* e colore rossastro — sarebbe forse una variabile semiregolare.

221. Cefeidi degli ammassi, o Cumulidi. Le Cefeidi degli ammassi stellari — chiamate spesso *Cumulidi* (da Cumulus

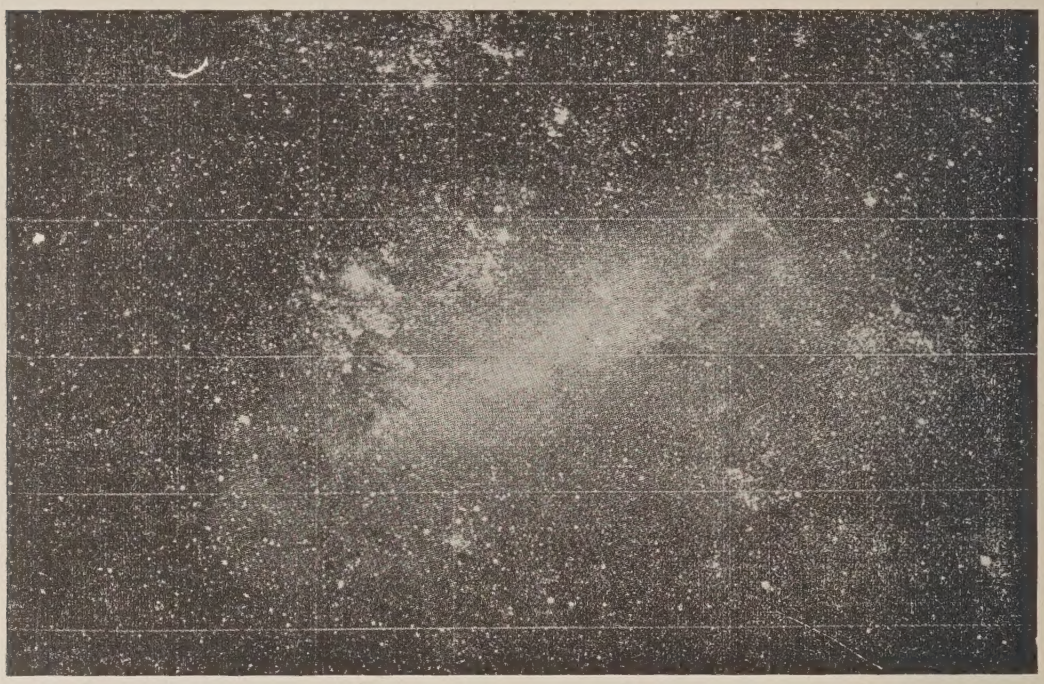


Fig. 188.
La grande nube di Magellano (Franklin-Adams).

= Ammasso) — hanno, in generale, curve di luce appartenenti al tipo antialgol e debolissimo splendore apparente, assai spesso inferiore alla 14ma grandezza, ciò che è conseguenza della loro immensa distanza da noi. Occorre dunque studiarle per mezzo di *fotografie a lunga posa*, eseguite con riflettori a specchio parabolico di larga apertura.

In tal modo, nell'ammasso globulare di ω *Centauri* (NGC 5139; $\alpha = 13^h\ 21^m$; $\delta = -46^o\ 47'$) — uno dei più lucidi ammassi del cielo, disgraziatamente sempre invisibile da noi — ne furono scoperte circa duecento e quasi altrettante nell'ammasso globulare dei *Levrieri* (*M*3; $\alpha = 13^h\ 38^m$; $\delta = 28^o\ 53'$). Analogamente nell'ammasso globulare del *Serpente* (*M*5; $\alpha = 15^h\ 13^m$; $\delta = 2^o\ 27'$) se ne sono contate circa

cento e, poco meno, nell'ammasso globulare di *Pegaso* ($M15$; $\alpha = 21^h\ 25^m$; $\delta = 11^\circ\ 44'$); inoltre circa una diecina ne compaiono nell'ammasso globulare dell'*Ercole* ($M13$; $\alpha = 16^h\ 38^m$; $\delta = 36^\circ\ 39'$) ed altrettante nel bellissimo ammasso del *Tu-*

Fig. 189.
La piccola nube di Magellano (Osservatorio di Arequipa).

cano (NGC 104) purtroppo, anche esso, sempre invisibile da noi. Al presente si conoscono circa trenta ammassi globulari contenenti Cefeidi.

Ma la più importante scoperta in proposito è dovuta a Miss H. Leavitt, la quale, nel 1904-5, trovò un migliaio di Cefeidi [1] nella piccola *Nube di Magellano*, paragonando tra loro varie fotografie della Nube, eseguite a diverse epoche in Arequipa (Perù) dove si trova la succursale dell'Os.

---

[1] Cfr. Henrietta S. Leavitt, 1777 *Variables in the Magellanic Clouds*, « Ann. of Harvard Coll. », Vol. LX; Shapley, *Cluster type variables*, in « Harv. Coll. Observ. », Circ. 315. Per ulteriori notizie sopra

servatorio di Harvard College. E fu appunto in tal modo che la valorosa astronomessa giunse a quella *Legge di Leavitt*

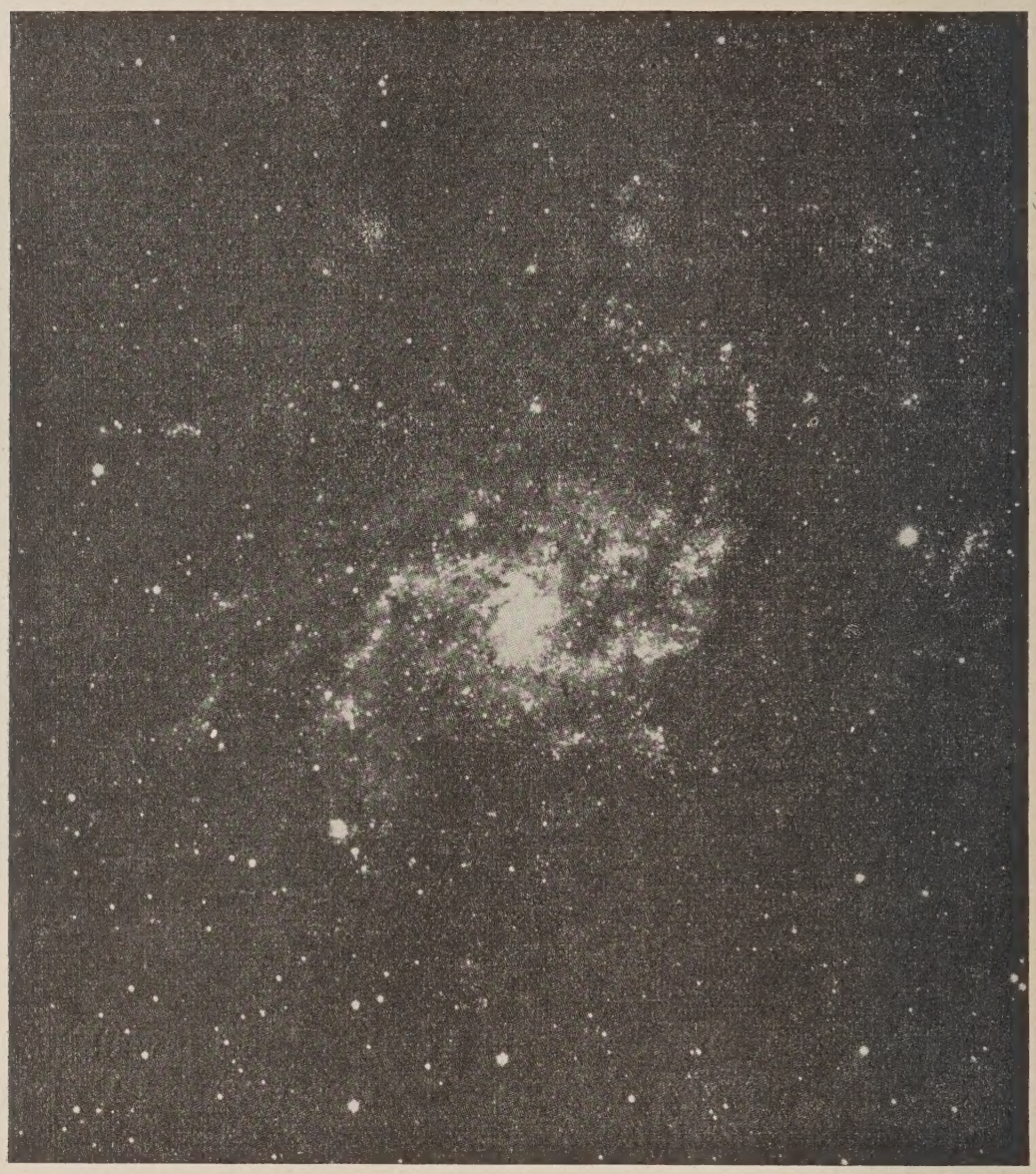


Fig. 190.
Nebulosa spirale del Triangolo, *M*33 (Osservatorio di Lick).

(n. 116), tanto utile per il calcolo delle grandi distanze.

Ma, oltre che negli ammassi globulari, le Cumulidi com-

---

le Cumulidi, rimandiamo i lettori specialmente ai « Bulletins » dell'Osservatorio di Harvard Coll. Ricordiamo pure che le prime scoperte di *Cumulidi* ebbero luogo nel 1895, per opera del Bailey.

paiono nelle *nebulose a spirale*. In proposito HUBBLE [1] ne ha trovate una quarantina nella nebulosa spirale del *Triangolo* ($M33$; $\alpha = 1^h\ 28^m$; $\delta = 30^\circ\ 10'$) ed altrettante nella grande nebulosa spirale di *Andromeda* ($M31$; $\alpha = 0^h\ 37^m$; $\delta = 40^\circ\ 44'$); di queste ultime circa una dozzina sono Cefeidi a lungo periodo ed anzi con P compreso tra 18^d e 50^d. Applicando la legge LEAVITT, il Prof. HUBBLE trova come distanza della nebula $D = 285000$ parsecs e cioè quasi un milione di anni di luce!

Terminando notiamo che BAADE, [2] all'Osservatorio di Amburgo, dopo aver nuovamente esaminato con buone osservazioni fotografiche i periodi di alcune cumulidi e dopo paragonato i suoi risultati con quelli ottenuti prima dal BAILEY, avrebbe scoperto una variazione nei periodi stessi. Ma l'importante questione merita conferma.

§ 2. TEORIA DELLE CEFEIDI

222. Cenni storici. I vecchi astronomi, fondandosi sopra l'esatta periodicità delle Cefeidi ed ignorandone le altre proprietà cercarono di spiegarne la variazione di luce con l'ipotesi maculare rotazionale (n. 211) o supponendo che esse fossero variabili ad eclisse. [3] In proposito, abbiamo già visto quali difficoltà si oppongano alla prima ipotesi (n. 211), mentre il fatto che la curva di luce presenta rapida ascesa e debole discesa sembrava pure opporsi alla seconda ipotesi; almeno ammettendo stelle di forma quasi sferica.

Ma una nuova era s'iniziò nel 1894 quando BELOPOLSKY [4]

---

[1] Cfr. HUBBLE, *Cepheids in Spiral Nebulae*, in «The Observatory», Vol. XLVIII.

[2] Cfr. «Astr. Abh. der Hamburger Sternwarte», Vol. II.

[3] Notiamo che qualche trattato, relativamente recente, adotta ancora la teoria delle eclissi; cfr. p. es. ANDRÈ, *Traité d'Astronomie Stellaire*, Vol. II (Paris, Gauthier, 1900).

[4] Cfr. BELOPOLSKY, *Das Spektrum von δ Cephei*, in «Astr. Nach.», Bd. CXXXVI n. 3257; id. *Ueber die Bewegung von ζ Geminorum in der*

eseguì le sue osservazioni spettroscopiche sopra δ *Cephei* e le proseguì su η *Aquilae* e su ζ *Geminorum*. Infatti queste osservazioni, che vari astronomi estesero a molte altre Cefeidi, mostrarono una velocità radiale periodicamente variabile e *tale da escludere nettamente l' ipotesi di una eclisse* (nn. 213 e 216).

In conseguenza, le ipotesi che possiamo fare sopra la natura delle Cefeidi debbono presumibilmente ridursi a due, e cioè:

1) Le Cefeidi costituiscono dei *sistemi binari* spettroscopici, in cui la variazione di luce è prodotta, non già da un' eclisse, ma da perturbazioni periodiche cagionate da una stella sull' altra.

2) Oppure le Cefeidi sono *stelle pulsanti*, analogamente a quanto vedemmo per *Mira Ceti* e per *Betelgeuse*

Il JEANS ha però avanzato una terza ipotesi, che logicamente potrebbe considerarsi come intermedia tra queste due e in cui le Cefeidi vengono considerate come stelle prossime a dividersi in due componenti (fission theory)

Come ora vedremo, la prima ipotesi si urta con gravissime difficoltà ed oggi può dirsi quasi abbandonata; le altre due sono tuttora in vita e si contendono il campo, ma l' ipotesi delle pulsazioni sembra prevalere.

223. L' ipotesi binaria. Nata al principio del secolo XX, dopo le ricerche del BELOPOSKY a cui abbiamo ora accennato, questa ipotesi ammette che le Cefeidi siano dei sistemi binari spettroscopici; cosa, a prima vista, ben naturale essendo la loro velocità radiale variabile periodicamente. Ma vediamo contro quali difficoltà si vada ad urtare.

Intanto, eseguendo i calcoli con i metodi dati dalla *Teoria delle Orbite*, si trova:

1) Che le *eccentricità* sono generalmente *grandi* (p. es per η *Aquilae* si ha $e = 0{,}49$, per δ *Cephei* $e = 0{,}48$ ecc.), al

---

Gesichtlinie, id. Bd. CIL n. 3565; id. *Researches on the spectrum of η Aquilae*, in « Astroph. Journ. », Vol. VI; HENROTEAU, *A study of η Aquilae*, in « Publ. Dom. Obs. Ottawa », Vol. IX nn. 5 e 7.

contrario di ciò che ha luogo generalmente per le altre doppie spettroscopiche (n. 16);

2) Che i *periastri* non sono distribuiti a caso, ma sembrano condensarsi nell'intervallo compreso tra $\omega = 40^0$ ed $\omega = 110^0$ e cioè in vicinanza al raggio vettore che unisce l'astro con la Terra [1];

3) Che infine la *funzione di massa* (n. 209) $F_2 = \frac{\mu_2{}^3 sin^3 i}{(\mu_1 + \mu_2)^2}$ *risulta sempre molto piccola* e cioè eguale, in media, a 0,003⊙. Poichè sarebbe illogico di supporre che, per tutte le Cefeidi studiate, l'inclinazione i del piano dell'orbita sia sempre debolissima, *occorre ammettere* in conseguenza *che la massa* μ_2 *della della stella satellite sia sempre piccolissima*; risultato, anche questo, contrario a quanto avviene per i sistemi binari spettroscopici.

Ma non basta.

Giunti alla conclusione che μ_2 è trascurabile, l'equazione (206) del n. 114 può scriversi:

$$a = \sqrt[3]{\mu_1 T^2} \tag{391}$$

dove T è il periodo espresso in anni, μ_1 la massa dell'astro principale, misurata prendendo per unità la massa del Sole, ed a la distanza media delle due componenti — o il semiasse maggiore dell'orbita relativa ($a = a_1 + a_2$; n. 209) — misurata prendendo per unità la distanza media della Terra dal Sole.

Ora T è sempre noto dalle osservazioni, mentre se si conosce la parallasse π — che del resto possiamo calcolare con

---

[1] Come è noto, il *periastro* P e l'*apastro* A sono i due punti dell'orbita in cui il satellite s raggiunge la minima o la massima distanza dalla stella principale S; il nodo ascendente N è il punto in cui l'orbita del satellite taglia il piano tangente alla sfera celeste quando s si allontana da noi, onde SN risulta normale alla congiungente S con la Terra T. Infine ω è l'angolo — contato nel senso del moto del satellite — che il raggio SN forma con SP, e cioè *la distanza angolare del periastro dal nodo.*

la legge di Leavitt (n. 116) — la (4) ci dà la grandezza assoluta M dell'astro e quindi l'equazione (245) di EDDINGTON (n. 140) ci dà la sua massa μ_1, donde con la (391) ricaviamo immediatamente a.

D'altra parte, conoscendo il tipo spettrale o la temperatura effettiva, la parallasse π e la grandezza bolometrica m_b, possiamo calcolare il raggio r dell'astro principale, servendoci delle formule date al n. 102.

Or bene: fatti i calcoli, si trova spesso $a < r$, e cioè si trova che la distanza media tra le due stelle dovrebbe essere inferiore al raggio dell'astro maggiore; vale a dire risulta che *l'orbita del satellite dovrebbe spesso svolgersi, almeno in parte, nell'interno della stella principale.* (1)

Questa difficoltà è gravissima, ma non è sola. Infatti osservazioni recentissime della Specola dell'Università del Michigan hanno mostrato che, nello spettro delle Cefeidi, le righe di diversi elementi accusano differenti velocità radiali: fenomeno che è inesplicabile nell'ipotesi di un satellite, mentre diviene molto semplice nell'ipotesi delle pulsazioni, dove si può ammettere che i vari strati dell'atmosfera dell'astro siano sottomessi ad oscillazioni diverse.

In conseguenza l'ipotesi binaria può ormai ritenersi quasi abbandonata, onde noi crediamo inutile di occuparci dettagliatamente delle varie teorie che erano state costruite su questa base e che sono cadute insieme con essa. Ci limiteremo solo, per cultura storica, a dare un cenno delle più ingegnose, come la *Teoria Mareale* e la *Teoria Cometaria* del compianto P. HAGEN. (2)

---

(1) P. es. per δ *Cephei* si avrebbe $a = 18.10^6$ Km. ed $r = 18.10^6$ Km.; per ζ *Geminorum*, $a = 34.10^6$ Km. ed $r = 30.10^6$ Km.; per η *Aquilae*, $a = 24.10^6$ Km. ed $r = 24.10^6$ Km.; per la *Polare*, $a = 14.10^6$ Km. ed $r = 15.10^6$ Km. ecc. Cfr. EDDINGTON, *The internal constitution of the Stars*, pag. 182, MOORE, *The orbit of* δ *Cephei* in « Lick Observ. Bull. » n. 234, RUSSELL, *Astronomy*, pag. 768.

(2) Cfr. J. HAGEN, *The Astrophysical Problem of variable Stars*, in « Month. Not. » Vol. LXXXI; id. *Das Blinksternproblem*, in « Astr. Nachr. » Bd. CCIX n. 4995; id. *Geometrische und physikalische Erklärungsversuche des Blinksternproblems*, id. Bd. CCXI n. 5062.

In particolare nella *Teoria Mareale*, l'astro satellite — avendo un'orbita molto eccentrica e giungendo quindi, al periastro, assai vicino alla superficie dell'astro principale

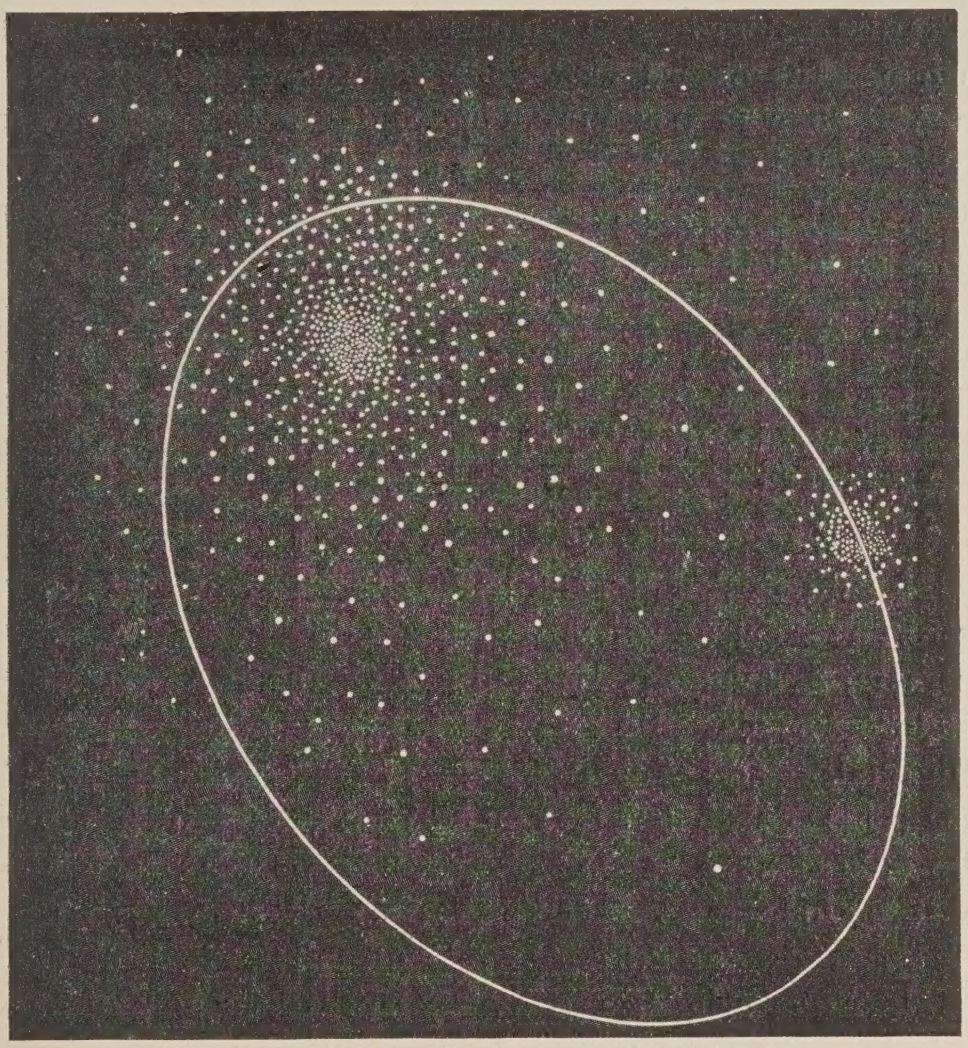


Fig. 191.
Teoria cometaria delle Cefeidi (LOCKYER e HAGEN).

— solleverebbe, ad ogni rivoluzione, enormi maree ed enormi eruzioni di materia incandescente, incrementando così grandemente la luminosità del sistema.

Invece nella *Teoria Cometaria* — in parte già avanzata da N. LOCKYER [1] nella sua famosa *Ipotesi Meteoritica* —

---

[1] Come vedremo nel Vol. III, il LOCKYER, supponeva le nebulose costituite da ammassi di aereoliti che, condensandosi, avrebbero pro-

il satellite sarebbe costituito da un ammasso di meteoriti, di natura cometaria (n. 198), il cui splendore aumenterebbe vivamente ogni volta che esso si approssima molto all'astro principale.

HAGEN spiegava così perchè le stelle binarie spettroscopiche possano essere soggette a notevoli variazioni di luminosità — e cioè possano divenire Cefeidi — solo quando l'orbita del satellite sia assai eccentrica e solo quando il periastro si trovi vicino al raggio visuale condotto dalla Terra verso la stella.

Come abbiamo visto, queste conclusioni sono perfettamante conformi ai risultati delle osservazioni esposti poco fa, mentre l'ipotesi che il satellite sia costituito da un ammasso di meteoriti, spiegherebbe pure perchè la sua massa — e quindi la funzione F — risulti sempre assai piccola.

224. L'ipotesi delle pulsazioni. Nello stato attuale delle nostre conoscenze, l'ipotesi delle pulsazioni appare, senza contrasto, la migliore. Essa infatti riannoda le Cefeidi alla grande categoria delle variabili a lungo periodo, per alcune delle quali — come vedemmo — le pulsazioni possono considerarsi come dimostrate; spiega con facilità molti risultati delle osservazioni — ad es. la legge di LEAVITT, la relazione tra il periodo e la densità media dell'astro, le variazioni di *temperatura* e di *pressione*, le differenti velocità radiali date da righe originate a diversi livelli atmosferici ecc. — ed, infine, sembra immune da serie difficoltà.

Il merito di averla introdotta appartiene, in gran parte, a H. SHAPLEY nella sua bella memoria [1] *On the Nature and Cause of Cepheid Variation*, pubblicata nel 1914. Ed egli vi fu condotto osservando: 1) che nello spettro delle Cefeidi non appaiono *mai* le righe del preteso satellite; (2) che la varia-

---

dotto le stelle. Cfr. LOCKYER, *The meteoritic hypothesis*, pag. 475; id. *L'évolution inorganique*, (Paris, Alcan, 1905); POINCAIRÉ, *Leçons sur les hypothèses cosmogoniques*, pag. 299 (Paris, Hermann, 1913).

[1] Cfr. « Astroph. Journ » Vol. XL.

zione di luminosità non è accompagnata semplicemente da uno spostamento delle righe di Fraunhofer, ma da un vero cambiamento del tipo spettrale.

Qualche anno dopo (1919) EDDINGTON [1] eseguì un profondo studio matematico sul problema di una sfera gassosa pulsante e mostrò, col calcolo, che il periodo P e la densità ρ_0 al centro dell'astro sono legati dalla relazione:

$$P\sqrt{\rho_0} = f(\beta) \tag{392}$$

dove β è il coefficiente di cui abbiamo parlato al n. 164 ed $f(\beta)$ è funzione decrescente dell'argomento.

Ora, se indichiamo con ρ_0, ρ_0', r, r', μ, μ' le densità centrali, i raggi e le masse di due stelle S ed S', abbiamo dal teorema di LANE (n. 160):

$$\rho_0 : \rho_0' = \frac{\mu}{r^3} : \frac{\mu'}{r'^3} = \rho : \rho' \tag{393}$$

---

[1] La memoria fondamentale di EDDINGTON ha per titolo *On the pulsations of a gaseous star and the problem of Cepheid variables* e si trova in « Month. Not. » Vol. LXXIX, pag. 2 e pag. 177; lo stesso autore è tornato largamente sull'argomento nel suo libro: *The internal constitution of the Stars* (Cambridge, University Press, 1926). Cfr. anche id. *Irregularities of Period of Long Period variable Stars*, id. XC; REESINCK, *Note on the theory of outer layers of a pulsating Star* id. id.; MILLER, *The effect of distribution of density on the period pulsations of a Star*, id. id.; PLUMMER, *On the nature of short period Stars*, id. LXXX: LEMAITRE, *Note on the theory of the pulsating Stars*, in « Harv. Circ.» n. 282. H. SHAPLEY, *Cluster type variables and theories of Cepheid variation*, in « Harvard Circ. » n. 315; id. *The period luminosity relation for galactic Cepheids*, id. n. 314.

Notiamo che alcuni autori (cfr. p. es. BOSLER, *Astrophysique* pag. 601) hanno creduto di dare una semplice dimostrazione della 394), considerando il moto di un punto qualsiasi Q dell'astro, a distanza r dal centro. Allora, come si sa dalla Meccanica, (Cfr. nota pag. 154) l'attrazione che l'astro — supposto sferico ed omogeneo — esercita su Q è eguale a $-\frac{4}{3}\pi f\rho r$ chiamando con f il coefficiente attrattivo. Avremo dunque l'equazione del moto:

$$\frac{d^2r}{dt^2} = -\frac{4}{3}\pi f\rho r \tag{1}$$

dove ρ e ρ' sono le densità medie di S ed S'. D'altra parte, come vedemmo (n. 164), β è funzione decrescente della massa μ ed anzi quando μ è grande — come avviene per le Cefeidi — β decresce molto lentamente.

In conseguenza, potremo semplificare la 393) scrivendola sotto la forma:

$$P\sqrt{\rho} = C \tag{394}$$

dove C è una funzione della massa μ che cresce assai lentamente con μ e che, in pratica, può ritenersi come *costante* ed eguale a 0,15 circa, quando P si misura in giorni e si prende come densità unitaria quella dell'acqua distillata.

Ora l'osservazione verifica abbastanza bene queste deduzioni teoriche. Infatti, come abbiamo già veduto (n. 223), conoscendo la parallasse π di una Cefeide — dedotta sia trigonometricamente, sia con la legge di Leavitt — e servendoci dell'equazione (245) di EDDINGTON e dei metodi indicati al (n. 102), possiamo calcolare la massa ed il raggio dell'astro

---

che ponendo

$$a^2 = \frac{4}{3}\pi f \rho \tag{3}$$

può scriversi sotto la forma

$$\frac{d^2 r}{dt^2} + a^2 r = 0 \tag{4}$$

Integrando allora si ha, come è notissimo:

$$r = C_1 \cos at + C_2 \sin at \tag{5}$$

donde risulta che r è funzione periodica di t con periodo P dato da:

$$P = \frac{2\pi}{a} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{4}{3}\pi f \rho}} = \sqrt{\frac{3\pi}{f\rho}} \tag{6}$$

Dalla 6), ricordando che nel sistema C. G. S. si ha $f = 6,67 \cdot 10^{-8}$ otteniamo, sostituendo e prendendo come unità di tempo il giorno:

$$P\sqrt{\rho} = 0,14 \tag{7}$$

Deve osservarsi però che Q è sottoposto non solo all'attrazione, ma anche alla pressione dei gas circostanti, onde la dimostrazione sarebbe rigorosa solo nel caso di una stella pulvirulenta e cioè costituita da un ammasso di corpuscoli.

ed avere quindi la sua densità media ρ ed il prodotto $P\sqrt{\rho}$. Si ha in tal modo, per limitarci alle quattro principali Cefeidi, la seguente [1]

TABELLA

STELLA	P	r	μ ($\odot = 1$)	ρ	$P\sqrt{\rho}$
δ Cephei	5,37	18.10^6 km.	10,5	0,00084	0,16
η Aquilae	7,18	24.10^6	13,0	0,00042	0,16
ζ Geminorum	10,15	30.10^6	18,0	0,00028	0,18
St. Polare	3,97	15.10^6	8,5	0,00120	0,13

la quale mostra che il prodotto $P\sqrt{\rho}$ è, presso a poco, costante ed eguale a 0,15 e dà così una prima buona conferma della teoria delle pulsazioni.

Ma anche la *legge di* LEAVITT, può essere facilmente dimostrata partendo dalla (394), ciò che costituisce una seconda conferma della teoria stessa.

Infatti, essendo μ la massa, si ha evidentemente, se supponiamo l'astro sferico:

$$\mu = \frac{4}{3}\pi\rho r^3 \tag{395}$$

donde, eliminando ρ con la 394), troviamo:

$$\mu = \frac{4\pi C^2 r^3}{3P^2} \tag{396}$$

da cui si ricava immediatamente:

$$r^2 = \left(\frac{3\mu P^2}{4\pi C^2}\right)^{\frac{2}{3}} \tag{397}$$

Ora, come già sappiamo, l'intensità bolometrica I_b dell'astro è proporzionale alla sua superficie — e cioè ad r^2 — ed alla quarta potenza della temperatura effettiva. Abbiamo

---

[1] Volendo paragonare la nostra tabella con quelle date da altri autori, occorre tener presente che alcuni prendono come densità unitaria quella del Sole ($\rho = 1,41$).

dunque, chiamando con h un fattore di proporzionalità:

$$(398) \qquad I_b = hr^2 T^4 = hT^4 \left(\frac{3\mu P^2}{4\pi C^2}\right)^{\frac{2}{3}}$$

Applicando allora la legge di POGSON e considerando μ quasi costante, otteniamo per la grandezza bolometrica assoluta M_b:

$$(399) \qquad M_b = -2{,}5 \log I_b + cost. =$$
$$= cost - 10 \log T - \frac{10}{3} \log P$$

Ma, se ricordiamo che le Cefeidi, appartenendo presso a poco allo stesso tipo spettrale, hanno temperature poco differenti le une dalle altre, potremo considerare anche T come costante, onde la (399) diviene:

$$(400) \qquad M_b = a + b \log P$$

dove a e b sono due costanti e dove si ha: $b = -\frac{10}{3} = -3{,}3$. Otteniamo così la formula (214), quale risulta dalle osservazioni, e che costituisce appunto [1] la legge di LEAVITT (n. 116).

Una volta ammessa l'ipotesi delle pulsazioni, sappiamo dalla 372) come l'ampiezza totale della pulsazione stessa sia eguale a $2a_1 \sin i \sqrt{1 - e^2 \cos^2 \omega}$ dove a_1, i, e, sono gli elementi dell'orbita che l'astro, supposto binario, descriverebbe intorno al centro di gravità del sistema: elementi che possono facilmente ricavarsi dalle osservazioni spettroscopiche, come vedremo più tardi. In conseguenza, se consideriamo come stato naturale dell'astro quello intermedio tra il massimo e il minimo, l'oscillazione radiale L sarà eguale alla metà del detto valore, e l'oscillazione radiale relativa k sarà L/r, o

---

[1] Aggiungiamo ancora che nelle Cefeidi, data la debole diversità dei tipi spettrali, la grandezza bolometrica M_b differisce dalla grandezza visuale M e dalla grandezza fotografica M_p di quantità constanti (nn. 49 e 67). L'equazione 400) è dunque valida sostituendo, al posto di M_b, M od M_p, purchè si modifichi lievemente il valore della costante additiva.

meglio — per l'osservazione di EDDINGTON (pag. 316, nota) — sarà eguale ai tre mezzi di questa quantità.

Ora, eseguendo i calcoli numerici, si trova che k si mantiene, di regola, inferiore a 0,10 e che generalmente è *tanto più piccola quanto minore è la variazione fotometrica dell'astro.* Così δ *Cephei,* la cui variazione fotometrica eguale a $0^m,9$, subisce pulsazioni eguali al 7 % del proprio raggio, mentre la *Stella Polare,* che ha una variazione fotometrica di $0^m,1$, subisce pulsazioni eguali appena alla centesima parte del raggio.

Giunti a questo punto, possiamo domandarci da quali cause siano prodotte queste pulsazioni.

In proposito, l'ipotesi più semplice sarebbe di supporre che l'astro, in epoche antichissime, sia stato sottomesso ad una forza perturbatrice; p. es. all'attrazione di una stella passata nelle sue vicinanze. È chiaro infatti che, in tal caso, l'astro, una volta rimosso violentemente dalla sua configurazione di equilibrio, seguiterebbe ad oscillare al di qua e al di là della configurazione stessa, come un pendolo rimosso dalla verticale.

Disgraziatamente tale ipotesi appare inammissibile, poichè le oscillazioni andrebbero rapidamente smorzandosi.

Una prima causa di smorzamento potrebbe ricercarsi nella *viscosità* dei gas stellari; ma PERSICO ha dimostrato che l'effetto prodotto risulterebbe quasi insensibile, (1) onde possiamo farne astrazione.

V'è però una seconda causa assai più notevole e cioè la *dissipazione dell'energia,* dovuta al fatto che l'astro, nelle sue contrazioni periodiche, aumenta di temperatura e quindi irradia nello spazio una maggior qualità di calore. Ed EDDINGTON ha dimostrato col calcolo (2) che tale causa di smor-

---

(1) Cfr. PERSICO, *The effect of viscosity on the oscillation of a Cepheid variable,* in « Month. Not. » Vol. LXXXVI; ROSSELAND, *Viscosity in the Stars,* id. Vol. LXXXIX.

(2) Cfr. EDDINGTON, *The internal constitution of the Stars,* pag. 194. Notiamo che l'equazione differenziale delle pulsazioni stellari ha

zamento è così forte che le pulsazioni periodiche potrebbero mantenersi solo per alcune migliaia di anni: tempo assolutamente trascurabile rispetto alla durata della vita di un astro.

Occorre dunque ammettere che *le pulsazioni siano mantenute da cause intrinseche*: in particolare si può supporre che la quantità di calore, prodotta nell'interno dell'astro per trasformazione della materia in energia, sia soggetta ad oscillazioni periodiche, ciò che spiegherebbe abbastanza bene i fenomeni.

Infatti, quando la produzione supera l'irradiazione, l'astro si riscalda e si gonfia e cioè sembra avvicinarsi a noi; il suo tipo spettrale ringiovanisce, si rinforzano le righe degli elementi ionizzati, mentre forse dalla sua superficie erompono gigantesche *protuberanze*, analoghe a quelle del Sole, ma in una scala assai più vasta. Lo splendore è allora massimo.

In seguito, continuando la dilatazione, la temperatura interna si abbassa e diminuisce allora la rapidità con cui la materia si trasforma in energia (n. 157). Scompaiono le protuberanze, l'astro si contrae — e quindi sembra allontanarsi da noi — mentre il tipo spettrale invecchia e lo splendore si attenua, fin che ricomincia un nuovo ciclo.

Così dunque la variazione luminosa delle Cefeidi sarebbe prodotta da cause sostanzialmente identiche — sebbene d'intensità diversa — a quelle che originano le variabili a lungo periodo e perfino le *Novae*. Magnifica armonia che unisce insieme [1] i fenomeni della natura!

Naturalmente non tutte le particolarità delle Cefeidi sono state, fin ad ora, spiegate con la teoria delle pulsazioni [2]; ma è evidente che le nostre cognizioni sopra la costituzione interna delle stelle sono ancora troppo scarse per permet-

---

la forma:

$$x'' + 2kx' + n^2x = 0$$

che, in Meccanica, indica appunto oscillazioni di periodo costante ma di ampiezza decrescente *(vibrazioni smorzate)*.

[1] Cfr. NIELSEN, *Ueber die bez. zwischen den kurz und langperiodischen Sternen*, in « Astr. Nachr. » Bd. CCXXVII n. 5436.

[2] Cfr. BRUGGENGATE, *Bemerkungen zum Problem der δ Cephei Sterne*, in « Astr. Nachr. » Bd. CCXXVIII n. 5460.

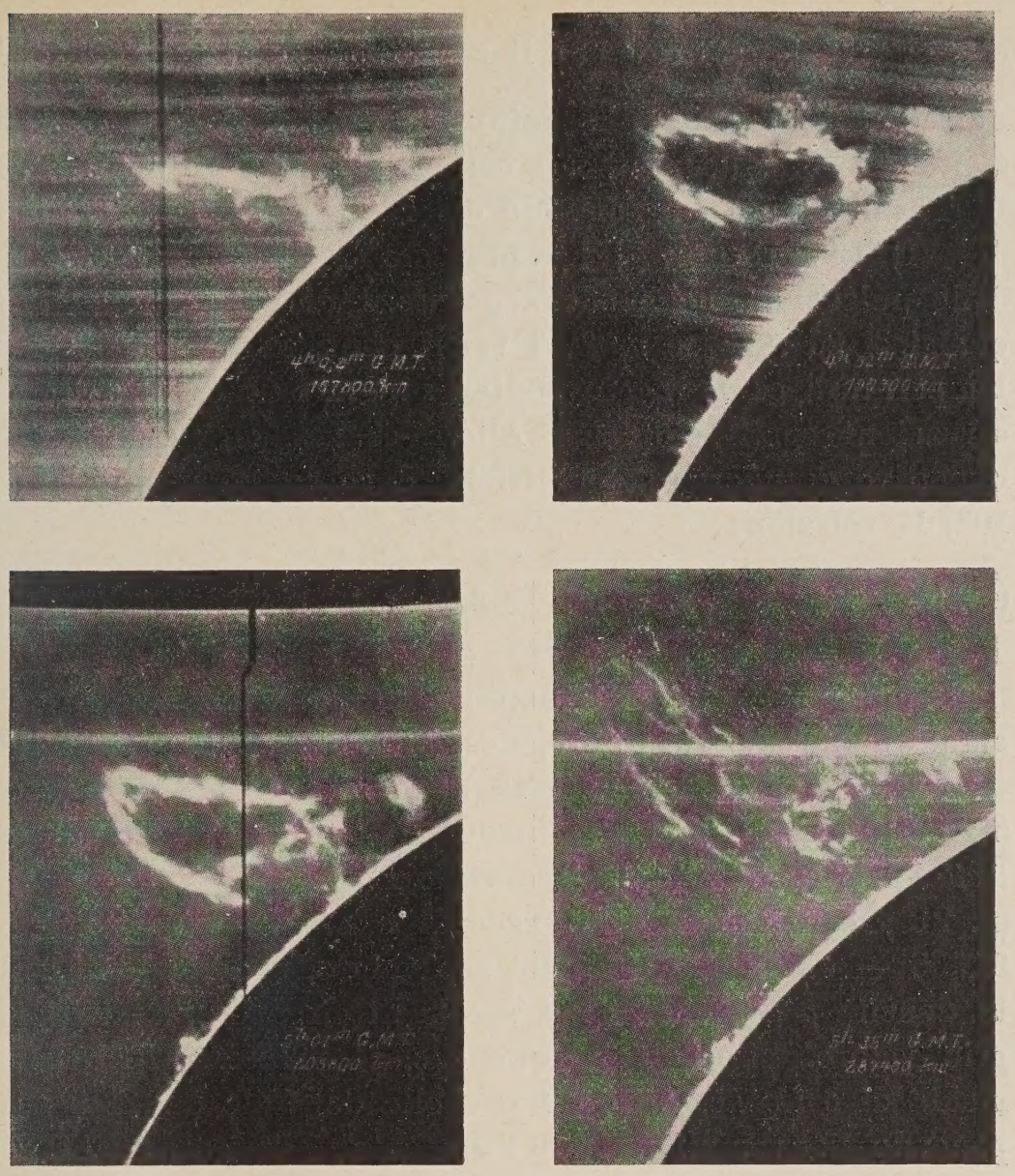


Fig. 192.
Cromosfera del Sole: Protuberanze eruttive di calcio.
21 maggio 1907 (Fot. Fox).

terci di approfondire tanti problemi. In particolare, JEANS ha osservato [1] che, secondo i risultati del calcolo, le variazioni dell' intensità luminosa e della temperatura dovrebbero essere in fase col valore del raggio stellare r, piuttostochè

---

[1] Cfr. JEANS, *The radiation from a pulsating Star and from a Star in Process of fission*, in « Month. Not. » Vol. LXXXVI.

con la velocità $\frac{dr}{dt}$ con cui il raggio stesso aumenta o diminuisce. Ma REESINCK ha fatto notare [1] come tale conclusione non possa dedursi, con certezza, dai calcoli del JEANS.

Termineremo l'argomento osservando due cose, e cioè:

1) Che BAADE [2] ha proposto di verificare l'ipotesi delle pulsazioni, nel modo seguente. Siano t_0 t_1 due istanti qualsiasi ed r_0 T_0 e r_1 T_1 i valori che assumono in essi la temperatura ed il raggio stellare: valori deducibili dalle osservazioni spettroscopiche. Allora se m_{b0} m_{b1} indicano le rispettive grandezze bolometriche, deve essere verificata (n. 102) la relazione:

$$m_{b1} - m_{b0} = 2{,}5 \log \frac{r_1^2 T_1^4}{r_2^2 T_2^4} \tag{401}$$

Sembra però che, per quanto riguarda la temperatura, vi siano alcune cause di errore, messe in luce dal MOCHNATSCH [3].

2) Che la relazione 394) tra P e ρ fornisce un metodo (n. 175) per indagare [4], almeno nell'ordine di grandezza, *l'età delle stelle*. Per es. il periodo P di δ *Cephei* diminuisce (n. 218) ogni secolo di 8 secondi e cioè — essendo $P = 5^d{,}366$ — di circa 2.10^{-5} del suo valore, onde, per la 394), la densità ρ aumenta ogni secolo di circa 4.10^{-5} del proprio valore. Sapendo dunque che, al presente, la densità media di δ *Cephei* è 0,0084 e quella del Sole è 1,41 e supponendo, per semplicità, che l'aumento sia uniforme, si trova che δ *Cephei*, per raggiungere lo stato di evoluzione in cui ora è il Sole, deve impiegare un numero x di secoli, dato

---

(1) Cfr. REESINCK, *Note on radiation from a pulsating Star*, in « Month. Not. » Vol. LXXXVI.

(2) Cfr. BAADE, *Ueber eine Möglichkeit die Pulsationstheorie der δ Cephei Veränderlichen zu prüfen*, in « Astr. Nachr. » Bd. CCXXVIII n. 5468.

(3) Cfr. MOCHNATSCH, *Ueber die Temperaturänderungen und die Pulsation der δ Cephei St.*, in « Astr. Nachr. » Bd. CCXXXIII n. 5590.

(4) Cfr. EDDINGTON, *The age of the Stars*, in « The Observatory » Vol. XXXXI.

dall' equazione:

$$0{,}0084\,(1 + 4.10^{-5})^{x} = 1{,}41 \tag{402}$$

e cioè circa *venti milioni di anni.* In pratica però il tempo impiegato è certamente maggiore; infatti l' incremento di densità è rapido nell' infanzia stellare, quando l'astro è molto rarefatto, mentre diviene poi assai più lento.

225. L' ipotesi del Jeans. Secondo il JEANS [1], le Cefeidi sono stelle già prossime a suddividersi in due componenti. Se ammettiamo allora, col JEANS, che l' astro abbia un nucleo (n. 167) liquido — o almeno un nucleo di densità quasi uniforme — questo avrà la forma di un ellissoide di JACOBI, allungato a tre assi (n. 159), e ruoterà intorno all'asse minore, mentre l'atmosfera esterna — che, secondo il JEANS ruota assai più lentamente — avrà una forma sferoidica.

In tal caso potremo immaginare l' astro come una grossa sfera gassosa, nel cui interno si trova un nucleo allungato, ruotante intorno a un asse che passa per il suo baricentro ed è perpendicolare alla maggiore lunghezza del nucleo stesso. Risulta allora evidente che questo nucleo, ruotando, solleverà, con la sua attrazione, due colossali onde di marea sulla fotosfera dell' astro e precisamente colà dove gli estremi nucleari si accostano maggiormente alla fotosfera stessa. Tali onde faranno il giro dell' astro in un tempo uguale al periodo che il nucleo impiega a compiere una ruotazione.

Inoltre, come avviene nelle maree, anche queste onde fotosferiche presenteranno una rapida ascesa seguita da una discesa più lenta, e ciò può spiegare la forma assunta dalla curva di luce delle Cefeidi.

In particolare, quando una delle due onde mareali appare al bordo dell' astro e si avanza sull' emisfero rivolto verso di noi, lo splendore aumenta, mentre la superficie stellare

---

[1] Cfr. JEANS, *Astronomy and Cosmogony*, pag. 380 e ss. (Cambridge, University Press, 1928); cfr. anche id. « Month. Not. » Vol. LXXXVI mem. cit.

sembra gonfiarsi e avvicinarsi alla Terra, presso a poco come avveniva nella teoria delle pulsazioni; il contrario ha luogo quando l'onda si allontana verso l'emisfero invisibile. Inoltre, essendoci due onde mareali opposte, il periodo fotometrico sarà evidentemente uguale alla metà del tempo che il nucleo impiega a ruotare intorno al proprio asse.

Ciò posto, se supponiamo che questo nucleo sia prossimo a suddividersi, la velocità angolare ω sarà legata [1] alla sua densità ρ dall'equazione:

$$\frac{\omega^2}{2\pi\rho f} = 0{,}142 \tag{403}$$

dove f è il coefficiente attrattivo.

Ma, come abbiamo detto, il periodo fotometrico P è eguale al tempo che il nucleo impiega a compiere una semirotazione, onde avremo la relazione:

$$P = \frac{\pi}{\omega} \tag{404}$$

---

[1] Indicando con q il momento della quantità di moto del nucleo stellare — supposto omogeneo — con M la sua massa e con ρ la densità, poniamo:

$$k = \frac{50\, q^2}{3 f M^3} \left(\frac{4\pi\rho}{3M}\right)^{\frac{1}{3}} \tag{1}$$

dove q è legata alla velocità angolare ω dalla nota equazione, data dalla Meccanica Razionale:

$$q = I\omega = \textit{costante} \tag{2}$$

essendo I il momento d'inerzia del nucleo rispetto all'asse di rotazione. È allora evidente che, essendo q costante ed aumentando ρ per la contrazione del nucleo dovuta al suo raffreddamento, anche k aumenterà continuamente col tempo.

Ora si dimostra che:

1) Per k piccolissimo, il nucleo assume la forma di un ellissoide rotondo e schiacciato, ruotante intorno all'asse minore.

2) Crescendo k, l'ellissoide si schiaccia sempre più fino a che, per $k = 1{,}54$, lo schiacciamento ε diviene eguale a circa $\frac{2}{5}$ $\left(\frac{c}{a} = 0{,}58\right.$, essendo c l'asse minore ed a l'asse equatoriale dell'ellissoide), mentre il rapporto $R = \frac{\omega^2}{2\pi\rho f}$ assume il valore $0{,}187$.

e quindi, eliminando ω tra la (403) e la (404), otterremo:

$$P\sqrt{\rho} = \sqrt{\frac{3{,}52\pi}{f}} \tag{405}$$

Da questa equazione, essendo $f = 6{,}67.10^{-8}$ nel sistema C. G. S., avremo subito, eseguendo il calcolo numerico e trasformando in modo da misurare P in giorni:

$$P\sqrt{\rho} = 0{,}15 \tag{406}$$

che coincide presso a poco, anche per il valore numerico, con i risultati ottenuti dalle osservazioni. Dalla (406), ripetendo ragionamenti già fatti, si otterrebbe poi la dimostrazione della *legge di* LEAVITT.

Come si vede, la teoria del JEANS spiega bene molti fenomeni; ma — come avviene del resto per la teoria delle pulsazioni — nemmeno essa è immune da varie difficoltà. P. es. nella (406) ρ indica non la densità media dell'astro, ma quella del nucleo stellare: ora, se al posto di P sostituiamo il suo valore in giorni, otteniamo per ρ dei valori

---

3) Per $k > 1,54$, l'ellissoide rotondo si cambia in un ellissoide a tre, assi (ellissoide di JACOBI) ruotante intorno all'asse minore. Crescendo k, l'ellissoide di JACOBI diviene sempre più allungato, mentre R diminuisce.

4) Per $k = 2,53$, l'ellissoide di JACOBI raggiunge il massimo allungamento possibile. Chiamando con a, b, c, i tre semiassi si ha allora:

$$\frac{b}{a} = 0,48\,;\ \frac{c}{a} = 0,35$$

mentre R assume il valore 0,142.

5) Crescendo k al di là di 2,53, l'ellissoide Jacobiano si cambia in una figura piriforme, che abbiamo visto (n. 159) essere *instabile*. Il nucleo allora si rompe e l'astro si trasforma in un sistema binario.

Notiamo in proposito che, per un errore di calcolo, il TISSERAND trovò $k = 0,364$ invece di 1,54 e che detto errore si trova riportato nell'APPELL. Cfr. VERONNET, *Constitution et Evolution de l'Univers* pag. 21 (Paris, Doin, 1927); TISSERAND, *Traité de Mécanique Céleste* T. II (Paris, Gauthier, 1891); APPELL, *Figures d'équilibre* (id. 1921); id. *Figures d'équilibre*, in « Annuaire du Bureau des Longitudes pour l'an 1919 ».

troppo piccoli per essere compatibili con la quasi uniforme densità nucleare, e, molto più, con lo stato liquido del nucleo (n. 167), come suppone il JEANS. [1]

D'altra parte però, non ostante tali difficoltà, la teoria del JEANS presenta anche dei vantaggi che la rendono degna di molta considerazione.

Anzi tutto si può supporre che il nucleo interno, oltre al moto rotatorio, sia soggetto a piccole pulsazioni periodiche, con periodo diverso da quello con cui si compie una rotazione; la curva di luce risulterà allora composta da un'onda fondamentale, dovuta alla rotazione del nucleo, e da onde secondarie, dovute alle pulsazioni nucleari. Col trascorrere del tempo, il nucleo stellare diviene più denso e quindi (n. 159) varia la durata della sua rotazione e cioè la durata del periodo fondamentale della curva di luce, mentre contemporaneamente si modifica anche l'ampiezza ed il periodo delle pulsazioni. Ne segue che nelle stelle variabili, ed in particolare nelle Cefeidi, *la durata del periodo è necessariamente collegata con la forma della curva di luce.* Tale conclusione, che sembra confermata dalle osservazioni, forma oggetto di molti studi moderni. [2]

Inoltre la teoria del JEANS offre un ponte di passaggio tra le Cefeidi e le variabili ad eclisse (binarie fotometriche e spettroscopiche) del tipo di β Lyrae, le quali — secondo il JEANS — sarebbero antiche Cefeidi, separate da poco in due componenti ancora molto vicine. E ciò spiegherebbe i caratteri comuni (p. es. la forte concentrazione galattica, il tipo spettrale poco diverso ecc. cfr. n. 216) che uniscono le due famiglie.

Successivamente, le masse diminuiscono per trasformazione della materia in energia e quindi — indebolendosi la forza d'attrazione — la stella satellite si allontana dalla principale; la variabile ad eclisse del tipo di β Lyrae si

---

(1) Per altre difficoltà cfr. BRUGGENGATE, *Note on the problem of Cepheid variation,* in « Month. Not. » Vol. LXXXVI.

(2) Cfr. ZESSEWITSCH, *On the armonical inequalities of the δ Cephei variables,* in « Astr. Nachr. » Bd. CCXXXI n. 5534.

trasformerebbe allora in una variabile ad eclisse del tipo di Algol, poi in una semplice binaria spettroscopica e infine in un sistema binario separabile col telescopio.

Come vediamo, lo studio delle variabili offre ancora ardui problemi da risolvere, ma sembra insieme assai ricco di brillanti promesse!

PARTE QUINTA

LE STELLE BINARIE E MULTIPLE

Capitolo Primo

Generalità.

226. Definizioni. Gli antichi astronomi [1] chiamavano *Stelle Doppie*, o *Multiple*, quelle stelle che, con un esame accurato, risultavano composte di due o più astri, apparentemente molto vicini tra loro. Così p. es. Tolomeo, nel suo *Almagesto*, chiama stella doppia la ν *Sagittari*, sebbene i due astri che la compongono distino tra loro 14′ e siano quindi ben separabili anche ad occhio nudo.

Oggi, come già sappiamo (n. 16), la nomenclatura astronomica è divenuta più precisa. E propriamente la parola « stella doppia » si usa in senso generico; vale a dire, si usa quando non si sa ancora se questa vicinanza sia reale od apparente e cioè dovuta ad un effetto di proiezione sopra la sfera celeste.

Invece, se si giunge a dimostrare che i due astri sono realmente vicini nello spazio ed uniti quindi da un legame fisico (mutua attrazione e, spesso anche, comune origine) si dice che essi formano un *sistema binario*, o anche una " *doppia fisica* ", secondo la denominazione proposta da W. Herschel. Ed è inutile aggiungere che, in questo

---

[1] Tra le opere riguardanti le stelle binarie e multiple citiamo, per ora, il bel volumetto di Aitken, *The binary Stars* (New York, Douglas, 1919), oltre all' *Handbuch der Astrophysik* Bd. VI, 2. Per le parallassi citiamo la recente lista di H. Russell e Charlotte Moore, *Dynamical parallaxes of* 1777 *double stars*, in « Astronomical Journ. » Vol. XXXIX n. 930 (1929); per i Cataloghi — oltre alle indicazioni date al n. 124 — citiamo quello di Beer in « Veröff. Berlin - Babelsberg » Bd. V, 6 (1927).

caso, i due astri ruotano intorno al baricentro del sistema, in virtù della loro mutua attrazione.

Nel caso opposto, quando i due astri, pur essendo lontani tra loro, ci sembrano vicini solo perchè si trovano presso a poco allineati con la Terra, si dice che essi formano una « doppia ottica » o — come noi proponiamo — una stella *pseudobinaria*.

Aggiungiamo che, modernamente, le stelle doppie si designano con una lettera indicatrice del Catalogo in cui sono contenute (Σ = Struve; β = Burnham ecc.), seguita dal numero che la doppia occupa nel Catalogo stesso; p. es., per indicare *Mizar*, si può scrivere Σ 1744 oppure β 6482 ecc.

Inoltre, si designa con la lettera *A* la stella più luminosa del sistema, la quale generalmente ha anche massa maggiore (n. 166), e con *B* quella meno lucente, detta anche *satellite* o *compagno*; p. es. α *Canis Maioris B*, o β 3596 *B*, indica il satellite di *Sirio*.

227. Cenni storici. Storicamente, la prima stella binaria conosciuta fu *Mizar* (ζ *Ursae Maioris*), la cui duplicità venne scoperta dal P. Riccioli verso la metà del secolo XVII. In seguito (1664) Hooke trovò la duplicità di γ *Arietis*, Bradley (1718) quella di γ *Virginis*, Pound (1719) quella di *Castore* ecc. onde, verso la fine del secolo XVII, Mayer [1] poteva già dare una lista di 72 stelle doppie, o binarie. Ed anzi è dovuta allo stesso Mayer la parola « compagno » (*comes*), usata spesso anche oggi dagli astronomi per indicare la stella meno brillante di un sistema binario.

Fin qui però si trattava di scoperte isolate, a cui la maggioranza degli astronomi non dava molta importanza, ritenendole semplici curiosità del cielo. Ma la questione cambiò radicalmente quando (1803) W. Herschel riuscì a mostrare [2] il movimento di rivoluzione dei sistemi binari, ciò

---

[1] Cfr. Mayer, *De novis in coelo sidereo phaenomenis*, (Manheimii, 1779).

[2] Cfr. W. Herschel, *An account of the changes that have happened, during the last twenty five years in the relative situation of double stars* (London, 1803).

che indicava — per ripetere le precise parole del vecchio HERSCHEL — che i due astri del sistema erano " *intimately held together by the bonds of mutual attraction* ".

Gli scienziati compresero allora l'utilità di determinare le orbite relative, descritte dalle stelle *satelliti* — o « compagni » secondo l'espressione del MAYER — intorno alle stelle principali, e sorse quindi la necessità di sottoporre i sistemi binari, o multipli, a diligenti osservazioni.

E infatti, alcuni anni dopo (1837), W. STRUVE, direttore della Specola di Dorpat (Russia), pubblicava il primo grande Catalogo di Stelle Doppie, da lui esaminate con un buon rifrattore di Fraunhofer di nove pollici di apertura.

Questa bella opera, intitolata " *Stellarum duplicium et multiplicium, mensurae micrometricae* " è scritta in latino ed è dedicata allo czar Nicola I " *generosissimo Astronomiae protectori* ". Essa si compone di due parti: nella prima — la cui lettura deve raccomandarsi, anche ora, ad ogni studioso di stelle doppie — viene descritto il metodo impiegato da STRUVE nelle sue osservazioni, mentre nella seconda vengono esposti i risultati ottenuti per 3110 stelle doppie, comprese tra il polo Nord della Sfera Celeste ed il parallelo australe di declinazione — 15°.

Dopo STRUVE, dobbiamo ricordare, tra gli osservatori di stelle doppie, il suo figlio e successore O. STRUVE (1) (*OΣ*) a Poulkowo, il P. SECCHI (2) ed il Prof. GIACOMELLI (3) a Roma, lo SCHIAPARELLI (4) a Milano, il FLAMMARION (5) a Parigi e,

---

(1) Cfr. O. STRUVE, *Catalogue of Double Stars* (Poulkovo, 1843).

(2) Cfr. A. SECCHI, *Catalogo di* 1321 *Stelle Doppie*, in « Mem. Osserv. Coll. Rom. Nuova Serie », (Roma 1859-60).

(3) Cfr. F. GIACOMELLI, *Misure micrometriche di stelle doppie, fatte al R. Osservatorio del Campidoglio*, in « Rend. R. Acc. Lincei » 1890-91.

(4) Cfr. G. V. SCHIAPARELLI, *Misure di stelle doppie, eseguite nel R. Osservatorio di Brera, a Milano, col rifrattore di otto pollici, negli anni 1875-85*; id. id. *col rifrattore di 18 pollici negli anni 1886-900*, (Milano, Hoepli).

(5) Cfr. C. FLAMMARION, *Catalogue des étoiles doubles et multiples*, (Paris, Gauthier, 1878).

sopra tutti, l'astronomo italiano E. DEMBOWSKI [1] (1812-1881) che a Napoli e a Gallarate osservò cinquemila doppie, ognuna almeno in tre sere, con un totale di circa ventimila osservazioni.

Ma, sul principio del secolo XX, l'astronomo americano S. W. BURNHAM portava un nuovo e grande contributo all'argomento con la pubblicazione del suo *General Catalogue of Double Stars* [2], che si estende dal polo Nord della sfera celeste fino alla declinazione — 31° e comprende 13665 doppie e multiple, di cui 1340 scoperte dallo stesso autore!

Infine, tra i lavori moderni, sono da notare il *Catalogue of Double Stars* dell'Osservatorio di Greenwich (1921) e, specialmente, le numerose misure di AITKEN ed HUSSEY [3] che, col grande rifrattore di 36 pollici dell'Osservatorio di Lick, esaminarono tutte le stelle più brillanti della nona grandezza fino alla declinazione — 14°, scoprendo 4300 nuove doppie.

Termineremo [4] osservando che, secondo AITKEN, *su diciotto stelle più luminose della nona grandezza, v'è almeno una binaria separabile con una lente di 36 pollici.*

Ma ora dobbiamo tornare un poco indietro.

Nel 1889, E. PICKERING, direttore dell'Osservatorio americano di Harvard College (Cambridge S. U.), studiando lo spettro della stella principale del sistema binario di *Mizar* (ζ *Ursae Maioris*, *A*), si accorse che esso era costituito da due spettri sovrapposti; spettri le cui righe presentavano spostamenti di Doppler di segno contrario e variabili periodicamente. Fu facile dedurne che *Mizar A* era, in realtà, composta di due astri vicinissimi, dotati di un movimento di rivo-

---

(1) Cfr. E. DEMBOWSKI, *Misure micrometriche di stelle doppie e multiple*, in « Atti della R. Acc. dei Lincei » Serie III, Vol. XVI e XVII, (Roma. 1883-84).

(2) Il Catalogo del BURNHAM è stato pubblicato nel 1906 a Washington dalla Istituzione Carnegie, ed ora appare una nuova edizione, curata da AITKEN ed aggiornata a tutto il 1926. Ricordiamo pure che esso fu esteso al cielo australe da INNES (n. 124).

(3) Riportate nei « Bul. of Lick Observatory ».

(4) Cfr. AITKEN, *The binary stars*, pag. 255.

luzione intorno al comune baricentro; onde, mentre uno di essi si allontanava dalla Terra, l'altro si avvicinava e viceversa.

Poco, dopo Miss A. MAURY, allora assistente del PICKERING, osservò lo stesso fenomeno nello spettro di β *Aurigae* e, quasi contemporaneamente, lo trovò pure il Prof. VOGEL, a Potsdam, nello spettro di *Algol* (β *Persei*). Soltanto, mentre per *Mizar A* e per β *Aurigae* le righe spettrali si decomponevano in due, le quali ora si sovrapponevano ed ora si allontanavano tra loro, muovendosi in senso contrario, per Algol il fenomeno era più semplice.

Qui infatti le spettro era unico; ma le righe spettrali — senza mai sdoppiarsi — si spostavano periodicamente in un senso e nell'altro, mostrando una velocità radiale periodicamente variabile: indizio che *Algol* era in realtà composta di due stelle vicinissime, una luminosa e l'altra oscura o semioscura. Ed in tal modo venne confermato quanto già era stato dedotto dall'esame della curva di luce, e cioè che la variabilità di luce di *Algol* era dovuta ad eclissi cagionate da un satellite oscuro.

Pochi mesi dopo, lo stesso VOGEL osservava un identico comportamento nello spettro della *Spica* (α *Virginis*) e le ricerche, interessantissime, vennero continuate a Poulkovo dal BELOPOLSKY, a Lick dal CAMPBELL — che scoprì la duplicità di *Capella* (α *Aurigae*) — a Monte Wilson da ADAMS e SANFORD, all'Osservatorio Victoria (Canadà) dal PLASKETT ecc.

E così sorse una nuova categoria di stelle binarie, le *binarie spettroscopiche*, il cui numero giunge oggi a circa mille e cinquecento.

Si deve notare però che la potenzialità, relativamente scarsa, dei moderni strumenti non permette ancora un esame accurato degli spettrogrammi di stelle più deboli della settima grandezza. Ma questi limiti saranno certamente superati nel futuro, sia con la scoperta di emulsioni fotografiche più sensibili, sia con la costruzione di specchi parabolici di maggiori dimensioni — si prepara ora, in America, uno specchio di duecento pollici (5 metri) di apertura! — ed è facile prevedere che il numero delle binarie spettroscopiche crescerà allora prodigiosamente.

Infine sappiamo (n. 176) che una terza categoria di stelle binarie è costituita dalle *binarie fotometriche* (es. *Algol*, β *Lyrae* ecc.) e cioè da quelle stelle variabili in cui la curva di luce indica chiaramente l'esistenza di eclissi, dovute ad un satellite oscuro o semioscuro che ruota intorno all'astro.

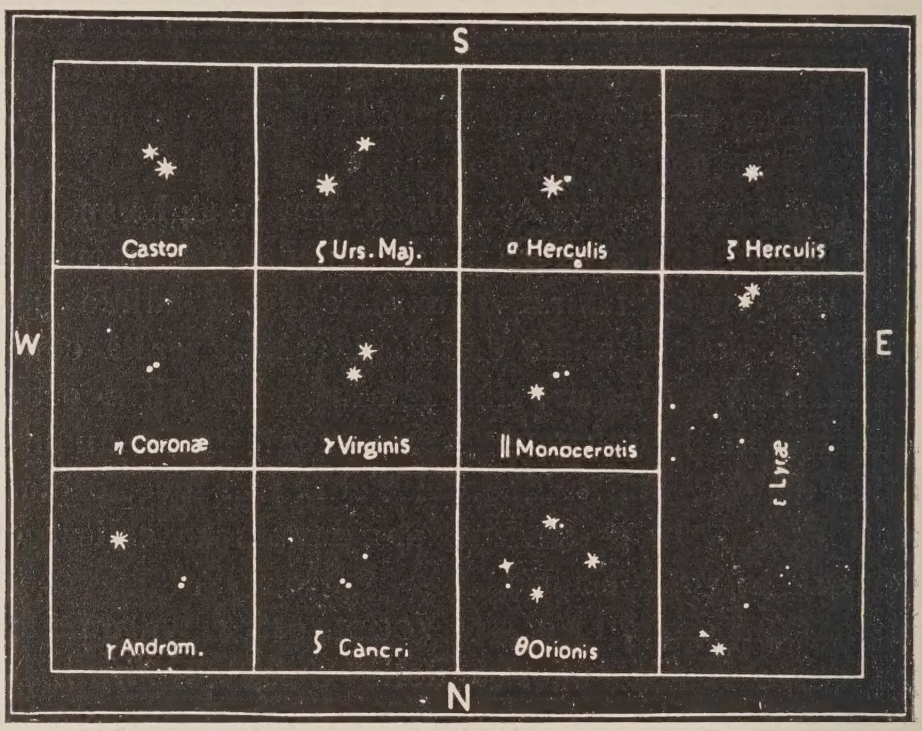


Fig. 193.
Stelle doppie vedute all'equatoriale.

Se ne conoscono alcune centinaia e molte (p. es. *Algol*) possono considerarsi simultaneamente come *binarie spettroscopiche e fotometriche*, ciò che permette (n. 140) di determinare, oltre agli elementi dell'orbita, *anche la massa del sistema e le dimensioni dei due astri.* Chiameremo questi ultimi sistemi col nome di *sistemi spettrofotometrici.*

È facile poi intendere come la potenza, sempre crescente, dei rifrattori moderni cominci già a permettere di sdoppiare *alcune binarie spettroscopiche, che sono quindi divenute anche binarie visuali.* Così p. es. si è sdoppiata la δ *Equulei*, la ε *Hydrae* ecc. e la stessa *Capella* — riconosciuta come binaria spettroscopica dal Campbell nel 1899 — fu sdop-

piata interferometricamente (n. 105) da ANDERSON [1] nel 1920. Inversamente, i progressi tecnici della spettrofotografia e la possibilità — consentita dall'uso dei grandi specchi parabolici — di sottoporre la luce stellare ad una forte dispersione, ha permesso, nei casi più favorevoli, di trovare la velocità radiale delle componenti di alcuni sistemi binari visuali (p. es. α *Centauri*), che debbono quindi essere considerati, anche essi, come *visuali e spettroscopici contemporaneamente.*

Notiamo, fin da ora, che tali sistemi, che chiameremo *spettrovisuali*, sono di altissima importanza, giacchè ci permettono di determinare non solo gli elementi dell'orbita, ma *anche la massa e la parallasse.* Così il MERRILL [2] ha trovato, per *Capella*, $\pi = 0'',0632$; $\mu_1 = 4,2 \odot$; $\mu_2 = 3,3 \odot$.

228. Colori e bellezza dei sistemi binari visuali. I primi studiosi di stelle doppie notarono subito che esse offrono colori diversi e, alle volte, così limpidi e vivaci da produrre un effetto veramente affascinante. E spesso anche l'astronomo più provetto — possiamo ben dirlo, come appassionati osservatori di stelle doppie — rimane ammirato innanzi a tanto splendore e si trova costretto ad interrompere le misure micrometriche per contemplare, estatico, la magnifica bellezza di queste lucide *gemme del cielo.*

Tra i sistemi più belli, [3] notiamo: η *Cassiopeiae* ($\alpha = 0^h\ 43^m$; $\delta = 57^\circ\ 17'$) in cui la principale, di terza grandezza, ha il colore giallo dorato e la secondaria, di ottava grandezza, il color porpora; γ *Andromedae* ($\alpha = 1^h\ 58^m$; $\delta = 41^\circ\ 51'$) dove la principale — composta in realtà di due stelle vicinissime — è di seconda grandezza e di color rosso fuoco, mentre il satellite, di quinta grandezza, ha il color verde mare; ε *Bootis* ($\alpha = 14^h\ 41^m$; $\delta = 27^\circ\ 30'$) in cui la principale, di

---

(1) Cfr. ANDERSON, *Application of interferometer method to the measurements of close double stars*, in « Astroph. Journ. » Vol. LI.

(2) Cfr. P. MERRILL, *Interf. observations of double stars*, in « Astroph. Journ. » Vol. LVI.

(3) Cfr. LAU, *Ueber die Farbe der Doppelsterne*, in « Astr. Nachr. », Bd. CCVIII n. 4980.

terza grandezza, è gialla aranciata e la secondaria, di quinta, è verde; β *Cygni* (*Albireo*; $\alpha = 19^h\ 27^m$; $\delta = 27^0\ 45'$) dove la principale, di terza grandezza, ha color giallo dorato e la secondaria, di quinta, è azzurra zaffiro; σ *Cassiopeiae* ($\alpha = 23^h\ 54^m$; $\delta = 55^0\ 12'$) con la principale verde, di quinta grandezza, e la secondaria azzurra, di settima grandezza ecc.

Tra i sistemi più luminosi — che il FLAMMARION [1] chiama poeticamente *i brillanti del cielo* — ricordiamo *Mizar*, *Castore*, γ *Leonis* ($\alpha = 10^h\ 14^m$; $\delta = 20^0\ 21'$), γ *Virginis* ($\alpha = 12^h\ 37^m$; $\delta = -0^0\ 54'$) ecc.

Certamente, all'osservazione visuale, i colori delle doppie possono apparire esagerati per il mutuo contrasto sul fondo oscuro del cielo notturno e, in ogni modo, è inesatto che essi siano complementari, come spesso fu affermato. Ma, tolta anche la parte dovuta all'illusione ottica o *all'effetto Purkinje* (n. 51), deve riconoscersi che *questa differenza di colore è reale e dipende dal diverso stato di evoluzione delle due componenti*, conseguenza della diversità della loro massa. Così quando le due componenti hanno, presso a poco, lo stesso splendore e quindi (n. 166) massa quasi identica, la differenza di colore è più tenue; p. es le due componenti visuali di *Castore* ($\alpha = 7^h\ 28^m$; $\delta = 32^0\ 6'$), che sono rispettivamente di seconda e di terza grandezza, hanno presso a poco lo stesso colore giallo chiaro. [2]

Inoltre, per quanto la scienza nulla sappia ancora dirci sull'argomento, la nostra fantasia si rivolge ai pianeti che possono circolare intorno a questi magnifici sistemi ed alle meraviglie — e forse alle ricche manifestazioni di vita — di cui essi sono teatro. « Chi potrebbe descrivere — dice

---

[1] Cfr. FLAMMARION, *Les étoiles*, pag. 691 (Paris, Marpon, 1882).

[2] Per maggiori notizie cfr. LEONARD, *An investigation of the spectra of visual double stars*, in « Lick Obs. Bul. » n. 343; SHAJN, *Results of observations of the color equivalents of double stars*, in «Astr. Nachr.» Bd. CCXXVI n. 5404; DOIG, *The spectra of physically connected pairs and the giant and dwarf theory*, in « Month. Not. » Vol. LXXXII; ABETTI, *Determinazione degli indici di colore di stelle doppie*, in « Mem. Oss. Astrofisico di Arcetri » n. 40.

in proposito il P. SECCHI [1] — le vicende di un giorno rischiarato da un Sole rosso con un giorno illuminato da un Sole verde? di un giorno vivificato da due Soli di vario colore e di una notte preceduta da un crepuscolo dorato, con una notte seguita da un'aurora azzurra? Chi potrebbe calcolare le vicende della vita in tale periodicità? »

229. Leggi statistiche dei sistemi binari. Le osservazioni dei sistemi binari, hanno condotto gli astronomi a stabilire l'esistenza di tre leggi generali, valide almeno nella grande maggioranza dei casi. Queste leggi — sebbene *non ancora certissime* dato il numero, relativamente scarso, dei sistemi studiati – hanno però altissima importanza nella Cosmogonia giacchè, come vedremo, sono conseguenza del modo con cui i sistemi binari nascono e si sviluppano. Esse possono enunciarsi nel modo seguente:

a) **Legge delle Eccentricità.** — *L'eccentricità dell'orbita descritta dal satellite intorno alla stella principale è, di regola, tanto maggiore quanto più lungo è il periodo di rivoluzione.*

Così p. es. nei sistemi binari più stretti (naturalmente non separabili col cannocchiale e quindi spettroscopici) con periodo P di circa tre giorni, l'eccentricità e è, in media, eguale (n. 16) a 0,047. Per $P = 7^d, 80$ si ha $e = 0,147$; per $P = 23^d, 0$ si ha $e = 0,324$; per $P = 1,5$ anni si ha $e = 0,350$ e via di seguito. Passando ai maggiori periodi — che, come è ovvio, appartengono a sistemi binari più larghi, generalmente visuali — per $P = 31,3$ anni si ha, in media, $e = 0,423$; per $P = 74,4$ anni, $e = 0,514$; per $P = 170$ anni, $e = 0,539$ ecc.

Questa legge, messa in luce principalmente da AITKEN [2] con l'esame di 132 orbite di sistemi binari, è stata recentemente confermata dal WILSON [3] con l'esame di 237

---

[1] Cfr. A. SECCHI, *Le Stelle*, pag. 222. Notiamo però che, secondo le recenti teorie cosmogoniche, le stelle avrebbero pianeti solo in casi eccezionali: cfr. JEANS, *The Univers around us*, (Cambridge, University Press, 1929).

[2] Cfr. AITKEN, *The binary stars*, pag. 196.

[3] Cfr. R. WILSON, *The period-eccentricity relation in binary systems*, in « Astronomical Journal » Vol. XXXIII n. 786.

orbite e può ormai considerarsi come sicura, almeno nelle grandi linee. Inoltre il PERRINE [1] ha osservato che, a parità di condizioni, l'eccentricità è maggiore quando il satellite ha massa molto piccola rispetto a quella della stella principale.

b) **Legge delle Masse.** *I sistemi binari più stretti* (spettroscopici, o ad eclisse) *hanno generalmente massa maggiore dei sistemi più larghi. Inoltre, a parità di condizioni ed in accordo con quanto fu detto* (n. 141), *la massa del sistema è maggiore quando il tipo spettrale è recente* (*O*, *B* ecc.).

Aggiungiamo che, secondo AITKEN, il rapporto tra la massa del satellite e la massa della stella principale (*Mass-Ratio*, degli astronomi anglo-americani) crescerebbe con l'avanzare del tipo spettrale. E, non ostante alcune difficoltà opposte da STRUVE e dal KREIKEN, [2] questa conclusione è stata recentemente confermata da SHAJN, [3] secondo cui la *Mass-Ratio* varia da 0, 5 per il tipo B, a 0, 9 per il tipo *M*.

c) **Legge dei tipi spettrali, o legge del Leonard.** *Nei sistemi giganti lo spettro del satellite appartiene ad un tipo più recente di quello della stella principale, mentre invece nei sistemi nani lo spettro del satellite è di tipo più avanzato di quello della stella principale.*

In altre parole: se il sistema è gigante, il satellite ha una temperatura più elevata e un colore più vicino all'azzurro, o un indice di colore *minore* di quello della stella

---

(1) Cfr. PERRINE, *Dependence of orbital eccentricity upon the relative masses of the components*, in «Astronomical Journal» Vol. XXXIII n. 790.

(2) Cfr. STRUVE, *Ueber das Massenverhältniss der Spektr. Doppelsterne*, in « Astr. Nachr. » Bd. CCXXVII n. 5432; KREIKEN, *Note on the Mass-Ratio in binary stars and the hypothesis of the secular decrease of mass*, id. Bd. CCXXXVIII n. 5711.

(3) Cfr. SHAJN, *On the Mass-Ratio in double stars*, in « Month. Not. » Vol. LXXXV; id. *On some relations between the masses, luminosities and spectra among eclipsing binaries*, id. Vol. LXXXVIII; id. *On the Mass-Ratio in binary stars and the hypothesis of the secular decrease of Mass*, in « Astr. Nachr. » Bd. CCXXXVII n. 5668. Cfr. anche MILLER and PITMAN, *The masses of visual binary stars*, in « Astronomical Journal » Vol. XXXIV n. 807; PITMAN, *The masses and absolute magnitudes of binary stars*, id. Vol. XXXIX n. 918.

principale; invece, se il sistema è nano, il satellite ha una temperatura più bassa e un colore più vicino al rosso, o un indice di colore maggiore, di quello della stella principale. Ne segue che se le due masse sono presso a poco eguali, e cioè se non vi è netta distinzione tra stella principale e satellite, anche i colori e i tipi spettrali sono poco diversi; ciò che, del resto, abbiamo già notato (n. 228).

Vedremo nel Vol. III come questa legge si estenda ai clusters globulari e ne esamineremo il profondo significato evoluzionistico; qui vogliamo solo notare che, secondo le ultime ricerche del KREIKEN, (1) nei sistemi binari predominerebbero le stelle nane. Ma la questione è ancora assai controversa.

230. Digressione sul problema dei due corpi di masse variabili. Prima di andare innanzi, dobbiamo fermarci un momento sopra un recente problema di Meccanica Celeste: quello delle masse variabili.

Come è notissimo, se due astri hanno massa costante e se si attirano con la legge di Newton, l'orbita relativa di ciascuno di essi è una conica (ellisse, parabola o iperbole) di cui un fuoco è occupato dall'altro astro. Si domanda ora che cosa avviene se le masse, invece di mantenersi costanti, variano col tempo: p. es. diminuiscono per trasformazione della materia in energia.

Questo importante problema, che negli ultimi tempi fu oggetto di molti studi, specialmente dallo scrivente, (2) presenta gravissime difficoltà matematiche poichè è integrabile solo in pochissimi casi. (3) Ciò non ostante, con varie consi-

---

(1) Cfr. KREIKEN, *On the dwarf nature of the spectroscopic binaries stars*, in « Month. Not. » Vol. LXXXIX. Si vegga la critica del LUYTEN in « Bul. Harv. Coll. » n. 870, a cui il KREIKEN risponde in « Month. Not. » Vol. XC (1930).

(2) Cfr. ARMELLINI, « Rend. della R. Acc. dei Lincei » 1911 sem. II; 1913 sem. I; 1914 sem. I; 1915 sem. II; 1922 sem. I; 1925 sem. I; 1926 sem. II; 1931 sem. I; cfr. anche id. *Il problema dei due corpi di masse variabili*, in « Memorie della Soc. Italiana delle Sc. detta dei XL » Tomo XIX (1915).

(3) Il caso più generale d'integrabilità oggi conosciuto, è stato indicato dallo scrivente e può esporsi così: Supponendo che l'attrazione sia

derazioni teoriche, è possibile di trovare grossolanamente le leggi secondo cui avviene il movimento.

Anzi tutto è facile dimostrare che il *parametro* dell'orbita istantanea varia in ragione inversa della massa totale del sistema [1] ed inoltre lo scrivente ha dimostrato rigorosamente [2] che, se la massa cresce col tempo, il *semiasse maggiore* dell'orbita istantanea (supposta ellittica) diminuisce, mentre avviene il contrario se la massa decresce.

Quanto all'*eccentricità* si dimostra, in prima approssimazione, che essa resta inalterata ed anzi un teorema di LEHMANN FILHÈS [3] insegna che l'orbita osculatrice varia mantenendosi simile a sè stessa e similmente disposta. Ma, in seconda approssimazione, lo scrivente ha dimostrato che, se la massa cresce col tempo, l'eccentricità tende a decrescere, mentre se la massa decresce l'eccentricità tende ad aumentare. Tuttavia in pratica, nei sistemi binari, la variazione dell'eccentricità sarebbe generalmente *trascurabile.* [4]

Lo scrivente inoltre ha dimostrato che, se la massa del sistema è sempre crescente o decrescente, l'orbita relativa

---

proporzionale alla potenza k della distanza e supponendo che la massa M del sistema vari in funzione del tempo t secondo la legge $M = (a + bt)^n$ dove a e b sono costanti, il problema si riduce alle quadrature se si ha: $k + n + 3 = 0$ oppure $k + 2n + 3 = 0$. Cfr. ARMELLINI, *Sopra l'integrabilità del problema dei due corpi di masse variabili,* in « Rend. Lincei » 1922 sem. I.

(1) Infatti, essendo la forza centrale, il moto avviene con la legge delle aree. Allora, indicando rispettivamente con c, M, f, p la costante delle aree, la massa del sistema, il coefficiente attrattivo ed il parametro, la Teoria delle Orbite dà la relazione $c^2 = Mfp$, da cui si deduce subito che p varia in ragione inversa di M.

(2) Cfr. ARMELLINI, *Un teorema sul problema dei due corpi di masse crescenti,* in « Rend. Lincei » 1925 sem. I.

(3) Cfr. LEHMANN-FILHÈS, *Ueber Centralbewegungen,* in «Astr. Nachr.» Bd. CXXXXV n. 3479-80.

(4) Per dimostrare quanto diciamo, indichiamo con r il raggio vettore, con ϑ l'anomalia e scegliamo - per semplicità - le unità di misura in modo da rendere eguali ad 1 la costante delle aree c, il coefficiente attrattivo f ed il valore iniziale della massa M del sistema.

Consideriamo ora le ben note equazioni del moto relativo nel pro-

non può avere punti doppi o multipli e cioè il satellite non può passare due volte per lo stesso punto del piano [1] in cui si svolge la traiettoria.

Infine, essendo la forza centrale, si dimostra che il piano dell'orbita resta rigorosamente invariabile; donde risulta, per conseguenza, l'invariabilità della inclinazione e della linea dei nodi.

231. Origine delle stelle binarie e multiple. Premesse queste nozioni, passiamo ad occuparci dell'origine [2] delle stelle binarie e multiple. In proposito sono possibili tre ipotesi, che però *non* si escludono a vicenda, e cioè:

---

blema dei due corpi:

$$\frac{d^2r}{dt^2} = \frac{1}{r^3} - \frac{M}{r^2}\ ; \quad r^2 \frac{d\vartheta}{dt} = 1 \tag{1}$$

e supponiamo p. es. che la massa M decresca in funzione del tempo secondo la legge:

$$M = \frac{1}{1 + \varepsilon t} \tag{2}$$

essendo ε un numero positivo generalmente assai piccolo. Come mostra la (2), la massa M avrà il valore 1 nell'istante iniziale e diminuirà continuamente col progredire del tempo, tendendo a zero quando t tende ad ∞.

Ora è facile vedere che il sistema (1) ammette la soluzione particolare:

$$r = \frac{1}{M} = 1 + \varepsilon t\ ; \ \vartheta = \text{cost} - \frac{1}{\varepsilon + \varepsilon^2 t} = \vartheta_0 + (1 - \varepsilon t + \varepsilon^2 t^2 - \ldots)\, t \tag{3}$$

che corrisponde al caso in cui l'orbita iniziale (per $t = 0$) sia circolare.

Allora, crescendo il tempo, r aumenterà continuamente; ma, fino a quando la durata di una rivoluzione non supererà alcuni secoli - come avviene nei sistemi binari - la massa M, e quindi r, si manterranno praticamente *costanti durante una stessa rivoluzione* onde l'orbita continuerà ad essere praticamente circolare, pur divenendo sempre maggiore.

[1] Cfr. Armellini, *Sopra la forma della traiettoria nel problema dei due corpi di masse crescenti*, in « Rend. Lincei » 1915 sem. II.

[2] Per maggiori notizie su questo argomento, oltre al citato libro del Jeans, *Astronomy and Cosmogony*, cfr. Vogt, *Zum Problem der δ Cephei Veränderlichen und der Entstehung von Doppelsternen durch Teilung*, in « Astr. Nachr. » Bd. CCXXIX n. 5480; Becker, *The capture hypothesis of binary stars*, in « Month. Not. » Vol. LXXX; Jeans, *The origin of binary systems*, id. Vol. LXXIX; id. *The evolution of binary systems*, id. id.

1) *Ipotesi della cattura*, secondo la quale, nei sistemi binari, la stella satellite sarebbe stata catturata dall'attrazione della stella principale a cui era passata vicina, muovendosi nello spazio.

2) *Ipotesi della divisione*, sostenuta principalmente dal JEANS (n. 225), secondo la quale la stella principale ed il satellite sarebbero nati dalla divisione di un unico astro.

3) *Ipotesi della condensazione policentrica*, secondo la quale gli astri, componenti un sistema binario o multiplo, corrisponderebbero a diversi centri di condensazione intorno a cui si è concentrata la materia di una nebula preesistente; p. es. l'astro principale corrisponderebbe al nucleo e i satelliti ai nodi di condensazione nelle braccia spiraliformi (n. 20).

Diamo un cenno di ciascuna di queste ipotesi.

a) *L'ipotesi della cattura*, fu sostenuta chiaramente da STONEY [1] nel 1867, sebbene se ne trovino traccie negli scritti di astronomi più antichi: Arago, Francoeur ecc. Recentemente venne ripresa, con nuovo vigore, dal SEE [2], il quale ha cercato anche di estenderla al sistema planetario, ammettendo che i pianeti siano stati catturati dall'attrazione del Sole mentre vagavano liberamente nello spazio.

Contro questa ipotesi si obbietta generalmente che è assai raro il caso che due stelle, nei loro movimenti, vengano a trovarsi vicine; ma la difficoltà è forse meno grave di quanto si crede.

Se infatti — per metterci nel miglior caso — supponiamo che due astri si catturino a vicenda ogni volta che passano p. es. ad una distanza minore, o eguale, a quella di Nettuno dal Sole ($d = 4{,}5.10^9$ km. $= 1{,}5.10^{-4}$ parsecs) e se ripetiamo un calcolo già eseguito (n. 198, nota), troviamo che il *cammino libero* si riduce a $0{,}22.10^9$ parsecs. E quindi (n. 198) una *determinata* stella potrebbe catturarne un'altra ogni $0{,}55.10^{13}$ anni.

---

(1) Cfr. « *Proceedings of the Royal Society of London* », T. XVI (1867).

(2) Cfr. T. J. J. SEE, *Researches on the Evolution of Stellar Systems* T. II (Nichols, Lynn, Mass. U. S. A. 1910).

Ammettendo allora, come abbiamo fatto, che nella Galassia vi siano almeno venti bilioni (2.10^{10}) di stelle, potremo aspettarci una cattura — e quindi la nascita di una binaria — ogni 250 anni. E poichè sappiamo (n. 227) che il 5 % delle stelle — e cioè 10^9 astri — sono binarie, dobbiamo dedurne che *l'età dell' Universo* risale, in questa ipotesi, a 250 bilioni di anni almeno: cifra certamente elevata, ma che non presenta nulla (n. 154) d'impossibile ed è anzi inferiore all'età dell'Universo dedotta dalla legge di equipartizione [1] dell'energia, di cui parleremo nel Vol. III.

Gravi difficoltà insorgono però quando si tenta di spiegare le leggi statistiche (n. 229) dei sistemi binari, con l'ipotesi della cattura.

Infatti, per giungere allo scopo, i sostenitori dell'ipotesi della cattura sono costretti ad ammettere che gli astri siano circondati da un'atmosfera altissima e *densa*, onde la stella satellite si muoverebbe nell'interno dell'atmosfera della stella principale. Allora — per noti teoremi di Meccanica Celeste [2] — l'orbita diverrebbe sempre meno eccentrica, mentre i due astri si avvicinerebbero sempre più; così, in media, i sistemi binari più stretti risulterebbero meno eccentrici degli altri, conformemente a quanto mostra l'osservazione.

Deve rilevarsi però che questa spiegazione appare ormai assolutamente insostenibile, giacchè oggi conosciamo bene l'estrema tenuità dell'atmosfera delle stelle. Inoltre, in questa ipotesi, i sistemi binari più stretti risulterebbero anche *i più vecchi*, mentre invece (n. 229) essi hanno massa maggiore e debbono quindi considerarsi come più giovani.

Infine è inutile aggiungere che l'ipotesi della cattura non spiega in nessun modo la legge del LEONARD, giacchè i due astri, che s'incontrano, non hanno alcuna parentela tra loro.

b) *L'ipotesi della divisione*, è stata già accennata (cfr.

---

(1) Cfr. ARMELLINI, *Nuova interpretazione cosmogonica dell'equipartizione dell'energia tra le stelle*, in « Rend. Lincei » 1931.

(2) Cfr. TISSERAND, *Traité de Mécanique Céleste*, T. IV pag. 217 e ss. (Paris, Gauthier, 1896).

nn. 159 e 225) in altro luogo. Secondo questa ipotesi, l'astro, dopo aver assunto la forma di un ellissoide di JACOBI si dividerebbe in due astri, i quali sarebbero dapprima quasi aderenti e poi si allontanerebbero progressivamente. In tal modo l'astro passerebbe dapprima nello stato di variabile Cefeide (stella pulsante) e quindi si trasformerebbe in variabile ad eclisse del tipo di β *Lyrae* (in cui il satellite è quasi aderente alla stella principale); poi in variabile ad eclisse del tipo di *Algol* (satellite più lungi dalla principale), poi in un sistema binario spettroscopico ed, in fine, in un sistema binario visuale con le componenti sempre più distanti.

Ma restava a spiegare tale allontanamento progressivo.

A tal fine si ricorse dapprima alle *maree*, sollevate nei due astri dalla loro mutua attrazione. Ed infatti DARWIN, potè dimostrare [1] che queste maree rallentano i movimenti di rotazione ed aumentano la distanza reciproca dei due astri, fino a che le rotazioni si compiano in un tempo eguale al periodo di rivoluzione e cioè fino a che i due astri ruotino uno intorno all'altro *rivolgendosi sempre la stessa faccia*.

Occorre però osservare che — per un noto teorema di Meccanica — il momento della quantità di moto del sistema rimane inalterato e ciò basta a mostrare che l'allontanamento è *piccolo* e che quindi l'azione delle maree non può trasformare un sistema binario fotometrico, con stelle quasi aderenti, in un sistema visuale ben separato, con un periodo di qualche secolo.

Ma tale difficoltà, che alcuni astronomi hanno creduto insuperabile, [2] è stata invece vinta facilmente dalle nuove teorie fisiche, secondo cui la massa si trasforma in energia. Infatti, invecchiando il sistema e diminuendo sempre più la

---

[1] Cfr. DARWIN, *Scientific Papers*, Vol. II (Cambridge, 1908); cfr. anche POINCARÉ, *Leçons sur les hypothèses cosmogoniques*, pag. 130 (Paris, Hermann, 1913).

[2] « De tout ceci il résulte que les couples à longue période n'ont pu se former par division, à moins que des forces étrangères inconnues ne soient intervenues » (BOSLER, Astrophysique, pag. 584).

sua massa, si ricade nel problema dei due corpi con masse decrescenti, e la teoria dimostra allora (n. 230) che l'orbita relativa si dilata senza limiti, mentre aumenta la durata di rivoluzione o il periodo.

Inoltre, in conformità con le osservazioni, nell'ipotesi della divisione, i sistemi più stretti sono i più giovani e di maggiore massa ed anzi — poichè la stella principale irradia più intensamente del satellite e quindi perde una maggiore quantità di materia — si dimostra col calcolo che la *Mass-Ratio* tende a crescere quando il sistema invecchia e cioè quando si passa dai sistemi più stretti a quelli più larghi. E vedremo nel Vol. III, esaminando i clusters globulari, come la comune origine dei due astri possa pure spiegare facilmente la legge del LEONARD.

Così, riepilogando, l'ipotesi della divisione — oltre al vantaggio di riunire in una stessa famiglia le variabili Cefeidi ed i sistemi binari fotometrici, spettroscopici e visuali — dà ragione di molti fenomeni statistici, ed appare quindi degna di alta considerazione. Disgraziatamente sussiste una difficoltà e cioè l'impossibilità (n. 230) di spiegare, con una diminuzione della massa, il forte aumento di eccentricità che si osserva quando dai sistemi a breve periodo passiamo a quelli a lungo periodo [1].

c) L'ipotesi della condensazione policentrica si presta bene specialmente per le stelle multiple e in particolare per i *clusters globulari* (n. 21) che — come sembra evidente — traggono origine da una nebula che si è condensata intorno a più centri. Ed anzi, secondo una recente teoria cosmogo-

---

[1] Secondo il JEANS, appena un sistema binario si forma per divisione di un astro, l'eccentricità è quasi nulla, ma poi cresce lentamente per le perturbazioni prodotte dal passaggio di altre stelle in vicinanza del sistema. Supponendo che l'Universo sia estremamente antico e che abbia raggiunto uno stato di regime, il JEANS trova anzi che la probabilità affinchè l'eccentricità di un sistema binario sia compresa tra e ed $e + de$ è proporzionale ad e. In tal modo le maggiori eccentricità sarebbero anche le più probabili: cfr. JEANS, *The Univers around us*, pag. 164 e ss., (Cambridge, University Press, 1929).

nica — emessa dal MOULTON e dal CHAMBERLIN nel 1900 e conosciuta col nome di *Ipotesi Planetesimale* [1] — i pianeti, che circondano il Sole, sarebbero originati da centri di condensazione che si erano formati nelle braccia di una piccola nebulosa spirale, di cui il Sole stesso costituiva il nucleo. E, a loro volta, queste braccia spiraliformi sarebbero state prodotte dall'attrazione di un astro che passò in vicinanza del Sole, qualche trilione di anni or sono [2].

Nel caso dei sistemi binari, l'ipotesi della condensazione policentrica, insieme con la teoria della trasformazione della massa in energia, spiega dunque perchè i due astri invecchiando si allontanino tra loro, perchè cresca la *Mass-Ratio*, ecc. e spiega pure la legge del LEONARD, conseguenza della comune origine.

In ogni modo, come abbiamo rilevato, le tre ipotesi non si escludono. Si potrebbe quindi ritenere che i sistemi binari stretti provengano dalla divisione, i più larghi da una condensazione policentrica ed altri, con fortissima eccentricità, da una cattura.

Tutto ciò per i sistemi binari.

Quanto ai *sistemi multipli*, l'ipotesi della condensazione policentrica sembra certamente molto plausibile, come dicevamo poco fa. Occorre però notare che generalmente questi sistemi *sono formati dalla riunione di più sistemi binari;* e cioè da sistemi binari le cui componenti sono, a loro volta, costituite da sistemi binari vicinissimi e spesso anzi spettroscopici o fotometrici. Così p. es. osservando con un piccolo cannocchiale il sistema di ε *Lyrae* ($\alpha = 18^h\ 41^m$; $\delta = 39°\ 32'$) si trova che esso è composto di due astri (ε *Lyrae* e 5 *Lyrae*) distanti 207″, con moto proprio comune; ciò che attesta il loro legame fisico. Adoperando un cannocchiale più potente,

---

(1) Sebbene l'argomento non riguardi l'Astronomia Siderale, rimandiamo i lettori desiderosi di maggiori notizie all'articolo di CHAMBERLIN, *The Planetesimal Hypothesis*, in « Scientia » Vol. XVI (1914); cfr. anche MOULTON, *Introduction to Astronomy* (New York, Mac Millan, 1916) e RUSSELL, DUGAN, STEWART, *Astronomy*, Vol. I (New York, Ginn, 1926).

(2) Ciò spiega perchè i sistemi planetari sarebbero relativamente molto scarsi nell'Universo.

si vede che ciascuno dei due astri è in realtà costituito da un sistema binario, le cui componenti distano 2″,5 e 3″,2 tra loro. Infine, applicando lo spettroscopio, si trova che la più luminosa delle quattro stelle è, a sua volta, una doppia spettroscopica.

Molti astronomi ammettono quindi che un astro si sia dapprima diviso in due componenti e quindi che, in un secondo tempo, ciascuna delle due componenti si sia suddivisa in due. Il RUSSELL trova anzi col calcolo, che, in questo caso, la distanza tra le componenti secondarie deve essere almeno cinque volte minore di quella tra le componenti primarie e ciò sembra in buon accordo con le osservazioni.

232. Età dei sistemi binari. Il JEANS [1] ha cercato di calcolare l'età dei sistemi binari, servendosi dell'incremento che si nota nella *Mass-Ratio* (n. 229) quando passiamo dai sistemi giovani ai sistemi invecchiati.

A tale scopo, indichiamo con μ e con E la massa ed il flusso di energia della stella principale del sistema e ricordiamo che la perdita infinitesima di massa $-d\mu$ subita dall'astro in un tempuscolo dt — e cioè la quantità di materia che si trasforma in energia nel tempo dt — è proporzionale a dt ed al flusso E. Avremo dunque:

$$-d\mu = kEdt \tag{407}$$

dove k è un coefficiente di proporzionalità.

Ora il JEANS suppone (n. 140, pag. 102 nota) che il flusso E sia proporzionale al cubo della massa μ, onde la (407) diviene:

$$-d\mu = \alpha\mu^3 dt \tag{408}$$

dove il coefficiente di proporzionalità α può essere determi-

---

[1] Cfr. JEANS, *Astronomy and Cosmogony*, pag. 318. Per modernissime ricerche, cfr. G. SHAJN, *The mass ratio in double stars and the hypothesis of secular decrease of mass*, in « Russian Astronomical Journal ». Vol. VI (1929).

nato paragonando p. es. la massa del Sole col flusso di energia emesso del Sole stesso. Si ha così, nel sistema C. G. S., $\alpha = 5{,}2.10^{-88}$.

Integrando la (408) otteniamo immediatamente:

$$\frac{1}{\mu^2} = \frac{1}{\mu_0^{\,2}} + 2\alpha t \tag{409}$$

e cioè

$$2\mu^2\alpha t + \frac{\mu^2}{\mu_0^{\,2}} = 1 \tag{410}$$

dove μ_0 è la massa iniziale dell'astro.

Analogamente avremo per la stella satellite del sistema:

$$2\mu'^2\alpha t + \frac{\mu'^2}{\mu_0'^2} = 1 \tag{411}$$

e cioè, paragonando la 410) con la 411):

$$2\mu^2\alpha t + \frac{\mu^2}{\mu_0^{\,2}} = 2\mu'^2\alpha t + \frac{\mu'^2}{\mu_0'^2} \tag{412}$$

Risolvendo la (412) rispetto a t e chiamando con R la Mass-Ratio attuale $\left(R = \frac{\mu'}{\mu}\right)$ e con R_0 la Mass-Ratio iniziale, $\left(R_0 = \frac{\mu'_0}{\mu_0}\right)$ risulta subito:

$$2\alpha t = \frac{R^2 - R_0^{\,2}}{\mu_0'^2(1 - R^2)} \tag{413}$$

Supponendo p. es $R = 0{,}90$, $R_0 = 0{,}70$ e $\mu'_0 = 10^{34}$ grammi, otteniamo per l'età del sistema $t = 1{,}61.10^{19}$ secondi, e cioè $t = 5{,}1.10^{11}$ anni. [1]

---

[1] Notiamo che, per un errore di calcolo, il JEANS trova $5{,}4.10^{12}$ anni (op. cit. pag. 320).

Capitolo II.

Sistemi binari visuali.

§ 1. Metodi di osservazione.

233. Moto assoluto e relativo. Orbita reale ed apparente. Nello studio dei sistemi binari, dobbiamo anzi tutto distinguere due cose, vale a dire:

a) Il *moto assoluto* e cioè il moto di ciascuna stella del sistema rispetto ad assi fissi; moto che può ottenersi p. es. osservando, col cerchio meridiano, l'ascensione e la declinazione dell'astro in diverse epoche e riducendo i risultati ad uno stesso equinozio.

b) Il *moto relativo* e cioè il moto di una delle due stelle rispetto all'altra; p. es. del satellite rispetto alla stella principale. Come già accennammo (n. 105), esso si ottiene misurando, in epoche diverse, la *distanza angolare* ρ tra le due stelle e l'*angolo di posizione* ϑ e cioè [1] l'angolo che la direzione uscente dalla stella principale e diretta verso il satellite forma col cerchio orario. Tale angolo si conta, per convenzione, in senso *antiorario* cominciando dal Nord; e cioè nel senso N.E.S.W.

È poi evidente che, conoscendo il moto relativo dei due astri ed il moto assoluto di uno di essi, se ne ricava facilmente il moto assoluto dell'altro.

---

[1] Le notazioni ρ e ϑ per la distanza angolare e per l'angolo di posizione sono raccomandate dal Congresso Internazionale Astronomico di Roma del 1922. Cfr. *Trans. of the International Astronomical Union*, Vol. I, pag. 212.

Ciò posto, richiamando facili nozioni di Meccanica Celeste, ricordiamo che:

a) Nel moto *assoluto*, il baricentro G del sistema binario

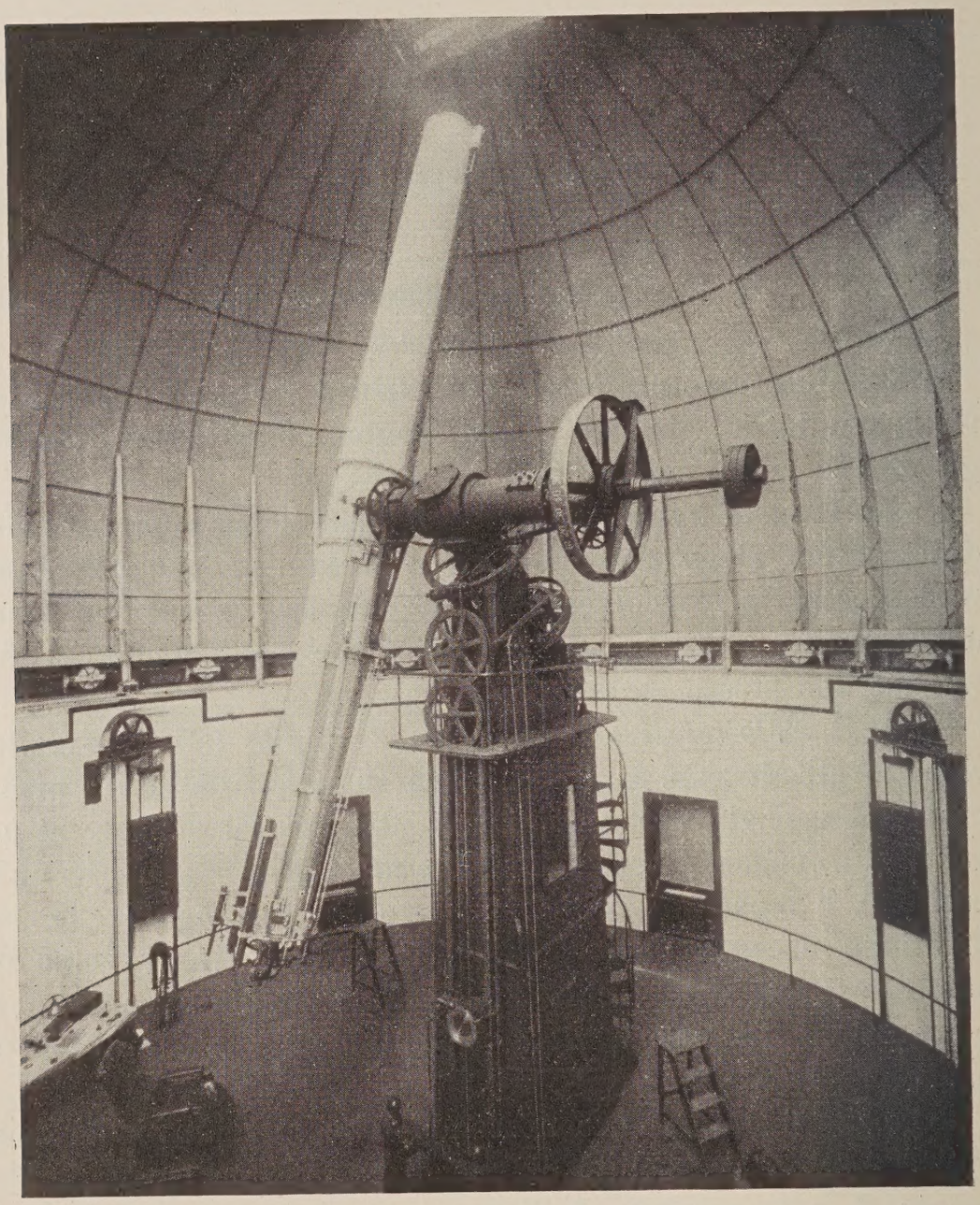


Fig. 194.
Equatoriale e cupola astronomica.
(Osservatorio di Washington; obbiettivo Clark di 66 cm.).

si muove in linea retta, con velocità costante, mentre i due astri S_1 ed S_2 descrivono due coniche — generalmente due ellissi E_1 ed E_2 — che hanno *un fuoco in G*.

Inoltre il baricentro G si trova sempre sopra la retta che

unisce S_1 con S_2 e precisamente divide il segmento S_1S_2 in ragione inversa delle masse dei due astri. Ne segue che le due ellissi E_1 ed E_2 sono simili — e cioè hanno la stessa eccentricità — e che i loro semiassi maggiori o, come dicono gli astronomi, le *distanze medie* a_1 ed a_2 sono inversamente proporzionali (n. 209) alle masse μ_1 e μ_2 delle due stelle componenti il sistema binario.

b) Nel moto *relativo*, ognuna delle due stelle del sistema binario, p. es. il satellite, descrive una conica — generalmente un' ellisse E — che *ha per fuoco l'altra stella*. Il semiasse maggiore a di questa ellisse, o *distanza media* tra i due astri, è eguale ad $a_1 + a_2$ e cioè è eguale alla somma dei semiassi maggiori delle due ellissi descritte nel moto assoluto, o alla somma delle distanze medie dei due astri dal baricentro G.

Nella pratica, gli astronomi chiamano l' ellisse relativa E col nome di *orbita reale*. Ma, a questo proposito, occorre avvertire che, esaminando il moto relativo dei due astri per mezzo dell' angolo di posizione ϑ e della distanza ρ, si ottiene immediatamente non già l' orbita reale, ma la sua proiezione sul piano tangente alla sfera celeste; proiezione che gli astronomi chiamano *orbita apparente*.

Ora la Geometria Proiettiva insegna che, se l' orbita reale è ellittica, anche l' orbita apparente risulterà ellittica e che il centro dell' orbita reale si proietterà nel centro dell' orbita apparente, mentre invece i fuochi *non* si proietteranno generalmente nei fuochi. [1] Ne segue che, *nella ellisse appa-*

---

[1] Infatti, essendo la Terra a distanza praticamente infinita dall' astro, si ha una « proiezione parallela », onde la « retta all' infinito » del piano della conica reale si trasforma nella « retta all' infinito » del piano della conica apparente. Ne segue che se la conica reale è un' ellisse, una parabola od una iperbole, anche la conica apparente sarà un' ellisse, una parabola od una iperbole.

Inoltre, poichè il centro di una conica è il « polo » della « retta all' infinito » e poichè la polarità resta inalterata nelle operazioni di proiezione, il centro della conica reale si proietterà nel centro della conica apparente. Invece i « punti ciclici » vengono alterati nella proiezione e quindi i fuochi non corrispondono ai fuochi.

Per maggiori notizie cfr. p. es. CASTELNUOVO, *Lezioni di Geometria Analitica e Proiettiva* (Roma, Albrighi, 1915).

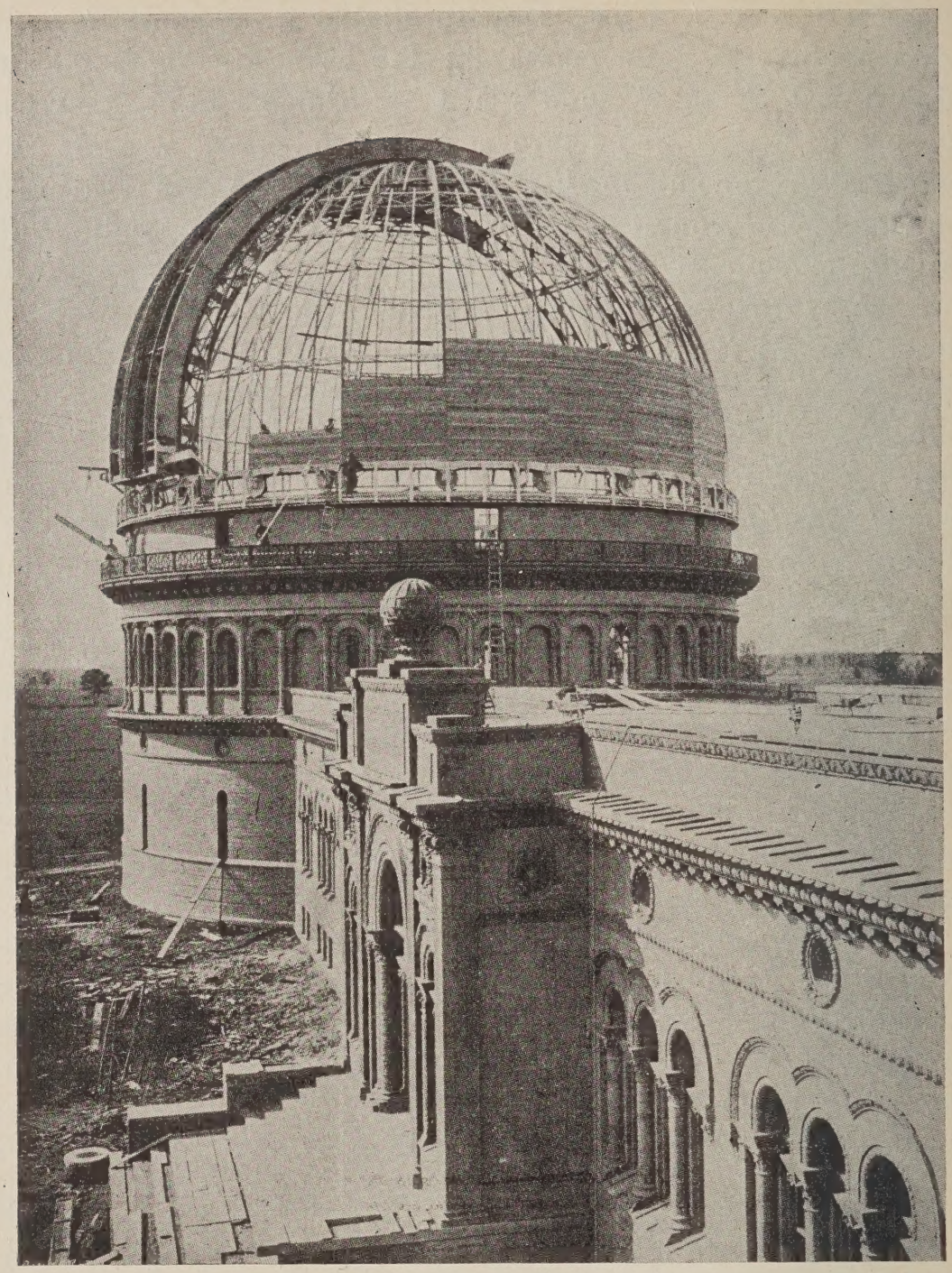


Fig. 195.
Costruzione della cupola dell'Osservatorio Yerkes dell'Università di Chicago, che contiene il più grande equatoriale del mondo. (Apertura della lente obbiettiva: m. 1,02).

rente, la stella principale occuperà un punto interno, generalmente diverso dal fuoco.

Inoltre, poichè nella proiezione le aree vengono sempli-

cemente moltiplicate per il coseno dell'angolo che il piano dell'orbita reale forma col piano tangente alla sfera celeste, vediamo che anche nell'orbita apparente sarà conservata la prima legge di KEPLERO. E cioè *il raggio vettore*, che unisce la stella principale col satellite, *descriverà aree proporzionali al tempo.*

234. Potere risolutivo del cannocchiale. Prima di addentrarci nello studio dei sistemi binari visuali, occorre esaminare quale sia la potenzialità dei cannocchiali moderni a tale riguardo. Ricordiamo quindi che, secondo l'Ottica Fisica, l'immagine fuocale di una stella è costituita (n. 103, nota) da un dischetto centrale, contornato da anelli di diffrazione d'intensità rapidamente decrescente. E precisamente il diametro δ del dischetto centrale, espresso in secondi d'arco, è dato dalla formula:

$$\delta = 1{,}22 \frac{\lambda}{D \sin 1''} \tag{414}$$

dove λ indica la lunghezza d'onda e D il diametro, o *apertura*, dell'obbiettivo.

Ciò posto, immaginiamo di esaminare un sistema binario le cui componenti distino tra loro ρ secondi. È chiaro che noi potremo vedere, o fotografare, distintamente le due stelle, soltanto se i due dischetti dell'immagine fuocale sono interamente separati; e ciò *qualunque sia l'ingrandimento adoperato*, poichè — come è notissimo — il sistema oculare agisce semplicemente come un microscopio destinato ad ingrandire l'immagine fuocale, con tutte le sue particolarità e con tutti i suoi difetti.

In conseguenza, affinchè il cannocchiale possa separare le due componenti del sistema binario, dovrà essere:

$$\rho > \delta \tag{415}$$

e cioè, per la (414):

$$D > \frac{1{,}22\,\lambda}{\rho \sin 1''} \tag{416}$$

Vale a dire, se scegliamo per unità il cm. e prendiamo

per λ la lunghezza d'onda della luce gialla e cioè $\lambda = 5500$ U. A. $= 5{,}5.10^{-6}$ cm., avremo:

$$D > \frac{13{,}8}{\rho} \tag{417}$$

Così per separare due stelle distanti 1″ occorrerà *almeno* una lente di 14 cm. di apertura; per separare due stelle distanti 0″, 5 una lente di 28 cm. almeno ecc. E viceversa, con una lente di 40 cm. potremo separare stelle distanti non meno di 0″,35; con una lente di 65 cm. — quale hanno i grandi Osservatori moderni — stelle distanti non meno di 0″,20, ecc.

Praticamente però tali limiti possono essere raggiunti soltanto in via eccezionale e cioè:

1) Se si hanno obbiettivi di fabbricazione accuratissima ed esenti da difetti (aberrazioni cromatiche, sferiche, zonali, settoriali ecc.).

2) *Se l'atmosfera è secca e perfettamente tranquilla.* Infatti l'umidità atmosferica fa vedere gli astri contornati da una piccola aureola nebulosa e il vento aumenta la scintillazione ed il *disco di scintillazione* (n. 35), rendendo più difficile la separazione dei sistemi binari.

3) Se le due stelle componenti il sistema binario sono di moderata luminosità (4ª — 6ª grandezza) e, specialmente, *se le loro grandezze fotometriche m_1 ed m_2 sono poco diverse.* Infatti, nel caso opposto, oltre al disco di diffrazione dell'astro principale, si dovrebbe tener conto del primo anello che lo circonda e che potrebbe essere abbastanza luminoso per nascondere la stella satellite. Così p. es., benchè il satellite di Sirio disti dall'astro principale da 2″ a 12″, esso può vedersi separato soltanto con una lente di 30-40 cm. quando si trova alla massima elongazione, mentre occorrono lenti ancora maggiori quando il satellite è più vicino.

Tutto sommato, l'esperienza insegna che in *condizioni normali,* e per ottenere una sufficiente visibilità, *il diametro dell'obbiettivo deve essere circa doppio del valore minimo dato dalla* 417) e cioè eguale almeno a $\frac{20}{\rho}$. Così per separare due

astri distanti 1″ si dovrà generalmente usare un obbiettivo di 20 cm.; per due astri distanti 0″,5 un obbiettivo di 40 cm. ecc. (1)

Come vediamo, il potere di separazione — o, *potere risolutivo* — delle lenti (e analogamente si dica per gli specchi sferici o parabolici) è piuttosto limitato (2), onde si sono immaginati vari metodi per aumentarlo.

Il più moderno ed il più importante tra questi, consiste nell' uso dell' *interferometro* che, come dicemmo (n. 104), aumenta il potere risolutivo nel rapporto 2,44 : 1, ma presenta anche l' inconveniente di consumare grande quantità di luce ed è relativamente poco esatto.

Un altro metodo, assai più semplice, è stato usato con successo da AITKEN (3) specialmente quando la stella satellite è molto debole rispetto alla stella principale: p. es. nel caso di Sirio. Esso consiste nel porre innanzi all' obbiettivo un diaframma avente la forma di esagono iscritto nell' obbiettivo stesso, onde, a causa della diffrazione, l' immagine fuocale dell' astro principale si riduce ad un dischetto da cui partono sei raggi. Ruotando allora il diaframma, in modo

---

(1) Per maggiori dettagli cfr. T. LEWIS, *On the class of double stars wich can be observed with refractors of various apertures*, in « Observatory » Vol. XXXVII (1914); CURTISS, *On the separation limits of double stars*, in « Journ. Astr. Soc. Canada » Vol. XXIII n. 10 (1929).

(2) Notiamo, con l' occasione, che spesso gli astronomi si servono delle stelle doppie come *oggetti di prova* per esaminare la bontà di un cannocchiale.

Così p. es. un piccolo cannocchiale di 4-5 cm. di apertura deve ritenersi buono se riesce a sdoppiare *Mizar*, o meglio, *Castore;* un cannocchiale di 10 cm. se sdoppia ε *Bootis* ($\alpha = 14^h\ 41^m$; $\delta = 27°\ 30'$; $m_1 = 2{,}8$; $m_2 = 5{,}1$; $d = 2''{,}7$) od η *Cassiopeiae* ($\alpha = 0^h\ 43^m$; $\delta = 57°\ 17'$; $m_1 = 3{,}5$; $m_2 = 7{,}9$; $d = 6''{,}0$); un cannocchiale di 16 cm. se sdoppia ε *Arietis* ($\alpha = 2^h\ 53^m$; $\delta = 20°\ 57'$; $m_1 = 5{,}2$; $m_2 = 5{,}6$; $d = 1''{,}4$) oppure μ *Librae* ($\alpha = 14^h\ 44^m$; $\delta = -13°\ 44'$; $m_1 = 5{,}4$; $m_2 = 6{,}2$; $d = 1''{,}4$) ecc.

In proposito ricordiamo che tutte le coordinate, date in questo libro, si riferiscono all' equinozio 1900, 0 ed avvertiamo che alcuni manuali danno oggetti di prova errati, giacchè desunti da vecchi trattati senza tener conto della variazione avvenuta nella distanza delle due componenti.

(3) Cfr. AITKEN, *The binary Stars*, pag. 59.

che la debole stella satellite venga a trovarsi nello spazio oscuro compreso tra due raggi, si riesce spesso a poterla vedere distintamente.

235. Metodi per l'osservazione delle stelle doppie. Il micrometro di posizione. L'osservazione delle stelle doppie — e cioè la determinazione dell'angolo di posizione ϑ e della distanza ρ, ad un tempo qualsiasi t — può eseguirsi in tre modi, vale a dire:

a) con la fotografia;

b) con l'interferometro;

c) con l'osservazione diretta, per mezzo del cannocchiale equatoriale munito del *micrometro di posizione*.

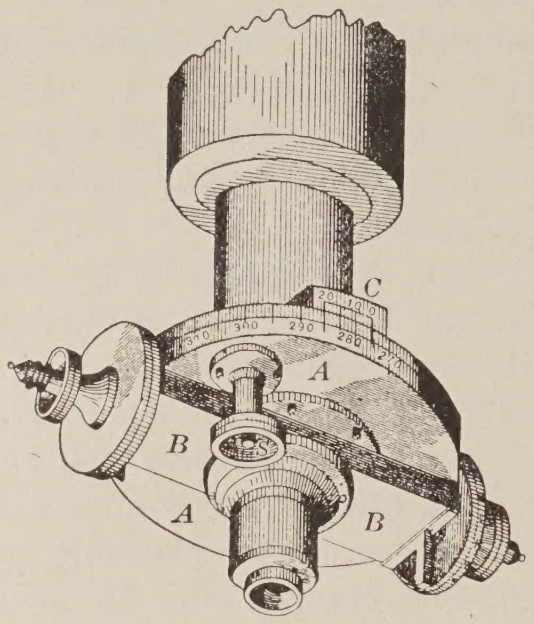


Fig. 196.
Schema del micrometro applicato all'equatoriale.

Il metodo fotografico, benchè oggi adoperato con una certa larghezza, non sembra eccessivamente vantaggioso [1]; specialmente se i due astri sono molto vicini e d'intensità diversa, giacchè, in tal caso, uno di essi risulta « sovraesposto » o « sottoesposto » e le negative appaiono poco nette. Il metodo interferometrico [2], di cui abbiamo già parlato (n. 105), si usa solo in casi eccezionali, per stelle molto vicine e sufficientemente luminose; onde il metodo della visione diretta può considerarsi, ancora oggi, come quello classico e più largamente usato.

---

[1] Cfr. HERTZSPRUNG, *Photographische Messungen von Doppelsternen*, in « Pubbl. Astr. Obs. Potsdam », Bd. XXIV, n. 75; KING, *Photographic observations of double stars*, in « Harvard Circular », n. 332 (1928).

[2] Per un es. cfr. MAGGINI, *Orbita del sistema 13 Ceti dedotta da misure interferometriche*, in « Astr. Nachr. » Bd. CCXXXIII, n. 5575.

A tale scopo, l'astronomo si serve del *micrometro di posizione*, ingegnoso strumento dovuto a W. HERSCHEL, e di cui passiamo a dare una sommaria descrizione.

Il micrometro consiste essenzialmente in un manicotto

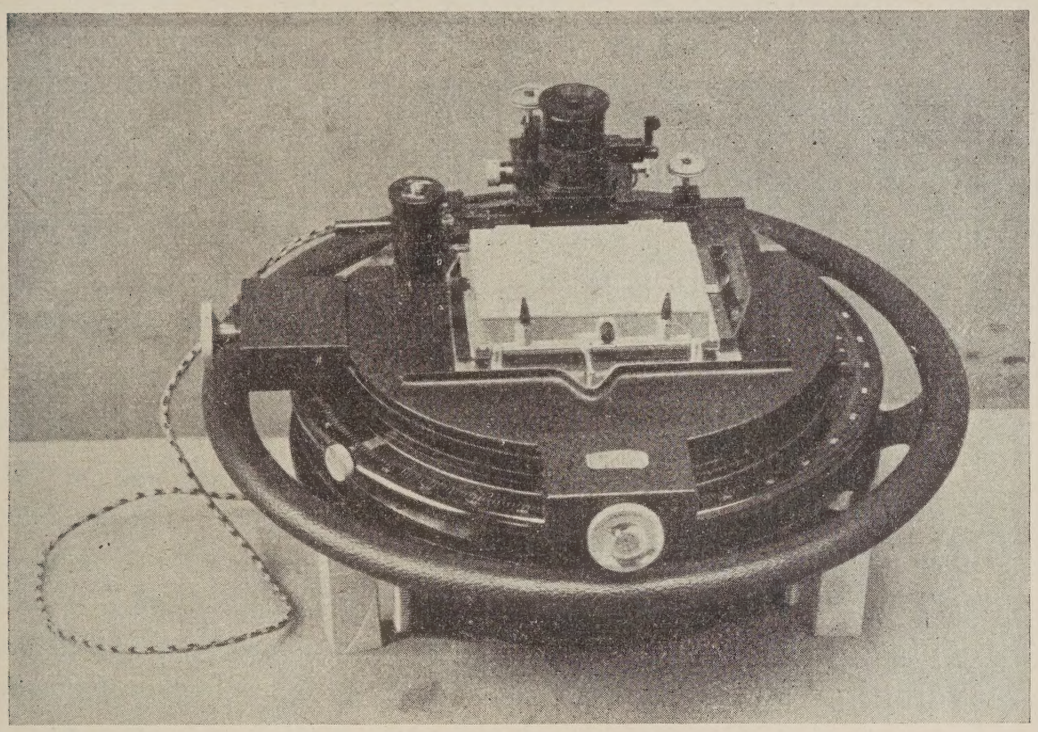


Fig. 197
Micrometro di posizione.

che porta, al suo estremo, un piccolo cerchio A (*circolo di posizione*) posto in un piano normale all'asse del manicotto e graduato da 0° a 360°, in senso inverso al movimento degli indici di un orologio. Questo cerchio può ruotare liberamente insieme con una cassetta B nel cui interno sono tesi due fili, paralleli [1] tra loro e al piano del cerchio, uno dei quali a è *fisso* mentre l'altro m, detto *filo mobile*, può spostarsi parallelamente a sè stesso per mezzo di una vite graduata V; vite che permette di allontanare, o avvicinare, il

[1] In pratica, poichè il micrometro serve anche per le misure differenziali di posizione dei piccoli pianeti e delle comete, vi sono più fili. Inoltre il filo fisso può muoversi, anche esso, per mezzo di una piccola vite, onde permettere di utilizzare differenti parti della corsa della vite graduata V.

filo mobile al filo fisso ed anche di farlo passare alla sua destra od alla sua sinistra. Un oculare, connesso col coperchio della cassetta, permette di vedere distintamente i due fili.

Si applica il manicotto all'estremità oculare del cannocchiale equatoriale e si fa scorrere nel suo interno fino a che i due fili, contenuti nella cassetta, vengano a trovarsi esattamente nel piano fuocale della lente obbiettiva. Allora, se dirigiamo l'equatoriale verso un sistema binario dopo aver illuminato il campo dello strumento, e se poniamo l'occhio all'oculare, vedremo nettamente le due stelle del sistema ed i due fili; mobile e fisso.

Ciò posto, l'osservazione può suddividersi in tre parti, e cioè:

1. Determinazione del « punto zero »;
2. Determinazione di ϑ;
3. Determinazione di ρ;

e viene eseguita come ora diremo.

1. Teniamo fermo l'equatoriale ed applichiamo l'occhio all'oculare del micrometro: vedremo le due stelle del sistema muoversi in virtù del moto diurno della sfera celeste, entrando da un estremo del campo ed uscendo dall'altro estremo.

Ruotiamo allora il circolo di posizione e spostiamo lievemente l'equatoriale fino a che una delle due stelle, p. es. la principale, venga a percorrere esattamente uno dei due fili: p. es. il filo fisso. Saremo allora sicuri che questo filo — e quindi anche l'altro — è disposto secondo un parallelo della sfera celeste, onde il punto da cui la stella esce dal campo — e che corrisponde in cielo all'estremo W della tangente al parallelo — avrà un angolo di posizione di 270°. Se quindi l'indice, o il nonio [1] annesso al cerchio di posi-

---

[1] In pratica, per evitare errori di eccentricità, vi sono due noni situati a 180° gradi di distanza, e cioè in posizione opposta. La lettura si esegue leggendo i due noni, prendendo per numero dei gradi quello indicato da uno di essi — nonio principale o nonio A — e per numero dei primi, o dei decimi di grado, la media aritmetica dei primi, o decimi di grado, indicati dai due noni.

zione, ci dà la lettura L, ne dedurremo che l'estremo Nord del cerchio orario, passante per l'astro, corrisponderà alla lettura $L - 270^o$.

Tale valore $L - 270^o$, s'indica con ϑ_0 e si chiama *punto zero*, perchè gli angoli di posizione — come sappiamo — si contano dall'estremo Nord del cerchio orario e cioè precisamente da ϑ_0.

2. Dopo aver determinato ϑ_0, mettiamo in movimento il sistema di orologeria che fa ruotare l'equatoriale intorno all'asse della sfera celeste, in modo che guardando all'oculare l'astro sembrerà immobile rispetto ai fili del micrometro; cosa che permetterà di eseguire con maggiore facilità e precisione le misure di cui siamo per parlare.

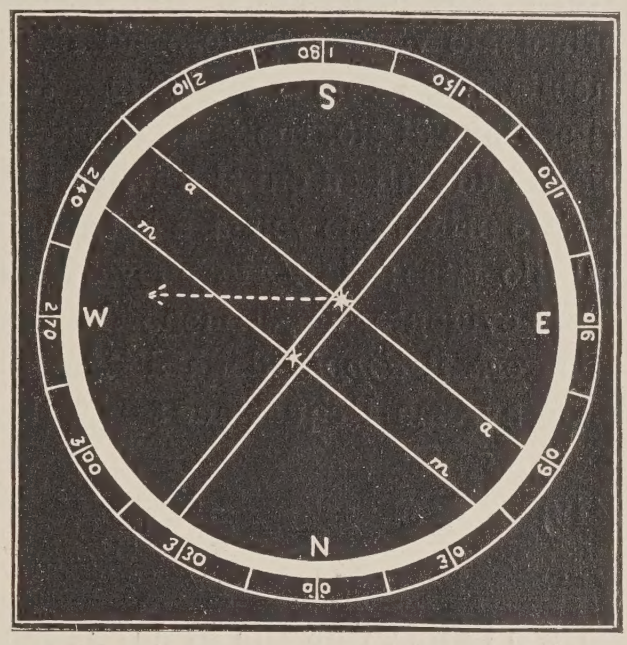


Fig. 198.
Misura di stelle doppie col micrometro di posizione. (Dal Young).

N. B. - Si ricordi che il cannocchiale rovescia le immagini, ciò che spiega la posizione dei punti cardinali indicati nella figura.

Ruotiamo quindi il micrometro fino a che la congiungente la stella principale col satellite venga a disporsi *parallelamente* ai due fili, fisso e mobile; o — ciò che riesce più facile — fino a che le due stelle si trovino sopra uno dei due fili o sopra la mediana della striscia compresa tra i due fili stessi. E precisamente — per evitare indeterminazioni di 180° — eseguiamo la rotazione in modo che il nonio venga a trovarsi dalla parte della stella satellite.

Allora, se il nonio ci dà la lettura λ, l'angolo di posizione ϑ contato come abbiamo detto, risulterà dall'equazione:

$$\vartheta = \lambda - \vartheta_0 . \tag{418}$$

3. Ciò fatto, mantenendo sempre in moto il meccanismo di orologeria, ruotiamo il micrometro di 90°, in modo cioè che la congiungente la stella principale col satellite si disponga *normalmente* ai due fili micrometrici.

Spostiamo allora lievemente l'equatoriale e ruotiamo la vite V, che comanda il filo mobile, in modo che la stella principale venga a cadere sul filo *fisso* e il satellite sul filo mobile, o viceversa; sia V_1 la lettura fatta al tamburo della vite. Dopo di ciò, ruotiamo ancora la vite V in modo da scambiare i due fili su cui si trovano i due astri, p. es. in modo che l'astro principale venga a cadere sul filo *mobile* ed il satellite sul filo fisso; sia V_2 la nuova lettura al tamburo della vite.

È evidente che, a meno del segno, la differenza $V_2 - V_1$ misurerà il *doppio* della distanza angolare tra i due astri, onde avremo l'equazione:

$$\rho = \frac{1}{2} p(V_2 - V_1) \tag{419}$$

dove p indica l'angolo di cui si sposta il filo mobile quando ruotiamo la vite V di una divisione del tamburo, o — come si dice — è *il valore della divisione della vite.*

Altro non resta che notare il tempo t in cui l'osservazione è stata eseguita e ciò si fa generalmente dando l'anno e la frazione di anno espressa in millesimi; p. es. la notazione 1931,500 indicherebbe la sera del 2 luglio 1931. È utile pure notare lo stato del cielo e, a tale scopo, nel R. Osservatorio del Campidoglio a Roma, ci serviamo di una numerazione completamente analoga a quella scolastica: così 10 indica un cielo eccezionalmente buono, 9 un cielo molto buono, 8 un cielo buono, 7 un cielo piuttosto buono, 6 un cielo mediocre. I punti 5, 4, ecc. non si usano *mai*, giacchè, se il cielo non è favorevole, è consigliabile di *non* fare osservazioni.

In pratica, noi usiamo di osservare ciascuna doppia almeno in tre sere e facciamo, ogni sera, almeno tre misure di ϑ e tre misure di ρ; come valori di ϑ, ρ, t, prendiamo ovviamente la media di tutti i valori. Aggiungiamo pure che

è uso costante degli astronomi d'indicare ϑ fino ai *decimi di grado* e ρ fino ai *decimi di secondo*, sebbene generalmente la precisione raggiungibile sia molto minore; specialmente nei sistemi stretti.

Per chiarezza, riportiamo come esempio pratico l'ultima osservazione da noi ora eseguita al Campidoglio:

DATA: 19 gennaio 1931; OSSERVATORE: G Armellini

$t = 1931{,}051$; Cielo $= 9$; $\vartheta_0 = 18^0{,}3$; $\frac{1}{2}p = 0'',1407$

STELLA: β 116 (38 *Piscium*)

$L = 254^0{,}8$	$V_1 = 62{,}2$	$V_2 = 94{,}0$
$255^0{,}2$	$62{,}3$	$94{,}0$
$255^0{,}3$	$62{,}7$	$92{,}6$
Media: $255^0{,}1$	$62{,}4$	$93{,}5$

$$\vartheta = 255^0{,}1 - 18^0{,}3 = 236^0{,}8$$

$$\rho = \frac{1}{2}p(V_2 - V_1) = 0'',1407.31{,}1 = 4'',38.$$

236. Norme pratiche per le osservazioni. Le stelle doppie sono così numerose ed i grandi strumenti sono relativamente così scarsi, che anche equatoriali di modeste dimensioni (20 cm., 16 cm. ed anche 12 cm. di apertura) possono trovare utili applicazioni in questo studio, del resto assai facile e dilettevole. E molti amatori intelligenti, i quali disponevano di mezzi modesti — basti ricordare il DEMBOWSKI — hanno potuto così rendere alla scienza dei servigi veramente preziosi. Quello che importa, sopra tutto, è che le osservazioni siano eseguite con accuratezza e con metodo.

Diamo dunque, in proposito, qualche avvertimento [1].

A tale scopo, cominciamo col notare che, secondo la nostra personale esperienza, il principio fondamentale può dirsi rac-

---

[1] Per maggiori notizie rimandiamo i lettori all'introduzione alle *Mensurae Micrometricae* di STRUVE (Petropoli, 1837), all'introduzione alle *Misure di Stelle Doppie eseguite col rifrattore di otto pollici* da G. SCHIAPARELLI (Milano, Hoepli, 1888) ed ad un articolo del prof. BIGOURDAN, in « Annuaire du Bureau des Longitudes, 1917 ».

chiuso nell'aurea massima di STRUVE, secondo cui, *per bene osservare bisogna ben vedere.* In conseguenza, raccomandiamo il seguente decalogo:

1. Scegliere un *programma bene adeguato alla potenzialità dello strumento* di cui si dispone (n. 234). Naturalmente, tra le moltissime stelle doppie per cui lo strumento è adatto, sono da preferirsi quelle che hanno maggior bisogno di osservazione: a tale scopo lo studioso potrà consultare il *General Catalogue* del BURNHAM, o meglio, chiedere consiglio alla Commissione Internazionale per le stelle doppie, ora presieduta dal Prof. AITKEN (U. S. A., Mount Hamilton, California).

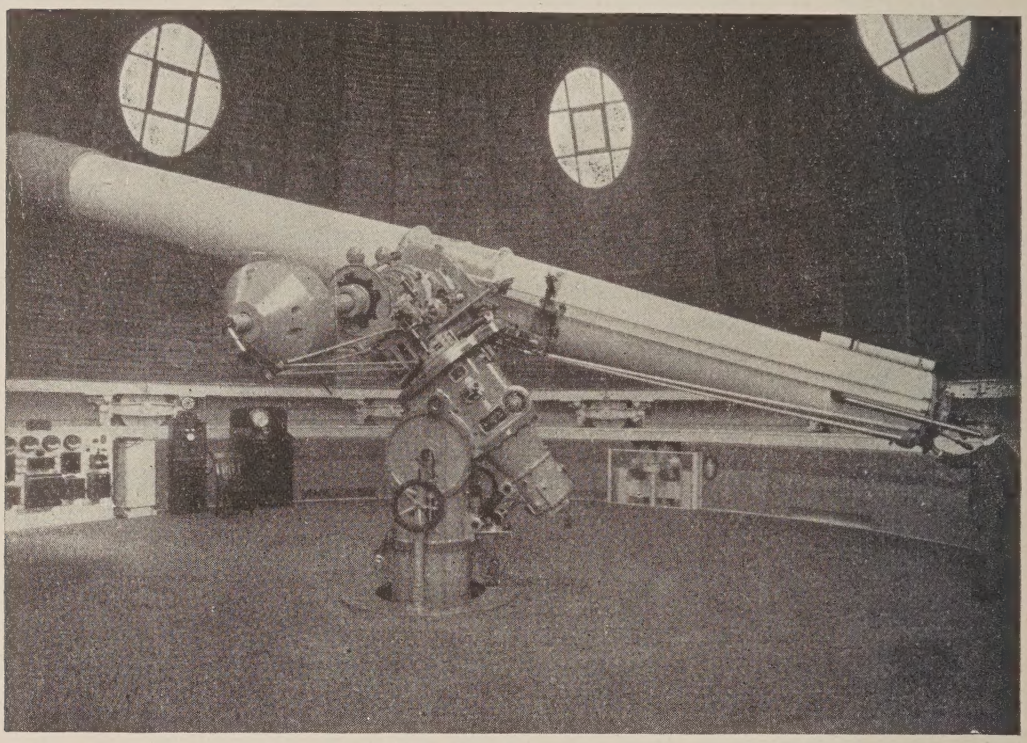


Fig. 199.
Equatoriale di 65 cm. dell'Osservatorio dell'Università di Berlino, sulla collina di Babelsberg.
(La figura mostra il pavimento sollevabile della cupola).

2. Eseguire le osservazioni *soltanto in notti serene, asciutte e senza forte vento.* Tale consiglio è dato espressamente da AITKEN [1].

---

[1] Cfr. AITKEN, *The binary Stars*, pag. 52.

3. Mantenere in buon ordine il movimeuto di orologeria che fa ruotare l'equatoriale e regolarlo perfettamente affinchè, durante le osservazioni, la stella apparisca immobile rispetto ai fili micrometrici. Ciò contribuisce grandemente all'esattezza delle osservazioni stesse.

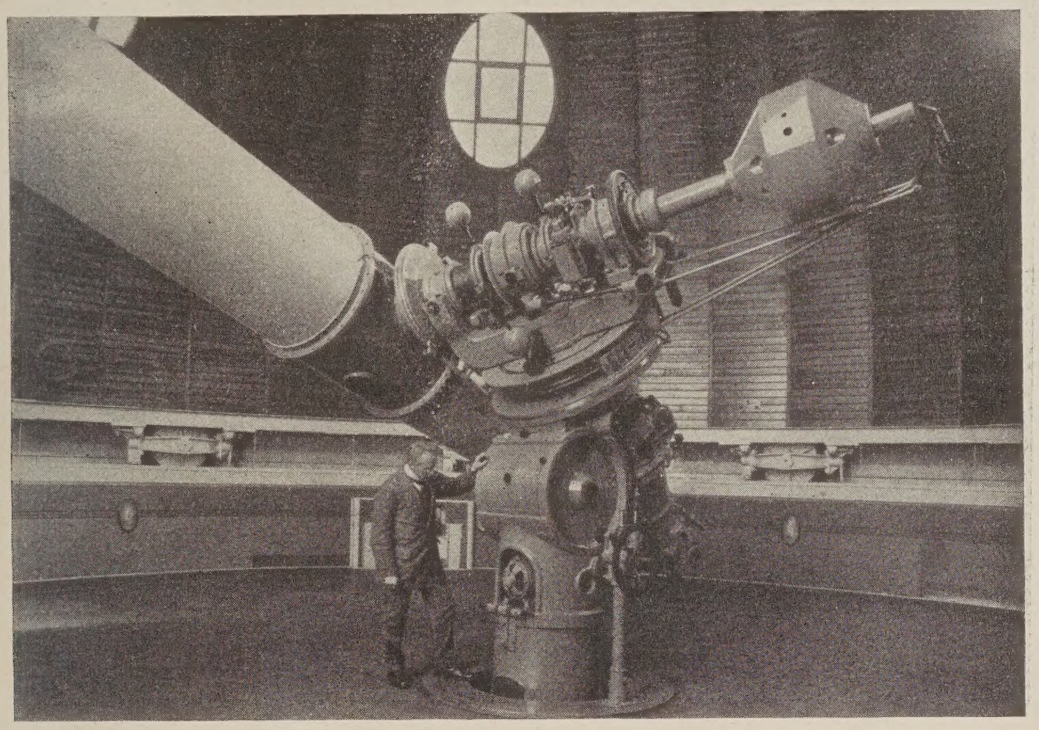


Fig. 200.
Parte centrale dell'equatoriale dell' Osservatorio dell' Università di Berlino.
(Il pavimento della cupola appare sollevato).

4. Preservare il micrometro dall'umidità, affinchè i fili restino sempre tesi e perfettamente rettilinei.

5. Regolare la luce, che illumina il campo dello strumento, in modo da distinguere bene sia l'astro, sia i fili micrometrici, i quali appariscono allora come linee nere sul fondo illuminato. Generalmente, per meglio distinguere l'astro, consigliamo di adoperare *luce rossa o verde.*

6. Nel caso in cui l'astro sia molto debole, si mantiene oscuro il campo dello strumento e s'illuminano direttamente i fili micrometrici per mezzo di due lampadine, connesse col micrometro e poste a 180° di distanza. Le osservazioni risultano forse meno precise in confronto di quelle eseguite col campo illuminato; ma, in ogni caso, raccomandiamo di ac-

cendere *ambedue* le lampadine, affinchè i fili siano sempre simmetricamente rischiarati dalle due parti.

7. Tra gli oculari, di cui si dispone, scegliere quelli con *forte ingrandimento*, senza però cadere in eccessi; p. es.

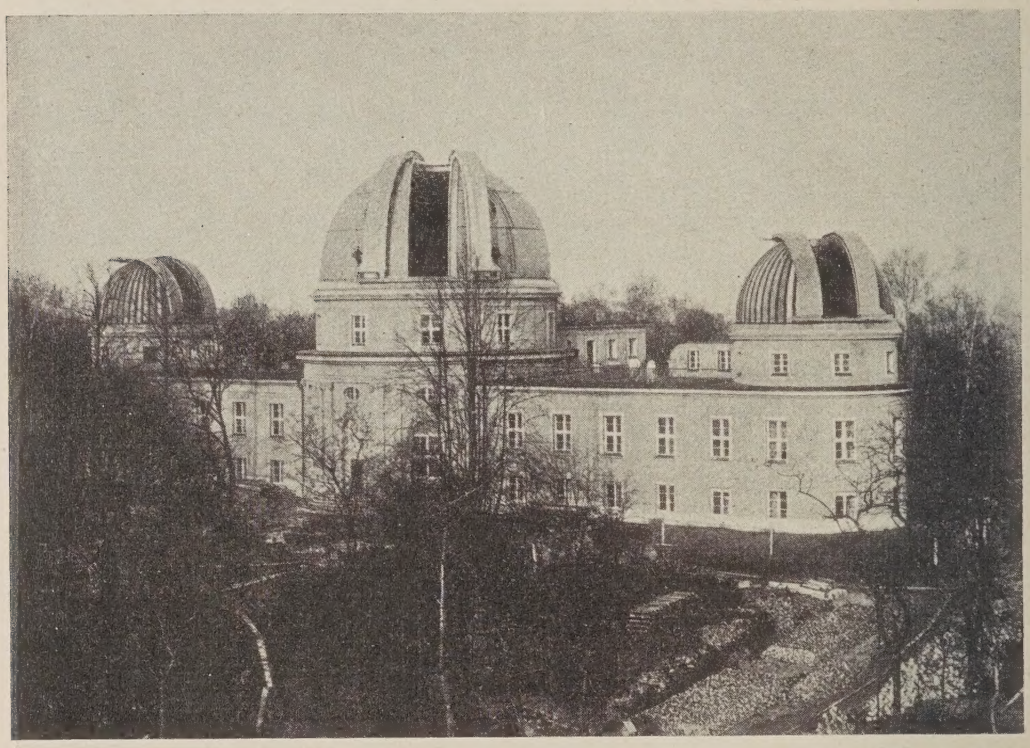


Fig. 201.
Il nuovo Osservatorio dell' Università di Berlino, sulla collina di Babelsberg, alla periferia del « Gross Berlin ».

senza superare due ingrandimenti per millimetro di apertura della lente obbiettiva. Altrimenti le immagini appariscono confuse.

8. Collocarsi innanzi all' equatoriale nella posizione più comoda possibile, in modo che nessun muscolo sia in tensione durante le osservazioni. È noto anzi che, modernamente, si costruiscono le cupole dell' equatoriale col *pavimento sollevabile*, in modo da non obbligare l' astronomo — come avveniva nel passato — a salire su scale, più o meno incomode, per porsi dinnanzi all' oculare quando il cannocchiale era diretto verso stelle non molto alte sull' orizzonte.

9. Inclinare la testa in modo che la congiungente degli occhi sia *parallela, o normale*, alla congiungente i due astri,

onde ridurre al minimo gli *errori personali sistematici* [1] nella determinazione dell'angolo di posizione.

Modernamente si raccomanda, a tale scopo, di usare un piccolo prisma — detto *prisma di reversione* — che si pone innanzi all'oculare del micrometro e che si fa ruotare fino a che la congiungente i due astri sia divenuta orizzontale. Tale precauzione è molto buona; ma, con l'avvertenza da noi data, si può spesso fare a meno del prisma senza commettere errori sensibili.

In ogni modo, è sempre prudente che l'astronomo studi il proprio errore personale osservando, p. es., coppie stellari quasi stazionarie, per cui ϑ e ρ sono conosciuti « a priori ».

10. *Riposare l'occhio* tra un' osservazione e l'altra. Lo SCHIAPARELLI si è costantemente attenuto a questa regola in tutte le sue osservazioni, sia per le stelle doppie che per il pianeta Marte.

§ 2. COSTRUZIONE DELL'ORBITA APPARENTE E CALCOLO DELL'ORBITA REALE.

237. Riduzione e discussione delle osservazioni. Ottenuta una lunga serie di osservazioni di una doppia, occorre anzitutto sottometterla ad un duplice processo di riduzione e di discussione e che può eseguirsi come ora diciamo.

a) *Riduzione delle osservazioni.* Come è noto, a cagione del fenomeno di precessione degli equinozi, i poli celesti — e quindi anche i cerchi orari e i paralleli — si spostano lentamente tra gli astri. Volendo dunque confrontare gli angoli di posizione di una stessa doppia, osservati in tempi diversi t_1, t_2, t_3 ecc. occorrerà necessariamente ridurre i risultati ad uno stesso equinozio, p. es. al 1900,0.

A tale scopo, se indichiamo con t l'epoca in cui è stata eseguita la misura, con t_0 l'epoca a cui vogliamo ridurla,

---

[1] Per maggiori dettagli cfr. BIGOURDAN, *Sur l'équation personnelle dans les mesures d'étoiles doubles*, in « Annales de l'Obs. de Paris », T. XIX.

con α e δ l'ascensione e la declinazione dell'astro e con $\Delta\vartheta$ la correzione da aggiungersi, *col proprio segno*, a ϑ, l'Astronomia Sferica dà la formula:

$$(420) \quad \Delta\vartheta = 20''(t_0 - t)\sin\alpha\sec\delta = 0^\circ,005556(t_0 - t)\sin\alpha\sec\delta$$

dove t_0 e t sono misurati in *anni*. Così p. es. per ridurre al 1900,0 un angolo di posizione misurato nel 1930,0 per una stella equatoriale ($\delta = 0^\circ$) con $\alpha = 6^h$, si avrebbe $t_0 - t = -30$, $\sin\alpha = 1$, $\sec\delta = 1$, e quindi $\Delta\vartheta = -0^\circ,17$.

Come vediamo, la correzione è generalmente piccolissima, almeno se non si tratta di una stella circumpolare e se $t_0 - t$ non è molto grande.

b) *Discussione delle osservazioni.* Ridotte le osservazioni ad uno stesso equinozio, occorre procedere alla loro discussione. A tale scopo si costruisce un diagramma, prendendo per ascisse i tempi delle osservazioni e per ordinate i valori di ϑ e, analogamente, si costruisce un secondo diagramma, prendendo sempre per ascisse i tempi e per ordinate le distanze ρ. I due grafici mostrano subito se qualche valore di ϑ, o di ρ, si discosti notevolmente dagli altri e vada quindi rigettato, come affetto da gravi errori di osservazione.

Avvertiamo però lo studioso di essere *estremamente cauto* nel respingere valori discordanti, a meno che essi non provengano da misure fatte con strumenti insufficienti, in condizioni cattive, da osservatori notoriamente inesperti o disattenti ecc. Ogni osservazione infatti è un *testimone*, il quale non può essere « incriminato » per il solo fatto che la sua deposizione non concordi con altre testimonianze.

238. Rappresentazione delle osservazioni. Distinzione delle doppie fisiche dalle doppie ottiche, o pseudobinarie. Ridotte e discusse le osservazioni, si disegna un nuovo grafico in cui si prende per origine la *stella principale* e per ascisse la tangente al cerchio orario relativo all'equinozio t_0. Ogni posizione della stella satellite sarà allora rappresentata da un punto immagine, avente per coordinate polari ϑ e ρ.

Ora possono presentarsi tre casi, e cioè:

1° I punti si dispongono lungo una curva che rivolge la *concavità* verso la stella principale. In questo caso, risulta dimostrato che il satellite si muove sotto l'attrazione della stella principale e quindi che *i due astri costituiscono* realmente *una coppia fisica.*

2° I punti si dispongono lungo *una retta che non passa per l'origine.* Allora il satellite *non* si muove sotto l'attrazione della stella principale, ma si sposta soltanto perchè i due astri hanno differente moto proprio. È ovvio che, in questo caso, si tratta di una *doppia ottica,* o pseudobinaria.

Naturalmente, nella pratica, occorre avere osservazioni estese ad un lungo intervallo di tempo, giacchè un breve tratto di curva, lievemente concava, potrebbe facilmente scambiarsi con un segmento rettilineo. Così p. es. la doppia 61 *Cygni,* già creduta pseudobinaria, è stata ora dimostrata vera doppia fisica [1].

3° Il movimento relativo è così lento che, nell'intervallo di tempo in cui si estendono le osservazioni, la stella satellite rimane praticamente immobile rispetto alla stella principale. È evidente che in questo caso — purtroppo assai frequente nella pratica — la questione di sapere se la doppia sia fisica od ottica, rimane ancora *dubbia.*

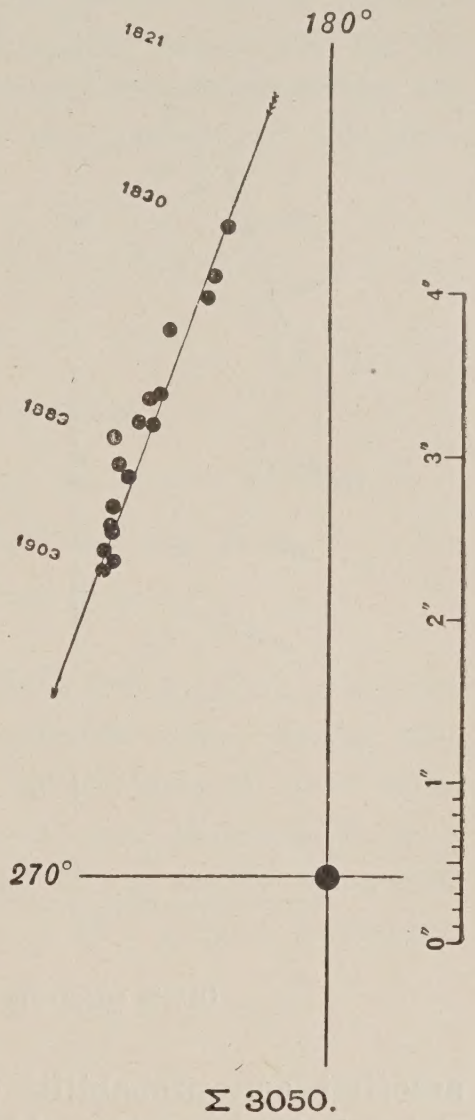


Fig. 202.

Moto relativo rettilineo del satellite della 37 *Andromedae* (Σ 3050) (Burnham).

---

[1] Cfr. G. Andrissi, *Sul sistema 61 Cygni,* in « Rend. Lincei » 1930, sem. I.

Deve osservarsi però che, se in questo intervallo di tempo i due astri hanno subìto un notevole spostamento per moto proprio, pur conservando la medesima posizione *relativa*, può

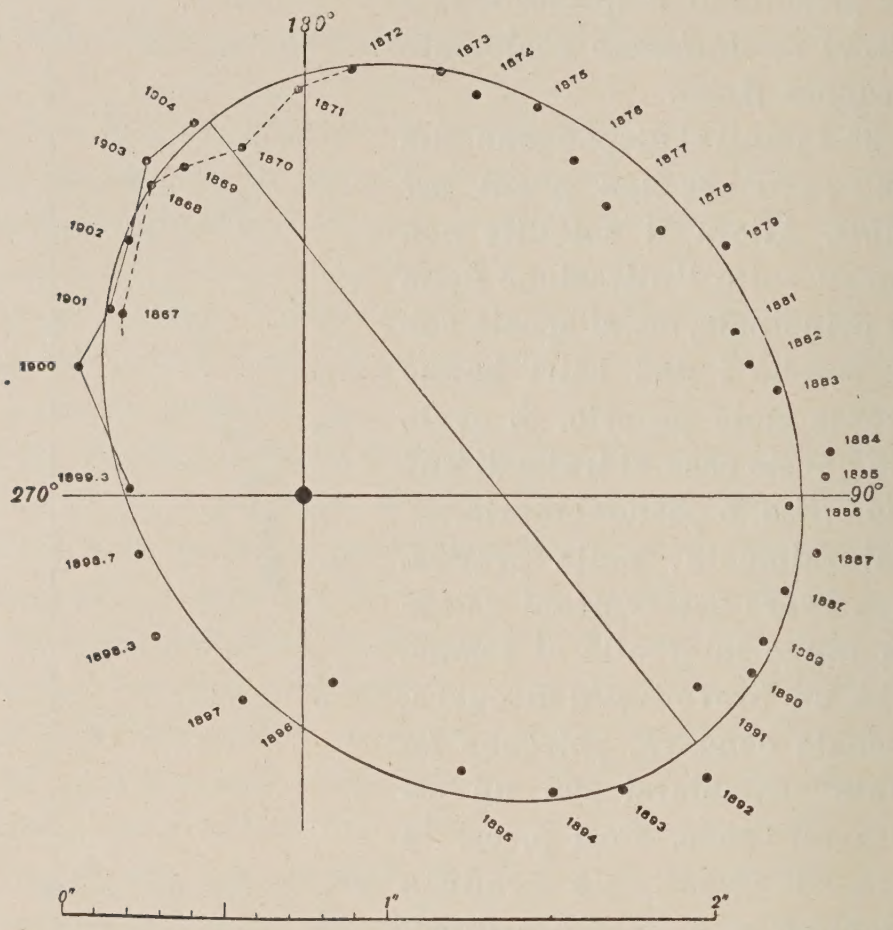


Fig. 203.
Orbita apparente della ζ Herculis (Burnham).

asserirsi con probabilità che essi costituiscano una *doppia fisica*. Infatti sarebbe abbastanza singolare che i due astri avessero il medesimo moto proprio, pur essendo assolutamente indipendenti.

239. Determinazione dell'orbita apparente provvisoria. Metodo di Glasenapp. Supponiamo di avere eseguito l'analisi precedente e di avere avuto, per risultato, il caso 1°; possiamo allora proporci di calcolare l'orbita apparente.

A tale scopo cominciamo con osservare che questo calcolo si esegue in due tappe, determinando dapprima l'orbita

apparente in modo semplicemente approssimato — e cioè l'orbita apparente *provvisoria* o *preliminare* — e perfezionando quindi il risultato ottenuto.

Cominciando ad occuparci della prima tappa, diciamo subito che la determinazione dell'orbita apparente provvisoria è estremamente semplice. Basta infatti ricordare che l'equazione di una conica [1], che *non* passa per l'origine, può scriversi sotto la forma:

$$Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 + 2Dx + 2Ey = 1 \tag{421}$$

la quale, essendo

$$x = \rho \cos \vartheta; \quad y = \rho \sin \vartheta \tag{422}$$

diviene:

$$\begin{aligned} &\rho^2(A \cos^2 \vartheta + 2B \cos \vartheta \sin \vartheta + C \sin^2 \vartheta) + \\ &+ 2\rho(D \cos \vartheta + E \sin \vartheta) = 1. \end{aligned} \tag{423}$$

Basta allora avere *cinque posizioni* del satellite, osservate in tempi diversi, per dedurne immediatamente i cinque coefficienti A. B, C, D ed E. Per es. supponiamo di aver misurato ϑ e ρ nei tempi t_1, t_2, t_3, t_4, t_5 e di aver ottenuto: $\vartheta_1 = 0^o$, $\rho_1 = 1''$; $\vartheta_2 = 90^o$, $\rho_2 = 1''$; $\vartheta_3 = 180^o$, $\rho_3 = 2''$; $\vartheta_4 = 225^o$, $\rho_4 = 3''$; $\vartheta_5 = 270^o$, $\rho_5 = 2''$; la (423) ci dà le cinque equazioni:

$$A + 2D = 1; \quad C + 2E = 1; \quad 4A - 4D = 1;$$
$$9\left[\frac{A}{2} + B + \frac{C}{2}\right] - 3\sqrt{2}[D + E] = 1; \quad 4C - 4E = 1$$

da cui ricaviamo subito:

$$A = C = 2D = 2E = 0{,}5; \quad B = -0{,}153$$

Nella pratica, si dispone spesso di molte osservazioni ed

---

[1] Ricordiamo, dalla Geometria Analitica, che la 421) rappresenta una ellisse, una parabola od una iperbole, secondo che il binomio $B^2 - AC$ è negativo, nullo o positivo.

allora i coefficienti A, B, C ecc. si ricavano col metodo dei minimi quadrati.

Si deve però osservare, in proposito, che da un lato il metodo dei minimi quadrati esige calcoli molto laboriosi e

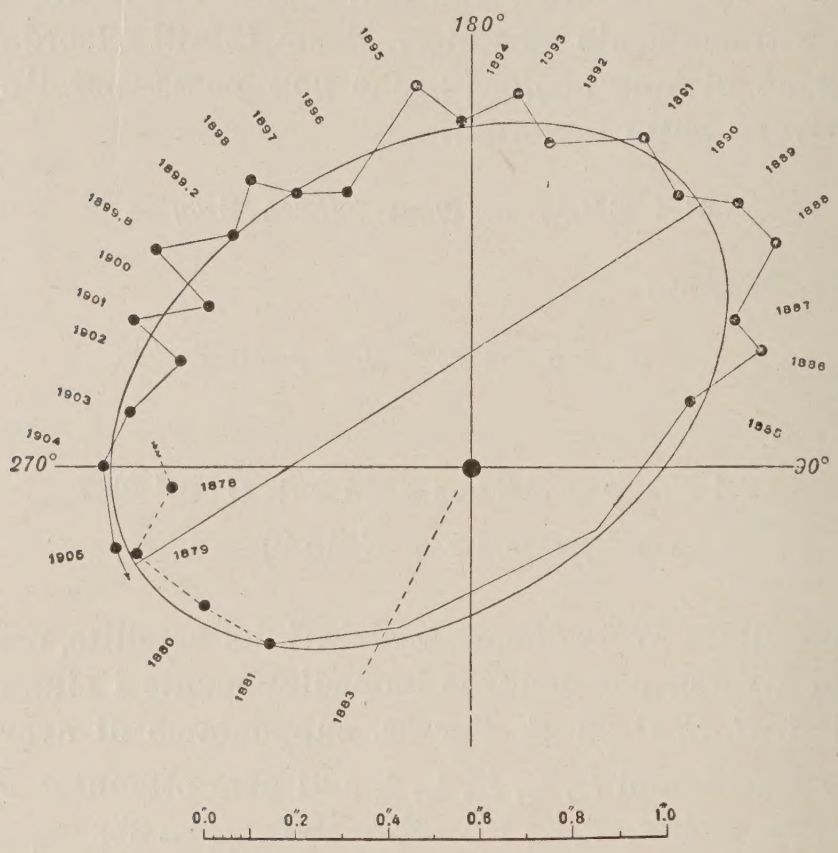


Fig. 204.

85 *Pegasi AB* (Burnham).

che, d'altro lato, esso non tiene conto della legge delle aree che lega ϑ e ρ con i tempi in cui sono state eseguite le osservazioni. In conseguenza, il Glasenapp ha consigliato di abbandonare i calcoli e di *tracciare graficamente, ad occhio*, l'orbita apparente provvisoria, possibilmente in modo che, da una posizione all'altra, il raggio vettore descriva aree proporzionali ai relativi intervalli di tempo; cosa che può effettuarsi per mezzo di un *planimetro*.

Tracciata graficamente l'orbita apparente, è poi facile ricavare i valori dei coefficenti A, B, C ecc. Infatti se tagliamo p. es. l'ellisse con l'asse delle ascisse — e cioè se

poniamo $y = 0$ nella (421) — abbiamo immediatamente:

$$Ax^2 + 2Dx = 1 \tag{424}$$

Indicando allora con x_1 ed x_2 le ascisse dei due punti in cui l'ellisse taglia l'asse delle x, abbiamo immediatamente per facili teoremi sopra le equazioni di secondo grado:

$$x_1 + x_2 = -\frac{2D}{A}; \quad x_1 x_2 = -\frac{1}{A} \tag{425}$$

e quindi, poichè x_1 ed x_2 sono noti dal disegno, possiamo calcolare subito A e D.

Analogamente, indicando con y_1 ed y_2 le ordinate dei punti in cui l'ellisse taglia l'asse delle y, abbiamo:

$$y_1 + y_2 = -\frac{2E}{C}; \quad y_1 y_2 = -\frac{1}{C} \tag{426}$$

da cui ricaviamo C ed E. Non resta che calcolare B, ciò che può farsi per mezzo di un altro punto qualsiasi dell'ellisse.

Terminando avvertiamo che, *affinchè l'orbita apparente possa determinarsi con qualche sicurezza, occorre che il satellite ne abbia descritto una porzione notevole;* possibilmente più della metà. È questa anzi la ragione per la quale i sistemi binari, di cui conosciamo esattamente l'orbita, sono ancora tanto scarsi e cioè poco più di un centinaio.

240. Determinazione dell'orbita reale provvisoria. - Metodo di Kowalsky. Determinata l'orbita apparente, si passa alla determinazione dell'orbita reale [1]. A tale scopo occorre trovare i seguenti elementi:

1° La posizione del *nodo* e cioè l'angolo Ω compreso tra il cerchio orario e la retta intersezione del piano del-

---

[1] In realtà potrebbe determinarsi l'orbita reale anche senza conoscere l orbita apparente, bastando p. es. di avere *sei angoli di posizione*

l' orbita reale col piano tangente alla sfera celeste. Poichè si avrebbero per Ω due valori, differenti tra loro di 180°, si sceglie $\Omega \leq 180°$.

2° L' *inclinazione* i e cioè l' angolo diedro formato dal piano dell' orbita col piano tangente alla sfera celeste.

In proposito, notiamo subito che *il segno di* i *resta indeterminato*, o - ciò che è identico - Ω resta determinato a meno di 180°; ciò del resto s' intuisce ovviamente, giacchè se cangiamo il segno di i non varia la proiezione dell' orbita sul piano tangente alla sfera celeste e quindi l' orbita apparente resta la medesima.

3° La posizione ω del *periastro* e cioè l' angolo ω formato dalla linea del nodo con il raggio che unisce la stella principale col periastro, vale a dire col punto più vicino dell' orbita descritta dal satellite. L' angolo ω si conta nel senso del moto del satellite da 0° a 360°.

4° Il *semiasse maggiore* a dell' orbita vera, o *distanza media* tra i due astri, *misurato in secondi di arco.*

5° L' *eccentricità* e. Notiamo che a ed e sono legati al parametro p dell' orbita, dalla semplice relazione:

$$p = a(1 - e^2) \tag{427}$$

6° L' istante T in cui il satellite passa al periastro.

7° Il *periodo*, o la durata di una rivoluzione, P.

Notiamo che P è legato alla velocità angolare media n — o *moto medio* — del satellite, dalla relazione evidente:

$$n = \frac{2\pi}{P} \tag{428}$$

o, in gradi:

$$n = \frac{360°}{P} \tag{429}$$

---

con i tempi in cui furono osservati; cfr. in proposito KLINKERFUES, *Theoretische Astronomie* (III ed. Vieweg, Braunschweig, 1912) pag. 756. : Per recenti metodi grafici, cfr. NASSAU and WILKINS, *Graphical determination of orbits of visual binary stars,* in « Astronomical Journ. » n. 893; LAVES, *New graphical method for finding the elements,* id. n. 865.

Premesse queste nozioni, avvertiamo anzitutto che il problema che ci occupa può risolversi sia *analiticamente*, p. es. col metodo di KOWALSKY, sia *graficamente*, p. es. col metodo di ZWIERS. E la scienza possiede anzi numerose ricerche in proposito, dovute a J. HERSCHEL, KLINKERFUES, KOWALSKY, GLASENAPP, ZWIERS ecc. Ma, poichè la questione riguarda la Teoria delle Orbite [1] più che l'Astronomia Siderale, ci limiteremo qui alla sola esposizione del metodo di KOWALSKY, praticamente molto usato dagli astronomi.

A tale scopo, cominciamo col notare che il calcolo degli elementi orbitali può dividersi in due parti e cioè:

1° Calcolo dei *cinque elementi geometrici:* a, e, i, ω, Ω;

2° Calcolo dei *due elementi temporali:* P, T;

e si eseguisce nel modo seguente:

I. *Elementi geometrici.* Con facili considerazioni [2] di

---

[1] Per maggiori notizie cfr. per es. KLINKERFUES, *Theoretische Astronomie* (III Ed., Vieweg, Braunschweig, 1912); PICART, *Calcul des Orbites* (Paris, Doin, 1913); AITKEN, Op. cit.; ANDRÉ, *Astronomie Stellaire* (Paris, Gauthier, 1890); BAUSCHINGER, *Die Bahnbestimmung der Himmelskörper* (Leipzig, Engelmann, 1906).

[2] Prendendo come asse z la retta condotta dalla Terra alla stella principale, la (421) rappresenta nello spazio l'equazione del *cilindro* che proietta l'orbita reale e che taglia il piano tangente alla sfera celeste (piano xy) lungo l'orbita apparente.

Prendiamo ora una nuova terna di assi ortogonali X, Y, Z, lasciando invariata l'origine — che coincide con l'astro principale — e scegliendo come asse X la linea dei nodi, come asse Y una retta situata nel piano dell'orbita reale a 90° da X e come asse Z la normale al piano dell'orbita reale. Avremo allora le formule di trasformazione:

$$
\begin{aligned}
x &= X\cos\Omega - Y\sin\Omega\cos i + Z\sin\Omega\sin i \\
y &= X\sin\Omega + Y\cos\Omega\cos i - Z\cos\Omega\sin i \qquad (1)\\
z &= Y\sin i + Z\cos i
\end{aligned}
$$

Sostituendo questi valori nella (421) e ponendo $Z=0$ otterremo l'equazione dell'orbita reale, e cioè:

$$
\begin{aligned}
&X^2(A\cos^2\Omega + B\sin 2\Omega + C\sin^2\Omega) + XY(-A\sin 2\Omega + 2B\cos 2\Omega + \\
(2)\qquad &+ C\sin 2\Omega)\cos^2 i + Y^2(A\sin^2\Omega - B\sin 2\Omega + C\cos^2\Omega)\cos^2 i + \\
&+ 2X(D\cos\Omega + E\sin\Omega) + 2Y(-D\sin\Omega + E\cos\Omega)\cos i = 1.
\end{aligned}
$$

Ora, scegliendo per origine il fuoco — e cioè la stella principale —

Geometria Analitica, KOWALSKY giunge al seguente sistema di equazioni:

$$\text{(430)} \qquad \operatorname{tg} 2\Omega = \frac{2\,(B + DE)}{A - C + D^2 - E^2}$$

$$\text{(431)} \qquad \frac{\operatorname{tg}^2 i}{p^2} \sin 2\Omega = -\,2(B + DE)$$

$$\text{(432)} \qquad \frac{2 + \operatorname{tg}^2 i}{p^2} = A + C + D^2 + E^2$$

$$\text{(433)} \qquad \frac{e \cos \omega}{p} = D \cos \Omega + E \sin \Omega$$

$$\text{(434)} \qquad \frac{e \sin \omega}{p} = (-\,D \sin \Omega + E \cos \Omega) \cos i$$

che si usa come ora diciamo.

---

per asse delle ascisse ξ l'asse maggiore dell'ellisse e per asse delle ordinate η la normale a ξ nel fuoco, l'equazione dell'orbita reale può scriversi sotto la forma data dalla Geometria Analitica:

$$\text{(3)} \qquad \frac{(\xi + ae)^2}{a^2} + \frac{\eta^2}{a^2(1 - e^2)} = 1.$$

Facciamo allora ruotare gli assi di un angolo ω e cioè in modo che ξ ed η vengano a coincidere con X ed Y. Avremo le formule di trasformazione:

$$\text{(4)} \qquad \xi = X \cos \omega + Y \sin \omega; \quad \eta = -\,X \sin \omega + Y \cos \omega$$

e la (3) diverrà, chiamando con p il parametro:

$$\text{(5)} \qquad \begin{aligned} &\frac{X^2}{p^2}\,[(1 - e^2) \cos^2 \omega + \sin^2 \omega] - \frac{XYe^2}{p^2} \sin 2\omega + \frac{Y^2}{p^2}\,[(1 - e^2) \sin^2 \omega + \cos^2 \omega] + \\ &\qquad + \frac{2Xe}{p} \cos \omega + \frac{2Ye}{p} \sin \omega = 1. \end{aligned}$$

Ma, trattandosi della stessa orbita reale riferita ai medesimi assi, la (5) dovrà coincidere con la (2). Eguagliando i coefficienti di X^2, XY^2, Y^2, X e Y, abbiamo immediatamente le cinque relazioni seguenti:

$$\text{(6)} \qquad A \cos^2 \Omega + B \sin 2\Omega + C \sin^2 \Omega = \frac{(1 - e^2) \cos^2 \omega + \sin^2 \omega}{p^2} = \frac{1 - e^2 \cos^2 \omega}{p^2}$$

$$\text{(7)} \qquad (-\,A \sin 2\Omega + 2B \cos 2\Omega + C \sin 2\Omega) \cos i = -\,\frac{e^2 \sin 2\omega}{p^2}$$

1° La (430) dà immediatamente tg 2Ω, mentre la (431) mostra che sin 2Ω ha segno contrario a quello del binomio $B + DE$. L'angolo 2Ω risulta quindi perfettamente determi-

---

$$(8)\quad (A\sin^2\Omega - B\sin 2\Omega + C\cos^2\Omega)\cos^2 i = \frac{(1-e^2)\sin^2\omega + \cos^2\omega}{p^2} = \frac{1-e^2\sin^2\omega}{p^2}$$

$$(9)\quad D\cos\Omega + E\sin\Omega = \frac{e\cos\omega}{p}$$

$$(10)\quad (-D\sin\Omega + E\cos\Omega)\cos i = \frac{e\sin\omega}{p}.$$

Queste equazioni collegano gli elementi geometrici dell'orbita reale con i cinque coefficienti A, B, C, D, E dell'orbita apparente e danno quindi la soluzione del problema che ci occupa. Soltanto, per i calcoli pratici, occorre trasformarle in una forma più comoda.

A tale scopo, moltiplicando la (9) per la (10), si ha subito:

$$(11)\quad \frac{e^2\sin 2\omega}{p^2} = (-D^2\sin 2\Omega + E^2\sin 2\Omega + 2DE\cos 2\Omega)\cos i$$

e quindi, sommando con la (7), si ottiene:

$$(12)\quad 0 = (-A + C - D^2 + E^2)\sin 2\Omega + 2(B + DE)\cos 2\Omega = 0$$

da cui ricaviamo immediatamente la (430) del testo.

Analogamente, quadrando la (9) e la (10) e sottraendo, otteniamo:

$$(13)\quad \begin{aligned} \frac{e^2\cos 2\omega}{p^2} &= D^2\cos^2\Omega + E^2\sin^2\Omega + DE\sin 2\Omega - \\ &- (D^2\sin^2\Omega + E^2\cos^2\Omega - DE\sin 2\Omega)\cos^2 i \end{aligned}$$

mentre, sottraendo la (6) dalla (8), risulta:

$$(14)\quad \begin{aligned} \frac{e^2\cos 2\omega}{p^2} &= (A\sin^2\Omega - B\sin 2\Omega + C\cos^2\Omega)\cos^2 i - \\ &- (A\cos^2\Omega + B\sin 2\Omega + C\sin^2\Omega). \end{aligned}$$

Confrontando ora la (14) con la (13), otteniamo un'equazione in cui figura $\cos^2 i$ e che, risoluta, ci dà:

$$(15)\quad \cos^2 i = \frac{(A + D^2)\cos^2\Omega + (C + E^2)\sin^2\Omega + (B + DE)\sin 2\Omega}{(C + E^2)\cos^2\Omega + (A + D^2)\sin^2\Omega - (B + DE)\sin 2\Omega}.$$

Ora, si ha dalla Trigonometria elementare:

$$(16)\quad \mathrm{tg}^2 i = \frac{1 - \cos^2 i}{\cos^2 i} = \frac{1 + \cos^2 i}{\cos^2 i} - 2$$

nato, e, in conseguenza, Ω resta conosciuto a meno di multipli di 180°; come vedemmo, si sceglie $0^\circ \leq \Omega \leq 180^\circ$.

2° Determinata Ω, la (431) e la (432) danno p^2 e $\mathrm{tg}^2\, i$.

---

e quindi la (15) diviene:

$$(17) \quad \mathrm{tg}^2\, i = \frac{A + C + D^2 + E^2}{(A + D^2)\cos^2\Omega + (C + E^2)\sin^2\Omega + (B + DE)\sin 2\Omega} - 2.$$

D'altra parte, quadrando la (10) e sommando con (8), si ha:

$$(18) \quad \frac{1}{p^2} = [(C + E^2)\cos^2\Omega - (B + DE)\sin 2\Omega + (A + D^2)\sin^2\Omega]\cos^2 i$$

dove la quantità tra parentesi al secondo membro è precisamente eguale al denominatore del secondo membro della (15). In conseguenza, la (18) diviene:

$$(19) \quad \frac{1}{p^2} = (A + D^2)\cos^2\Omega + (C + E^2)\sin^2\Omega + (B + DE)\sin 2\Omega.$$

A sua volta, il secondo membro della (19) coincide col denominatore del secondo membro della (17), onde questa ultima equazione diviene:

$$(20) \quad \frac{2 + \mathrm{tg}^2\, i}{p^2} = A + C + D^2 + E^2$$

che è precisamente la (432) del testo.

Ci resta a dimostrare la (431) e, a tale scopo, moltiplichiamo la (19) per 2 sostituendo al posto di $\cos^2\Omega$ e $\sin^2\Omega$ le loro espressioni in funzione di $\cos 2\Omega$ e $\sin 2\Omega$. Avremo subito:

$$(21) \quad \frac{2}{p^2} = A + C + D^2 + E^2 + (A - C + D^2 - E^2)\cos 2\Omega + 2(B + DE)\sin 2\Omega$$

che, sottratta dalla (20), ci dà:

$$(22) \quad \frac{\mathrm{tg}^2\, i}{p^2} = (-A + C - D^2 + E^2)\cos 2\Omega - 2(B + DE)\sin 2\Omega.$$

Moltiplichiamo ora la (22) per $\sin 2\Omega$, moltiplichiamo la (12) per $\cos 2\Omega$ ed eseguiamo la sottrazione. Avremo subito:

$$(23) \quad \frac{\mathrm{tg}^2\, i}{p^2}\sin 2\Omega = -2(B + DE)$$

che coincide con la (431) del testo. Quanto alla (433) ed alla (434), esse sono precisamente la (9) e la (10) di questa nota.

Aggiungiamo che una nuova dimostrazione — che però *non* sembra

Sapendo che p è necessariamente positiva, essa resta determinata, mentre per l'angolo i — come dicemmo — rimane l'ambiguità del segno $+$ o $-$; ambiguità che può togliersi soltanto con osservazioni spettroscopiche [1].

3° Determinata p, la (433) e la (434) danno subito e ed ω.

5° Infine, conoscendo p ed e, la (427) dà a, onde la prima parte del problema è completamente risoluta.

Come esempio numerico, prendiamo il seguente, dato [2] da AITKEN. Dopo aver disegnato — nella scala grafica di $1'' = 30$ pollici — l'ellisse apparente del sistema binario $A\,88$ ($\alpha = 18^h\,33^m{,}2$; $\delta = -3^\circ\,17'$), AITKEN trova per i coefficienti:

$$A = 0{,}04245\,; \quad B = -\,0{,}00587\,; \quad C = 0{,}18108\,;$$
$$D = -\,0{,}00531\,; \quad E = -\,0{,}12223$$

e quindi, eseguendo il calcolo, ottiene:

$$\Omega = 2^\circ{,}4\,; \quad i = \pm 62^\circ{,}4\,; \quad p = 4{,}868\,; \quad \omega = 90^\circ{,}1\,; \quad e = 0{,}276.$$

La (427) dà allora: $a = 5{,}269$ pollici, e cioè, essendo nel disegno $1'' = 30$ pollici, $a = 0'',176$.

II. *Elementi Temporali.* Determinati i cinque elementi geometrici, resta a calcolare i due elementi temporali P e T.

---

più semplice della precedente — è stata data recentemente da SMART. Cfr. SMART, *On the derivation of the elements of a visual binary orbit*, in « Month. Not. », Vol. XC (1930).

Si può osservare ancora che, *se la stella principale occupa il centro* dell'orbita apparente, si ha, per note regole di Geometria Analitica, $D = E = 0$ e quindi la (9) e la (10) danno $e = 0$; vale a dire l'*orbita reale risulta circolare.* Tale proprietà è del resto evidente; infatti — poichè il centro dell'orbita apparente corrisponde al centro dell'orbita reale — questa ultima, nel caso ora considerato, dovrà avere un fuoco coincidente col proprio centro e dovrà quindi ridursi ad un cerchio.

[1] In questo caso, per convenzione, l'angolo i si assume *positivo* quando il satellite ha velocità radiale *positiva* allorchè si trova nel nodo; si assume negativo nel caso opposto.

[2] Cfr. AITKEN, op. cit., pag. 87. Per il confronto, si avverta che i simboli usati da AITKEN sono diversi dai nostri.

A tale scopo, cominciamo col ricordare che, in un istante generico t, la posizione di un corpo celeste nella sua orbita ellittica è data dal *raggio vettore* r e dall' *anomalia vera* v e cioè dall' angolo che questo raggio vettore forma col periastro. Di più, la teoria elementare delle orbite insegna che v ed r sono legati a t dalle equazioni:

$$n(t - T) = M \tag{435}$$

$$M = u - e \sin u \tag{436}$$

$$\operatorname{tg} \frac{v}{2} = \sqrt{\frac{1 + e}{1 - e}} \operatorname{tg} \frac{u}{2} \tag{437}$$

$$r = a(1 - e \cos u) \tag{438}$$

dove M si chiama *anomalia media*, u *anomalia eccentrica* e la (436), che lega M con u, si dice *equazione di Keplero*.

Proiettando l' orbita reale sul piano tangente alla sfera celeste, vediamo poi facilmente [1] che r e v sono uniti a ρ e ϑ dalle formule:

$$\operatorname{tg}(\vartheta - \Omega) = \operatorname{tg}(v + \omega) \cos i \tag{439}$$

$$\rho = r \cos(v + \omega) \sec(\vartheta - \Omega) \tag{440}$$

Ciò posto, siano ϑ' e ϑ'' i valori di ϑ, in gradi e decimi, osservati in due tempi qualsiansi t' e t'' possibilmente lontani tra loro. La (439) dà allora i valori corrispondenti di v, la (437) quelli di u ed, infine, la (436) i valori corrispondenti di M, che chiameremo M' ed M''. Abbiamo allora dalla (435):

$$n = \frac{M'' - M'}{t'' - t'} \tag{441}$$

---

[1] Immaginiamo di condurre, dall' astro principale P, i raggi PN, PS e PS' che uniscono P col nodo N, con la posizione del satellite S e con S' proiezione di S sul piano tangente alla sfera celeste. Costruiamo poi una sfera di raggio unitario, avente per centro P, e disegnamo il triangolo sferico nss', dove n, s, s' indicano i punti in cui i tre raggi tagliano la sfera stessa. Tale triangolo risulterà rettangolo in s', mentre l' angolo in n sarà eguale ad i, l' ipotenusa sn sarà $v + \omega$ ed il lato $s'n$ sarà $\vartheta - \Omega$.

e quindi la (429) diviene:

$$P = \frac{360^\circ}{n} = \frac{360^\circ (t'' - t')}{M'' - M'} \tag{442}$$

mentre la (435) ci dà:

$$T = t' - \frac{M'}{n} = t'' - \frac{M'}{n} \tag{443}$$

dove, se t' e t'' sono misurati in anni, anche P e T risultano espressi in anni. In tal modo il problema è completamente risoluto. (1)

241. Orbita reale definitiva - Metodo di Hellerich. Determinata l' orbita reale in prima approssimazione, occorre passare alla seconda tappa del lavoro e cioè a perfezionare i risultati ottenuti, o — come spesso si dice — a calcolare l' orbita reale definitiva. Ed il metodo più semplice è quello recentemente dato da HELLERICH (2) e che esponiamo in poche parole.

La Trigonometria sferica elementare ci dà allora le due equazioni:

$$\operatorname{tg}(\vartheta - \Omega) = \operatorname{tg}(v + \omega) \cos i \tag{1}$$

$$\cos(ss') = \cos(v + \omega) \sec(\vartheta - \Omega) \tag{2}$$

di cui la (1) coincide con la (439), mentre la (2) ci dà:

$$\rho = r \cos(ss') = r \cos(v + \omega) \sec(\vartheta - \Omega) \tag{3}$$

che è appunto la (440) del testo.

(1) In qualche caso speciale, per es. nella 42 *Comae Berenices*, il piano dell' orbita reale passa per la Terra, onde l' orbita stessa è vista di profilo. In tal caso l' orbita apparente non è più un' ellisse, ma un segmento di retta passante per la stella principale e si ha quindi:

$$\vartheta = \textit{costante}; \; i = \pm 90^\circ; \; \Omega = \vartheta.$$

Data la rarità di questo caso, non crediamo di occuparcene espressamente e rimandiamo alle opere già citate sopra la Teoria delle Orbite.

(2) Cfr. HELLERICH, *Ueber eine Vereinfachung der Formeln der Bahnverbesserung visueller Doppelsterne*, in « Astr. Nachr. », Bd. CCXXIII, n. 5348 (1925).

A tale scopo, supponiamo d' indicare con t_1, t_2.... t_N i tempi in cui è stato osservato il sistema binario e con ϑ_1, ϑ_2.... ϑ_N gli angoli di posizione misurati. Servendoci della (435), (436), (437) e (439), potremo allora calcolare [1] i valori ϑ'_1, ϑ'_2.... ϑ'_N di ϑ nei tempi t_1, t_2.... t_N e paragonarli con le osservazioni: siano $\Delta\vartheta_1$, $\Delta\vartheta_2$.... $\Delta\vartheta_N$ le differenze trovate ($\Delta\vartheta_k = \vartheta_k - \vartheta'_k$).

Ora, in un istante qualsiasi t_k, l' angolo ϑ_k dipende unicamente dalla posizione del piano dell' orbita reale e dalla distanza angolare del satellite dal periastro e cioè dipende dalle quantità Ω, i, $\omega + v_k$, dove v_k indica l' anomalia vera nell' istante t_k.

Se indichiamo quindi con $\Delta\Omega$, Δi, $\Delta\omega$, Δv_k le correzioni da apportare a questi elementi affinchè il calcolo coincida con le osservazioni, e se supponiamo che tali correzioni siano *sufficientemente piccole* per essere trattate come differenziali, avremo:

$$\Delta\vartheta_k = A_k\,\Delta\Omega + B_k\,\Delta i + C_k\,(\Delta\omega + \Delta v_k) \tag{444}$$

dove A_k, B_k, C_k, indicano i valori dei coefficienti differenziali, o, in linguaggio matematico [2] le « derivate parziali » di ϑ rispetto ad Ω, i, $\omega + v_k$ nell' istante t_k.

---

[1] Il calcolo può essere molto abbreviato servendosi della *Tafel zur Berechnung der Wahre Anomalie*, pubblicata dall'Astr. Rechen Institut di Berlino, o delle *Tables for the true anomaly in elliptic orbits*, di F. Schlesinger e Miss Stella Udick, in « Publ. of the Allegheny Observatory of the University of Pittsburgh », Vol. II, n. 17 (1912).

[2] Differenziando la (439), abbiamo:

$$(d\vartheta - d\Omega)\sec^2(\vartheta - \Omega) = -\operatorname{tg}(v+\omega)\sin i\,di + (dv + d\omega)\sec^2(v+\omega)\cos i \tag{1}$$

e cioè:

$$\begin{aligned} d\vartheta = d\Omega &- \cos^2(\vartheta - \Omega)\operatorname{tg}(v+\omega)\sin i\,di + \\ &+ \cos^2(\vartheta - \Omega)\sec^2(v+\omega)\cos i\,(dv + d\omega) \end{aligned} \tag{2}$$

da cui, confrontando, si ricavano immediatamente la (445), (446) e (447) del testo.

Ora si ha dal calcolo:

$$(445) \quad A_k = 1;\ B_k = -\cos^2(\vartheta_k - \Omega)\,\mathrm{tg}\,(v_k + \omega)\sin i;$$
$$C_k = \cos^2(\vartheta_k - \Omega)\sec^2(v_k + \omega)\cos i$$

mentre la correzione Δv_k da darsi all'anomalia vera dipende dalle correzioni Δe, Δn, ΔT da recarsi ad e, n, T.

Per ottenere formule analoghe a quelle adoperate da SCHLESINGER per le stelle binarie spettroscopiche, HELLERICH pone anzitutto:

$$(446) \quad \alpha_k = 0{,}452(2 + e\cos v_k)\sin v_k;\ \beta_k = \left(\frac{1 + e\cos v_k}{1 + e}\right)^2$$

onde α_k e β_k possono calcolarsi facilmente, o meglio, si ricavano direttamente da apposite tabelle costruite da SCHLESINGER [1].

Dopo di ciò HELLERICH, prende, come incognite ausiliarie, le quantità:

$$(447) \qquad \Delta T' = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}}\,\frac{n\,\Delta T}{1-e}$$

$$(448) \qquad \Delta n' = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}}\,\frac{\Delta n}{1-e}$$

$$(449) \qquad \Delta e' = \frac{2{,}21\Delta e}{1-e^2}$$

onde la (444) diviene [2] con pochi calcoli:

$$(450) \quad \Delta\vartheta_k = A_k\Delta\Omega + B_k\Delta i + C_k\Delta\omega - \beta_k C_k \Delta T' +$$
$$+ \beta_k C_k (t_k - T)\Delta n' + \alpha_k C_k\,\Delta e'$$

---

[1] Cfr. SCHLESINGER, *The determination of the orbit of a spectroscopic binary by the method of least squares*, in « Publ. of the Allegheny Observatory », Vol. I, n. 6.

[2] Differenziando le formule usuali del moto ellittico, abbiamo:

$$(1) \quad r dv = \frac{a du}{\sqrt{1-e^2}} + \frac{r\sin v de}{1-e^2}$$

$$(2) \quad du = \frac{a}{r}[(t-T)dn - ndT] + \frac{\sin v de}{\sqrt{1-e^2}}$$

dove conosciamo $\Delta\vartheta_k$ ed i coefficienti A_k, B_k ecc., mentre sono incognite le sei correzioni $\Delta\Omega$, Δi, $\Delta\omega$, $\Delta T'$ $\Delta n'$, $\Delta e'$.

Ora ognuna delle N osservazioni eseguite nei tempi

$$t_1, t_2, \dots t_N$$

fornisce un' equazione analoga alla (450); avremo dunque un sistema di N equazioni da cui potremo [1] ricavare $\Delta\Omega$, Δi ecc. col metodo dei minimi quadrati [2].

242. Sistemi binari con satellite invisibile. In qualche caso può avvenire che il satellite S di un sistema binario sia oscuro, o almeno invisibile con i nostri mezzi.

In tal caso, determinando col cerchio meridiano l' ascensione retta e la declinazione dell' astro visibile P, noi troviamo che esso si muove sopra la sfera celeste descrivendo una specie di *epicicloide*. E troviamo pure che questo movimento epicicloidale risulta dalla composizione di due movimenti, e cioè:

1) L' astro P si muove con la legge delle aree, descrivendo un' ellisse intorno ad un punto G;

---

donde ricaviamo senza difficoltà:

$$(3) \quad dv = \left(\frac{1+e\cos v}{1+e}\right)^2 \sqrt{\frac{1+e}{1-e}}\,\frac{(t-T)dn - ndT}{1-e} + \frac{(2+e\cos v)\sin v de}{1-e^2}.$$

Considerando le correzioni $\Delta\Omega$, Δi ecc. come infinitesime, introducendo nella 444) il valore di Δv dato dalla 3) e tenendo conto delle 447), 448), e 449), ricaviamo subito la 450).

[1] Notiamo che in qualche caso può avvenire che, risolvendo le N equazioni (450) col metodo dei minimi quadrati, si ottengano per $\Delta\Omega$, Δi ecc. valori così forti da non poter esser considerati come differenziali. Ciò indica che l' orbita provvisoria, da cui siamo partiti, era gravemente erronea onde occorre rinnovare il calcolo partendo da un' orbita provvisoria più esatta. Per maggiori chiarimenti cfr. ZAGAR, *Sull' orbita della stella doppia* 66 *Piscium*, in « Pubbl. del R. Osservatorio di Padova ». n. 7 (1929).

[2] Un metodo interamente diverso per la ricerca dell' orbita definitiva è stato recentemente proposto da VOLET; cfr. id. *Application de la méthode des moindres carrés au calcul des orbites d'étoiles doubles*, in « Comptes Rendus », T. CLXXXXII, (1931).

2) Il punto G, a sua volta, si muove con moto rettilineo uniforme sopra la sfera celeste.

È facile allora comprendere che G è il baricentro di un sistema di due astri e cioè di un sistema formato dall'astro visibile P e da un astro invisibile S, mentre l'ellisse è la proiezione sopra la sfera celeste dell'orbita ellittica descritta da P intorno a G. Applicando quindi i metodi già indicati, possiamo calcolare gli elementi di questa orbita.

Come già accennammo (n. 16), tale metodo ha permesso a BESSEL di predire che Sirio e Procione avevano un compagno invisibile, ciò che fu più tardi confermato dalle osservazioni.

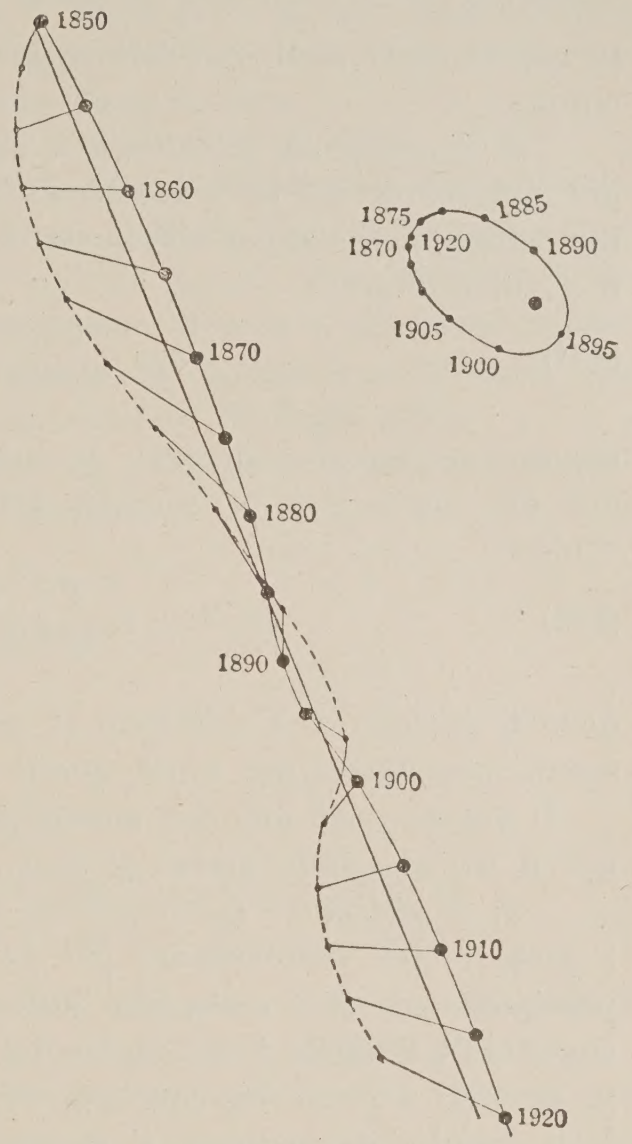


Fig. 205.

Cammino di *Sirio* (tratto pieno), del satellite (punteggiata) e del baricentro del sistema (retta centrale) sopra la sfera celeste. ($1'' = 1$ mm. circa).

243. Casi speciali. Terminando questo paragrafo, dobbiamo accennare a tre casi speciali di grande interesse pratico, i quali si verificano rispettivamente quando:

1) *Si conosce il moto assoluto di una delle componenti del sistema*, p. es., con osservazioni di ascensione e declinazione fatte col cerchio meridiano.

In tal caso, poichè il moto relativo delle due componenti è dato dalle osservazioni micrometriche, possiamo dedurre il moto assoluto dell'altra componente. E allora, se ricor-

diamo che le masse dei due astri sono in ragione inversa (n. 233) dei semiassi delle ellissi descritte intorno al baricentro, possiamo calcolare immediatamente il rapporto $\frac{\mu_2}{\mu_1}$ tra la massa della stella satellite e la massa della stella principale.

2) *Si conosce la parallasse* π'' *del sistema.* Allora, essendo già conosciuta a'' in secondi di arco, possiamo ricavare immediatamente a in chilometri con la formula (212) del n. (115) e cioè:

$$a = \frac{10^9 a''}{6{,}67\pi''} \tag{451}$$

e possiamo anche calcolare la somma $\mu_1 + \mu_2$ delle masse dei due astri con la formula (213) dello stesso numero, e cioè:

$$\mu_1 + \mu_2 = \frac{1}{P^2}\left(\frac{a}{15.10^7}\right)^3 \tag{452}$$

dove il periodo P è misurato in anni e le masse sono misurate prendendo per unità quella del Sole.

È questo anzi uno dei metodi più proficui e più sicuri per il calcolo delle masse stellari.

3) *Il sistema è spettrovisuale* (n. 227). In tal caso, con i metodi che indicheremo per le binarie spettroscopiche, possiamo calcolare $a \sin i$ in chilometri, mentre l'orbita visuale ci dà l'angolo i — a meno del segno — e ci dà pure a'' in secondi d'arco. In conseguenza, paragonando i due valori, risulta determinato il segno di i e risulta pure determinato a in chilometri, onde la (451) e la (452) ci danno subito la parallasse π'' e la somma delle masse $\mu_1 + \mu_2$.

Ricordiamo che la stella più importante che si trovi in queste condizioni è *Capella* (n. 227), la quale è infatti una delle stelle meglio conosciute.

Altro esempio notevole è ε *Hydrae*

$$(\alpha = 8^h 41^m{,}5; \quad \delta = 6^\circ 47'; \quad m = 3{,}48; \quad Sp = F8),$$

per cui AITKEN ha pubblicato l'orbita visuale e spettro-

scopica [1], deducendone: $a = 1.359.000.000$ Km.; $e = 0{,}65$; $\omega = 270^\circ$; $i = 50^\circ$; $\Omega = 104^\circ$; $T = 1900{,}97$; $\mu_1 = 1{,}75\,\odot$; $\mu_2 = 1{,}58\,\odot$. In conseguenza, poichè la distanza media a apparisce sotto l'angolo di $0'',23$, la (451) dà per la parallasse dell'astro $\pi = 0'',025$, corrispondente ad una distanza di quaranta parsecs o centotrenta anni di luce.

244. Applicazione della teoria di Eddington. Supponiamo di aver trovato l'orbita di un sistema binario visuale e supponiamo che lo spettroscopio ci mostri che nessuna delle due componenti sia una « nana bianca ». Potremo allora applicare la relazione, trovata da EDDINGTON (n. 166), tra la massa μ e la grandezza assoluta M degli astri.

In tal modo, indicando con m_1 e m_2 le grandezze visuali apparenti dei due astri, abbiamo:

$$M_1 = m_1 + 5 + 5 \log \pi \tag{453}$$

$$M_2 = m_2 + 5 + 5 \log \pi \tag{454}$$

$$a = \frac{10^9 a''}{6{,}67 \pi''} \tag{455}$$

$$\mu_1 + \mu_2 = \frac{1}{P^2}\left(\frac{a}{15.10^7}\right)^3 \tag{456}$$

$$M_1 = -0{,}2 - 3{,}75 \log (1 - \beta_1) - 3{,}5 \log \mu_1 \tag{457}$$

$$M_2 = -0{,}2 - 3{,}75 \log (1 - \beta_2) - 3{,}5 \log \mu_2 \tag{458}$$

dove, come sappiamo (n. 164), i parametri β_1 e β_2 sono legati alle masse μ_1 e μ_2 dall'equazione (311) di EDDINGTON.

In tal modo abbiamo sei equazioni che, risolute, ci danno le sei incognite M_1, M_2, μ_1, μ_2, a, π''.

In pratica, data la difficoltà algoritmica, il calcolo si esegue per tentativi col metodo delle approssimazioni successive. Riportiamo in proposito il seguente esempio, dato dal RUSSELL [2], per il sistema binario χ *Pegasi* per cui si ha: $a'' = 0'',29$; $P = 11{,}35$ anni; $m_1 = 4{,}8$; $m_2 = 5{,}5$.

---

[1] Cfr. « Publ. Astr. Soc. Pacific ». Vol. XXIV.

[2] Cf. RUSSELL, *Astronomy*, vol. II, pag. 692. Per maggiori notizie cfr. REDMAN, *A statistical study of the effect of the Mass-Luminosity*

Ponendo, in un primo tentativo, $\mu_1 + \mu_2 = 2$, la (455) e la (456) ci danno $\pi'' = 0'',046$; la (453) e la (454) danno allora $M_1 = 3,1$ e $M_2 = 3,8$ e quindi, dalla (457) e dalla (458) risulta $\mu_1 = 1,48$, $\mu_2 = 1,23$ e cioè $\mu_1 + \mu_2 = 2,71$.

Partendo allora, in seconda approssimazione, dal valore più esatto $\mu_1 + \mu_2 = 2,71$ e ripetendo gli stessi calcoli, si ha: $\pi'' = 0'',042$; $M_1 = 2,9$; $M_2 = 3,6$; $\mu_1 = 1,55$; $\mu_2 = 1,29$ e quindi risulta, come massa del sistema, $\mu_1 + \mu_2 = 2,84$.

Partendo ora, in terza approssimazione, dal nuovo valore $\mu_1 + \mu_2 = 2,84$, otteniamo $\pi'' = 0'',040$; $M_1 = 2,8$; $M_2 = 3,5$; $\mu_1 = 1,58$; $\mu_2 = 1,32$ e quindi infine $\mu_1 + \mu_2 = 2,90$. La concordanza di questo ultimo valore con quello di partenza, mostra che questa terza approssimazione può ritenersi sufficiente e che non vi è bisogno di calcoli ulteriori.

§ 3. I più importanti sistemi binari e multipli.

245. Generalità. Come già sappiamo, i Cataloghi di Burnham e di Innes registrano insieme circa *ventimila* stelle doppie o multiple, molte delle quali sono probabilmente veri sistemi fisici; si comprende dunque come sarebbe impossibile di farne qui una rassegna, anche rapidissima.

Ciò non ostante, per comodità dei lettori, vogliamo indicare [1] in due tabelle alcune doppie caratteristiche e cioè molto luminose oppure fornite di vivaci colori [2]. Insieme con l'ascensione e la declinazione — riferite sempre all'equinozio 1900,0 — aggiungiamo i valori approssimati di ρ e di ϑ secondo recenti misure ed indichiamo i colori con i simboli *a*, *v*, *b*, *g*, *r* (azzurro, verde, bianco, giallo, rosso) e con il grado colorimetrico di Hagen (n. 68).

Relation on the hypothetical parallaxes of bynary stars, in « Month. Not. », Vol. LXXXVIII, (1928).

[1] Per maggiori notizie cfr. l'articolo di Bigourdan, *Étoiles doubles et multiples*, in « Ann. du Bureau des Longitudes » 1917.

[2] Ricordiamo che, per contrasto, i colori acquistano maggiore vivacità e cambiano lievemente di tono; così se la stella più luminosa è rossa ed il satellite è bianco, questo sembrerà lievemente azzurro o verdastro.

Tabella I.

STELLE DOPPIE MOLTO LUMINOSE

(I brillanti del cielo)

N.	STELLA			GRAND.		ρ	θ
1	*Polare AB*	(1^h 22^m, 6 ;	88° 46′)	2,1 ;	8,8	18″	215°
2	γ Arietis	(1 48, 0 ;	18 48)	4,0 ;	4,3	8	0
3	α Piscium	(1 56, 9 ;	2 17)	2,8 ;	3,9	3	313
4	*Rigel AB*	(5 9, 7 ;	-8 19)	0,3 ;	6,7	9	200
5	*Sirio*	(6 40, 7 ;	-16 35)	-1,6 ;	8,5	10	46
6	*Castore*	(7 28, 2 ;	32 6)	2,0 ;	2,9	5	208
7	*Procione*	(7 34, 1 ;	5 29)	0,5 ;	13,5	3	275
8	γ Leonis	(10 14, 5 ;	20 21)	2,6 ;	3,8	4	120
9	γ Virginis *AB* .	(12 36, 6 ;	-0 54)	3,6 ;	3,7	6	320
10	*Mizar*	(13 19, 9 ;	55 27)	2,1 ;	4,2	14	150
11	α Centauri *AB* .	(14 32, 8 ;	-60 25)	0,3 ;	1,7	5	259
12	ζ Bootis	(14 36, 4 ;	14 9)	3,5 ;	3,9	1	137
13	δ Serpentis	(15 30, 0 ;	10 52)	3,0 ;	6,0	4	183
14	β Scorpionis *AB*.	(15 59, 6 ;	-19 32)	2,9 ;	5,1	13	25
15	β Lyrae *AB* . . .	(18 46, 4 ;	33 15)	3,7 *var* ;	7,0	46	149
16	β Cephei	(21 27, 4 ;	70 7)	3,3 ;	8,0	13	250
17	μ Cygni *AB* . . .	(21 39, 6 ;	28 18)	5,1 ;	6,3	2	130

Tabella II.

STELLE DOPPIE VIVAMENTE COLORATE

(Le gemme del cielo)

N.	STELLA			GRAND.		ρ	ϑ	COLORE
1	η Cass	(0^h 43^m,0 ;	57° 17′)	3,6 ;	7,9	8″	273°	(g ; r ; 2,5 ; 6,5)
2	γ Andr.	(1 57,8 ;	41 51)	2,3 ;	5,1	10	64	(gr ; ba ; 5 ; 0,5)
3	32 Erid.	(3 49,2 ;	-3 14)	5,0 ;	6,3	7	348	(g ; ba ; 3,5 ; 1)
4	γ Lepor.	(5 40,3 ;	-22 28)	3,8 ;	6,4	94	350	(g ; r ; 2,5 ; 6,5)
5	ι Cancri	(8 40,6 ;	29 7)	4,3 ;	6,6	31	307	(g ; ba ; 3,5 ; 1)
6	24 Comae . . .	(12 30,1 ;	18 56)	5,2 ;	6,7	20	271	(gr ; ba ; 5 ; 1)
7	ε Bootis	(14 40,6 ;	27 30)	2,8 ;	5,1	3	330	(gr ; ba ; 4,5 ; 0,5)
8	ξ Scorp. *AB*:*C*	(15 58,9 ;	-11 6)	4,8 ;	7,2	7	62	(g ; gr ; 2 ; 4)
9	*Antares*	(16 23,5 ;	-26 13)	1,2 ;	7,1	3	273	(r ; a ; 7,5 ; 0)
10	α Hercul. . . .	(17 10,1 ;	14 30)	3,5 *var.* ;	5,4	5	114	(r ; gb ; 8 ; 2,5)
11	95 Hercul. . .	(17 57,3 ;	21 36)	5,1 ;	5,2	6	260	(ba ; gr ; 0,5 ; 3)
12	*Albireo*	(19 26,7 ;	27 45)	3,2 ;	5,4	35	55	(gr ; ba ; 4 ; 0,5)
13	χ Cygni	(19 42,7 ;	33 30)	5,0 ;	8,1	26	70	(g ; r ; 2,5 ; 6,5)
14	γ Delphini . .	(20 42,0 ;	15 47)	4,5 ;	5,5	11	270	(gr ; bg ; 5 ; 2,5)
15	δ Cephei	(22 25,5 ;	57 54)	4,0 *var.* ;	6,6	41	191	(g ; ba ; 3 ; 0)

246. Sistemi binari. Sebbene le stelle doppie e multiple siano tanto numerose, i sistemi binari con orbita *esattamente conosciuta* sono ancora assai scarsi. Ed è facile intenderne la cagione.

Infatti, sappiamo che, per calcolare *con sicurezza* un'orbita, occorre che il satellite sia stato osservato almeno durante una mezza rivoluzione. Ora, astraendo dai sistemi più stretti — p. es. dalle binarie spettrovisuali che hanno breve periodo ($P = 104^d$ per *Capella*; $P = 5{,}7$ anni per δ *Equulei*; $P = 6{,}9$ anni per 13 *Ceti*) — nella maggior parte dei casi il periodo ha una durata secolare. Anzi, nei sistemi più larghi (p. es. per il sistema formato da ε *Lyrae* con 5 *Lyrae*) P sembra giungere a centinaia di migliaia di anni. Si comprende dunque, perchè — fin ad oggi — solo poche binarie visuali siano state osservate durante una parte notevole del loro periodo e perchè quindi le orbite ben conosciute siano ancora tanto scarse.

In particolare, il prof. Van Den Bos [1] ha registrato 121 orbite in una sua recente ed accurata tabella che noi riporteremo in appendice, per completezza e comodità dei lettori. Ma intanto vogliamo aggiungere qualche parola sopra alcuni sistemi binari e multipli di particolare interesse.

Per quanto riguarda i sistemi binari, abbiamo già parlato di *Sirio* [2], di *Procione* [3] e della *Capra* [4], importantissima binaria spettrovisuale. A questi aggiungiamo:

1) La 42 *Comae Berenices* (β 6406; $\alpha = 13^h\ 5^m{,}1$;

---

[1] Cfr. « Bull. Astr. Netherland » 1926 e *Handbuch der Astrophysik*, Bd. VI-2, pag. 352 e ss. Notiamo che molti calcoli di orbite si trovano pure in vari giornali astronomici e, segnatamente, nell'*Astrophysical Journal* e nei *Bollettini dell' Osservatorio di Lick*.

[2] Cfr. Aitken, *The orbit of Sirius*, in « Lick Obs. Bull. », n. 316; Howard, « Pop. Astr. », Vol. XXX. Recentemente Innes avrebbe trovato un secondo satellite di Sirio (Cfr. « Ciel et Terre » 1930).

[3] Cfr. Spencer Jones, *The system of Procyon*, in « Month. Not. », Vol. LXXXVIII, (1928).

[4] Cfr. Merrill, *Interf. obs. of double stars*, in « Astroph, Journ. ». Vol. LVI; Schlesinger, *The parallaxe of Capella*, in » Astronomical Journ. », n. 765.

$\delta = 18^\circ\, 3'$) che è notevolissima ([1]) sia per *la brevità del periodo* ($P = 25{,}9$ anni), sia perchè la sua orbita reale ha un'inclinazione di circa 90°, onde l'orbita apparente si riduce

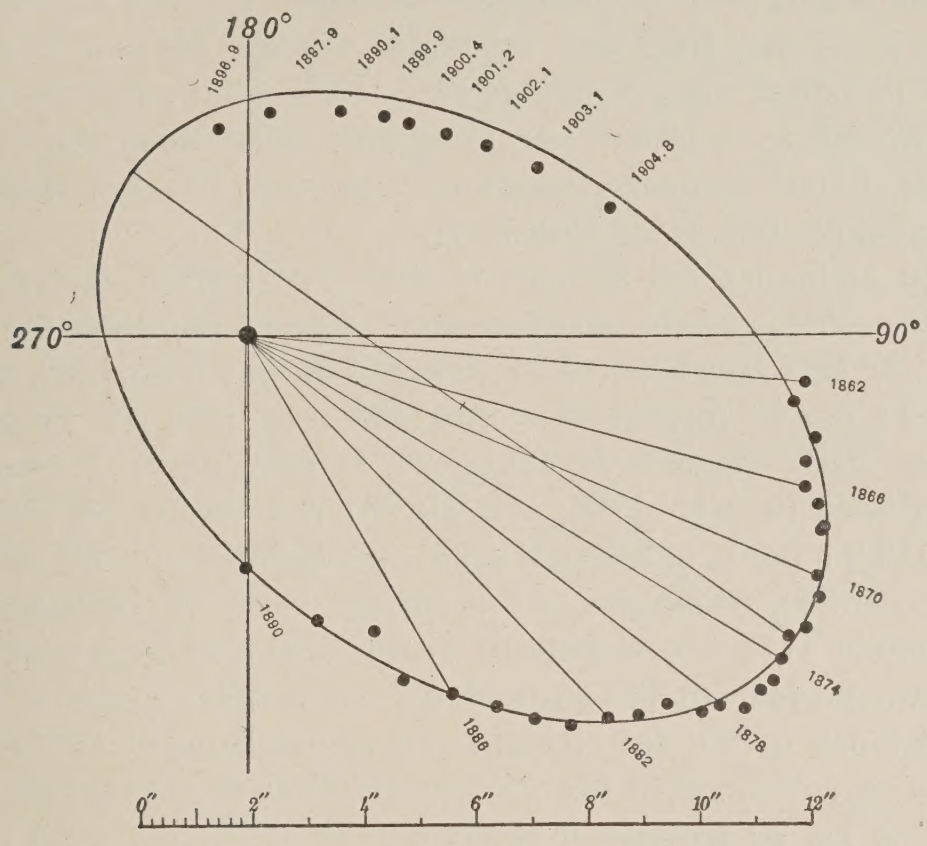


Fig. 206.
Orbita del satellite di Sirio (Burnham).

ad un breve segmento di retta, passante per l'astro principale e della lunghezza totale di circa 1″,5. Le due stelle del sistema sono di tipo spettrale $F5$, di grandezza apparente 5,2 e cioè — essendo $\pi = 0'',070$ — hanno grandezza assoluta 4,4; vale a dire, sono un poco più luminose del Sole. Altra binaria molto importante di breve periodo ($P = 34{,}5$ anni) è la ζ *Herculis* (β 7717; $\alpha = 16^h\, 37^m{,}5$; $\delta = 31^\circ\, 47'$), in cui la principale è di terza grandezza e la secondaria di settima ([2]).

([1]) Cfr. Doberck, *On the orbit of 42 Comae Berenices*, in « Astr. Nachr. », Bd. CLXXIX, n. 4276; Russell « Pop. Astr. », Vol. XXV.

([2]) Cfr. Comstock, *The orbit of ζ Herculis*, in « Astronomical Journal », Vol. XXX, n. 712.

2) La σ *Coronae Borealis* (β 7563; $\alpha = 16^h\,11^m,4$; $\delta = 34°7'$) composta di due astri che hanno tipo spettrale *F*8–*F*9, grandezza apparente 5,8 e 6,7 e cioè — essendo $\pi = 0'',048$ — grandezza assoluta 4,2 e 3,7; vale a dire, sono più luminosi del Sole. Questa binaria è notevole [1] per il *lungo periodo* ($P = 7584$ anni), per la *forte eccentricità* ($e = 0,92$) e per le *enormi dimensioni della sua orbita*, il cui semiasse maggiore a misura $27'',14$ e cioè *ottantacinque bilioni di chilometri.*

In vicinanza del sistema vi sono due stelline (*C* e *D*), le quali però non sembrano avere alcun legame fisico con questo.

3) La ζ *Bootis*, (β 6955; $\alpha = 14^h\,36^m,4$; $\delta = 14°9'$), notevole [2] per la *fortissima eccentricità* ($e = 0,96$) *che eguaglia quella della cometa di* HALLEY. E così pure si dica [3] per β 8353 ($\alpha = 18^h\,1^m,6$; $\delta = 21°\,26'$) per cui si ha ancora $e = 0,96$, e per la bellissima γ *Virginis* (β 6243; $\alpha = 12^h\,36^m,6$; $\delta = -\,0°54'$), sdoppiata per la prima volta da BRADLEY il 15 marzo 1718 e composta [4] di due stelle di grandezza 3,6 con un periodo di 182 anni ed un' eccentricità eguale a 0,89. A distanza di $50''$ dal sistema vi è una stellina di 14ma grandezza ed, a distanza di $103''$, un'altra stellina di 12ma grandezza.

4) La 70 *Ophiuci* (β 8340; $\alpha = 18^h\,0^m,4$; $\delta = 2°\,31'$) che ha un periodo di circa anni 88 ed è stata oggetto di lunghe discussioni che riassumiamo sommariamente.

Nel 1894 SCHUR pubblicò [5] un' orbita della 70 *Ophiuci* basandosi su 400 osservazioni; ma più tardi SEE [6] credette

---

[1] Cfr. HENROTEAU, *Handbuch der Astrophysik*, Bd. VI-2 pag. 342.

[2] Cfr. HERTZSPRUNG, *Bemerkungen über ζ Bootis*, in « Astr. Nachr. », Bd. CCIII, n. 4871.

[3] Cfr. AITKEN in « Lick Obs. Bull. », Vol. XI, n. 348.

[4] Cfr. DOBERCK, *Elements of the orbit of γ Virginis*, in « Astr. Nachr. ». Bd., CLXXVII, n. 4235.

[5] Cfr. SCHUR, *Untersuchungen über die Bahn des 70 Ophiuci*, in « Astr. Nachr. », Bd. CXXXV, n. 3220-21.

[6] Cfr. SEE, *Researches on the evolution of stellar system*, pag. 202; cfr. anche DOOLITTLE, *The orbit of 70 Ophiuci*, in « Astronomical Journal », Vol. XVII, n. 400.

di constatare alcune irregolarità periodiche nel movimento del satellite sull'orbita di SCHUR e cercò di spiegare il fenomeno con l'attrazione perturbatrice di un secondo satel-

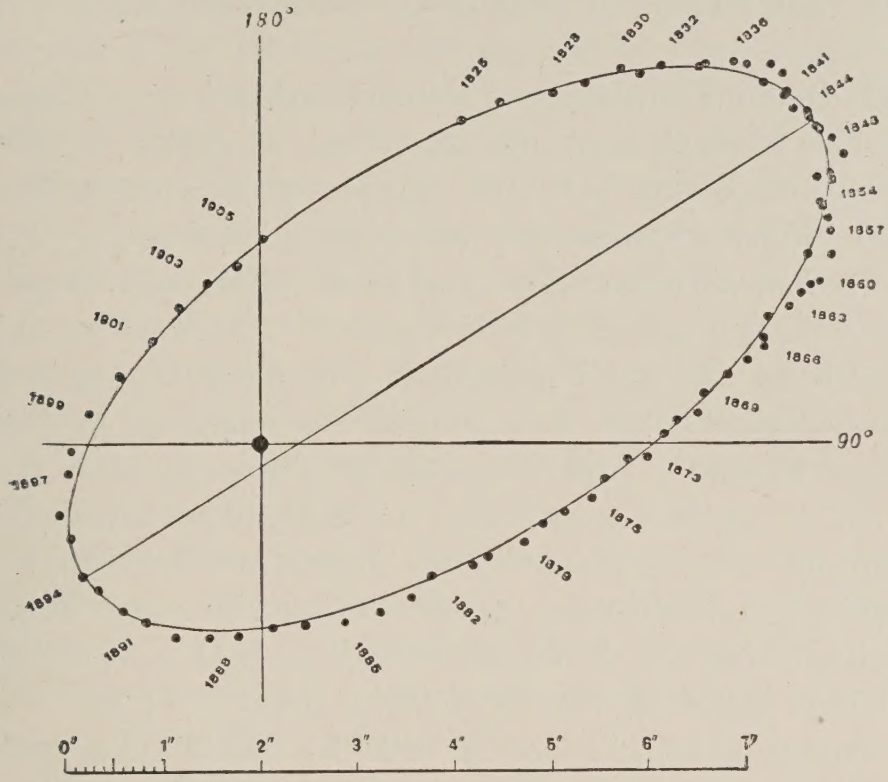


Fig. 207.
Orbita apparente della 70 *Ophiuci* (BURNHAM).

lite oscuro, che descriverebbe la sua orbita con un periodo di 36 anni.

Il BURNHAM però non potè individuare questo satellite, nemmeno col grande equatoriale di 92 cm. dell'Osservatorio di Lick, e — ciò che è più grave — il MOULTON, con considerazioni di Meccanica Celeste (1), dimostrò che l'orbita del SEE sarebbe stata instabile.

Recentemente però il PAVEL (2) ha mostrato che le irregolarità del satellite visibile potrebbero anche spiegarsi

(1) Cfr. MOULTON, *The limits of temporary stability of satellite motion*, in « Astronomical Journal », Vol. XX, n. 461.

(2) Cfr. PAVEL, « *Untersuchungen über das System 70 Ophiuci*, in « Astr. Nachr », Bd., CCXII, n. 5082.

ammettendo che il satellite oscuro — contrariamente a quanto credeva il SEE — fosse molto vicino all'astro principale ($a = 0'',03$) ed avesse un periodo di soli sei anni e mezzo. In tal modo la stabilità sarebbe assicurata.

247. Sistemi multipli. I sistemi multipli sono abbastanza numerosi ed anzi, secondo una stima eseguita da AITKEN, il loro numero può valutarsi eguale al 4 % od al 5 % dei sistemi binari. Passiamone una rapida rivista.

1) *Sistemi tripli.* Tra i sistemi tripli più importanti notiamo la ξ *Scorpii* (β 7487; $\alpha = 15^h\,58^m,9$; $\delta = -11°\,6'$) costituita da due astri principali AB di quinta grandezza, distanti oggi meno di $1''$ e con un periodo [1] di rivoluzione di circa 45 anni. Alla distanza di circa $7''$ vi è il terzo astro C, di settima grandezza, il quale ruota intorno al baricentro del sistema formato dai primi due [2] in un periodo non ancora determinato, ma probabilmente assai lungo.

Notiamo ancora la [3] 20 *Persei* (β 1471; $\alpha = 2^h\,47^m,4$; $\delta = 37°56$); la [4] 40 *Eridani* (β 2109; $\alpha = 4^h\,10^m,7$; $\delta = -7°49'$); la $\varkappa$ *Pegasi* (β 11222; $\alpha = 21^h\,40^m,1$; $\delta = 25°11'$) costituita da un sistema binario visuale (n. 244) assai stretto ($P = 11,35$ anni; $a = 0'',29$) di cui una componente è, a sua volta, una

---

(1) Cfr. AITKEN, « Lick. Obs. Publ. », Vol. XII.

(2) È noto come non sia ancora possibile integrare le equazioni differenziali del problema dei tre corpi. In conseguenza, nel calcolo di un sistema triplo, gli astronomi suppongono — in prima approssimazione — che le due stelle più vicine A e B siano riunite nel loro comune baricentro G e che il terzo corpo C sia attratto da G e si muova quindi descrivendo un'orbita ellittica con un fuoco in G. In seconda approssimazione, si eseguono le piccole correzioni col *Metodo delle perturbazioni*, di cui si occupa la *Meccanica Celeste*.

È opportuno aggiungere che l'esame dei sistemi tripli appare importantissimo per la Meccanica Celeste, specialmente se insieme con le osservazioni di posizione si determinano anche le velocità radiali con lo spettroscopio.

(3) Cfr. AITKEN, « Lick Obs. Publ. », Vol. XII.

(4) Cfr. VAN DEN BOS, « Bul. Astr. Netherl. », Vol. III.

doppia spettroscopica; la μ *Herculis* (β 8162; $\alpha = 17^h 42^m,6$; $\delta = 27^o 47'$) ecc.

Particolare importanza [1] ha poi il sistema triplo di α *Centauri* ($\alpha = 14^h 32^m,8$; $\delta = -60^o 25'$;), che è l'astro più vicino a noi ($\pi = 0'',76$) e la cui duplicità venne scoperta dal P. RICHAUD, a Pondicherry (India), nel dicembre 1689. Le due componenti principali sono di tipo spettrale *G6* e *K4*, di grandezza apparente 0,3 ed 1,7 e di grandezza assoluta 4,8 e 6,2; vale a dire, una è luminosa quanto il Sole e l'altra poco meno. Il periodo di rivoluzione (ROBERT) è di anni 81,18 e le due masse sono rispettivamente eguali a 1,12 ⊙ e 1,08 ⊙.

La terza componente, *Proxima Centauri*, recentemente scoperta, è una stellina di color rosso, di decima grandezza, con un diametro relativamente piccolo e cioè eguale, presso a poco, a quello di Giove.

2) *Sistemi quadrupli.* Notiamo, tra i più importanti, la ζ *Cancri* (β 4477; $\alpha = 8^h 6^m,5$; $\delta = 17^o 57'$), composta di due stelle *A* e *B* di grandezza 5,5, distanti tra loro 1″ circa e di una terza stella *C* di sesta grandezza, distante quasi 5″ e scoperta da T. MAYER nel 1756.

La coppia *AB* ruota intorno al comune baricentro [2] in circa 60 anni, mentre *C* ruota intorno al baricentro stesso forse in 700 anni. Inoltre, un esame accurato dimostra che *C* si muove *descrivendo una curva ondulata* — una specie di epicicloide — *prossima ad un'ellisse avente per fuoco il baricentro* e che il periodo di ogni ondulazione è di circa 18 anni. Ciò indica, come rilevò il SEELIGER, che *C* è sottomesso all'attrazione di un quarto astro oscuro *D*, il quale gli ruoterebbe intorno in 18 anni circa [3]. E, non ostante

---

(1) Cfr. LOHSE, *Doppelsterne*, in « Publ. Astroph. Obs. zu Potsdam », Bd., XX, n. 58.

(2) Cfr. DOBERK, *On the orbit of ζ Cancri*, in « Astr. Nachr. », Bd. CLXXIII, n. 4144.

(3) Cfr. SEELIGER, *Ueber die Bew. in dem dreifachen Sternsystem ζ Cancri*, in « Sitz. K. K. Akad. der Wiss, Wien » (1881); id. *Ueber das mehrfache Sternsystem ζ Cancri*, in « Astr. Nachr. », Bd. CIC, n. 4769.

qualche dubbio elevato dal BURNHAM, questa spiegazione è stata recentemente confermata da SCHNAUDER [1] ed è ora ammessa generalmente dagli astronomi.

Un altro esempio importante di sistema quadruplo ci è dato dalla ξ *Ursae Maioris* (β 5734; $\alpha = 11^h\,12^m,8$; $\delta = 32^o 6'$), formata da due belle stelle di quarta grandezza, che costituiscono un sistema visuale piuttosto stretto ($P = 60$ anni; $a = 2'',5$). Le due componenti sono poi, a loro volta, binarie spettroscopiche, con $P = 665^d$ e $P = 10^d$ circa [2].

3) *Sistemi quintupli.* Tra i sistemi quintupli, il più notevole è costituito da ε *Lyrae* di cui abbiamo già parlato (n. 231).

4) *Sistemi sestupli.* Tra i sistemi sestupli noteremo anzi tutto [3] *Castore* (β 4122; $\alpha = 7^h\,28^m,2$; $\delta = 32^o\,6'$) che, osservato con un modesto cannocchiale, appare come una bellissima binaria visuale le cui componenti A e B distano circa $5''$ e compiono una rivoluzione intorno al comune baricentro in circa quattro secoli. Alla distanza di $73''$ da A e con un angolo di posizione di 165° vi è una stellina C, di nona grandezza, che fa parte del sistema ed inoltre A, B, C sono, a loro volta, doppie spettroscopiche e C è anche variabile ad eclisse.

5) La θ *Orionis.* Ma forse la più importante stella multipla del cielo è la θ *Orionis* ($\alpha = 5^h\,30$; $\delta = -5^o\,27'$), posta nella spada di Orione (n. 28) nella magnifica nebulosa omonima, e che potrebbe essere riguardata come un anello di congiunzione tra le stelle multiple e i gruppi stellari (n. 21).

Esaminata con un binocolo da teatro, essa si scinde in due componenti θ_1 e θ_2 ambedue di quinta grandezza, distanti $135''$, con un angolo di posizione di 314°. Serven-

---

(1) Cfr. SCHNAUDER, *Ueber das mehrfache System ζ Cancri*, in « Astr. Nachr. », Bd. CCXV n. 5159.

(2) Cfr. ABETTI, *Il sistema multiplo ξ Ursae Maioris*, in « Mem. Soc. Spettroscopisti Italiani », 1919.

(3) Cfr. BARLOW, *The Castor system*, in « Publ. Dominion Obs. Ottawa », Vol. IX, n. 6 (1929); JOY, *The dwarf companion to Castor as a spectroscopic binary and eclipsing variable*, in « Astroph. Journ. », Vol. LXIV (1926); *The system of Castor*, in « Lick Obs Bull. », n. 98.

dosi di un modesto cannocchiale da marina, si vede poi che θ_1 *Orionis* (β 2837) si decompone in quattro stelle *A*, *B*, *C*, *D*, che sono di grandezza 7,1 - 7,9 - 4,9 - 6,8 e formano il noto *trapezio di Orione*, con i lati $AB = 8'',7$, $BC = 16'',7$, $CD = 13'',4$, $DA = 21'',5$ e le diagonali $AC = 12'',9$ e $BD = 19'',4$. Adoperando invece un buon cannocchiale astronomico, troviamo altre due stelline, *E* ed *F*, di 10ma e 11ma grandezza, distanti la prima 4'',3 da *A* e la seconda 4'',0 da *C*. Infine, con i più potenti equatoriali moderni, BARNARD e CLARK hanno potuto scoprire altre due componenti *G* ed *H*, di quindicesima grandezza, la seconda delle quali sembra anche binaria.

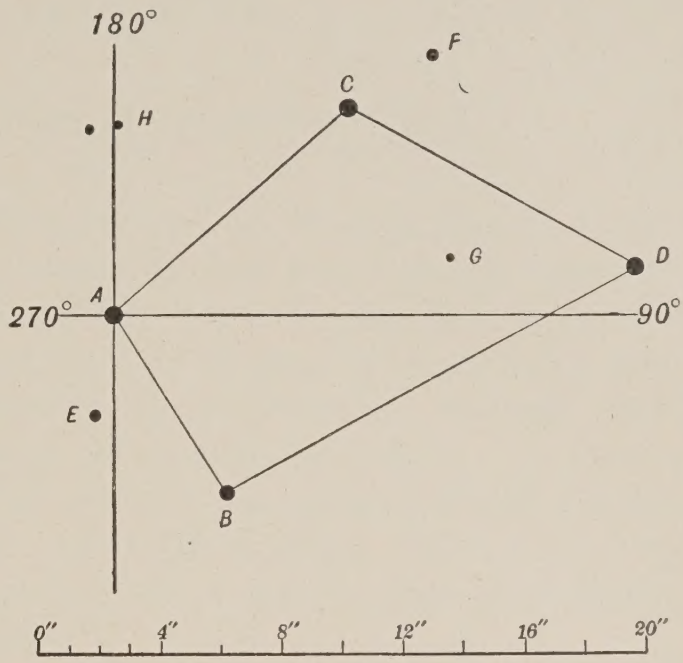


Fig. 208.
La θ Orionis (generalmente detta il « *Trapezio di Orione* »).

Quanto a θ_2 *Orionis* (β 2839), essa risulta composta di tre astri *A*, *B*, *C*, di grandezza 3,5 - 5,5 - 7,6, collocati presso a poco in linea retta, essendo $AB = 53''$ e $BC = 76''$. Inoltre la *B* è binaria spettroscopica [1], con un periodo di $21^d,029$ che è rimasto inalterato fin dall'epoca della sua scoperta; e ciò indica come la Nebulosa di Orione — in cui questa binaria si trova immersa — offra una resistenza trascurabile al movimento dei due astri [2].

---

[1] Cfr. STRUVE, *The orbit of spectroscopic binary* 43 θ_2 *Orionis*, in « Astroph. Journ. », Vol. LX (1924).

[2] È noto dalla Meccanica Celeste che, se un astro ruota intorno ad un altro e se il suo movimento è ostacolato da un mezzo resistente, il periodo di rivoluzione diminuisce. Cfr. TISSERAND, *Traité de Méc. Cél.*, T. IV, pag. 217.

Capitolo III.

Sistemi binari spettroscopici.

248. Generalità. Immaginiamo un sistema binario, le cui componenti siano così vicine da non poter essere separate con i cannocchiali astronomici. In questo caso, data la grande prossimità dei due astri, il loro periodo di rivoluzione sarà breve, mentre sarà notevole la velocità con cui gli astri stessi si muovono intorno al comune baricentro.

Se allora esaminiamo spettroscopicamente il sistema, dovremo vedere le righe spettrali oscillare intorno ad una posizione media, spostandosi ora verso il rosso ed ora verso il violetto. In particolare:

1) Se le due stelle sono di splendore poco diverso — e generalmente basta che la loro differenza non superi una grandezza stellare — le righe spettrali saranno costituite da *due componenti che oscilleranno in senso contrario.* Infatti, poichè i due astri ruotano intorno al baricentro del sistema, mentre uno di essi si avvicina a noi, l'altro si allontana e viceversa.

2) Se invece lo splendore del satellite è molto minore di quello della stella principale, il suo spettro sarà praticamente offuscato da quello dell'astro più luminoso. In tal caso le righe spettrali oscilleranno ancora, in un senso e nell'altro, ma si manterranno *uniche.*

In pratica, questo secondo caso è assai più frequente del primo; ed infatti su 1054 sistemi spettroscopici, riportati dal *Third Catalogue of Spectroscopic Binaries* di J. H. Moore, circa 900 sistemi hanno righe spettrali semplici.

249. Periodo dei sistemi spettroscopici. Limiti del periodo. Come abbiamo già osservato, i periodi dei sistemi

spettroscopici sono relativamente brevi, a causa della reciproca vicinanza dei due astri.

In particolare, il periodo più breve appartiene al sistema spettrofotometrico (variabile ad eclisse) *W Ursae Maioris* ($\alpha = 9^h\,36^m{,}7$; $\delta = 56^\circ\,25'$) per cui si ha $P = 0^d{,}3336$ e cioè circa otto ore. Il periodo più lungo appartiene invece ad ε *Hydrae* ($\alpha = 8^h\,41^m{,}5$; $\delta = 6^\circ\,47'$) per cui si ha $P = 5588^d$ e cioè circa 15 anni; anzi sappiamo già che questo sistema, per la notevole distanza tra le due componenti, può essere separato con forti cannocchiali e cioè deve considerarsi come spettrovisuale.

Statisticamente, secondo MOORE [1], il 56 % dei sistemi spettroscopici ha un periodo inferiore a 10^d; il 26 % un periodo compreso tra 10^d e 100^d ed il 18 % un periodo superiore a 100^d. Di regola, i sistemi appartenenti ai primi tipi spettrali (*O, B, A*) sono di breve periodo, come già fu accennato (n. 229).

Termineremo osservando [2] che, se i due astri hanno

---

[1] Cfr. « Lick. Obs. Bull. », Vol. XI, n. 355.

[2] Supponendo i due astri sferici, i loro volumi sono $\frac{4}{3}\pi r_1^3$ e $\frac{4}{3}\pi r_2^3$ e quindi, se le densità sono inferiori a ρ, la massa del sistema $\mu_1 + \mu_2$ sarà:

$$\mu_1 + \mu_2 < \frac{4}{3}\pi\rho(r_1^3 + r_2^3). \tag{1}$$

Ora come è notissimo dall'Astronomia Generale, il moto medio n è legato al semiasse maggiore a dalla semplice equazione:

$$(\mu_1 + \mu_2)f = n^2a^3 = \frac{4\pi^2a^3}{P^2}. \tag{2}$$

da cui ricaviamo subito, in virtù della (1):

$$P^2 = \frac{4\pi^2a^3}{(\mu_1 + \mu_2)f} > \frac{3\pi a^3}{f\rho(r_1^3 + r_2^3)} \tag{3}$$

Ma a deve essere maggiore della somma dei raggi, onde la (3) diviene:

$$P^2 > \frac{3\pi(r_1 + r_2)^3}{f\rho(r_1^3 + r_2^3)} > \frac{3\pi}{f\rho}. \tag{4}$$

Estraendo la radice, ed essendo nel sistema *C.G.S.*, $f = 6{,}673.10^{-8}$,

densità media inferiore a ρ, il periodo P deve soddisfare all'ineguaglianza:

$$P > \frac{0{,}14}{\sqrt{\rho}} \tag{459}$$

dove P è espresso in giorni e ρ si misura prendendo come unità la densità dell'acqua. In generale, si può supporre (n. 137) $\rho < 1$ donde risulta $P > 0^d{,}14$; *dobbiamo dunque diffidare dei periodi troppo brevi*, i quali possono riferirsi a stelle pulsanti piuttosto che a veri sistemi binari spettroscopici (n. 254).

Così γ *Ursae Minoris* ($\alpha = 15^h\,20^m{,}9$; $\delta = 72^\circ\,11'$), per cui si ha $P = 0^d{,}1084$, viene oggi considerata dalla maggior parte degli astronomi come una stella pulsante, al contrario di quanto si riteneva in passato.

250. Curva di velocità. Asse delle V_0. Velocità del baricentro. Immaginiamo di aver esaminato per lungo tempo, con lo spettroscopio, la velocità radiale V di uno dei due astri componenti un sistema binario spettroscopico; p. es. dell'astro più luminoso S_1. Allora, adoperando gli stessi metodi di cui ci siamo serviti per le curve di luce, costruiamo un diagramma prendendo per ascissa il tempo e per ordinata la velocità radiale *preventivamente ridotta al Sole* (n. 86); otterremo una curva periodica C_1 che gli astronomi chiamano *curva di velocità radiale*, o brevemente, *curva di velocità*.

Dato il moto orbitale, in ogni periodo la curva C_1 presenterà evidentemente un solo massimo ed un solo minimo e cioè non avrà *nè massimi nè minimi secondari*; la differenza $V_{max} - V_{min}$ si deduce facilmente dal diagramma e s'indica con $2K_1$, dove K_1 si chiama *semiampiezza* della ve-

---

si ha, esprimendo P in secondi:

$$P > \frac{1{,}19.10^4}{\sqrt{\rho}} \tag{5}$$

e cioè, misurando P in giorni:

$$P > \frac{0{,}14}{\sqrt{\rho}} \tag{6}$$

che è appunto la (459) del testo.

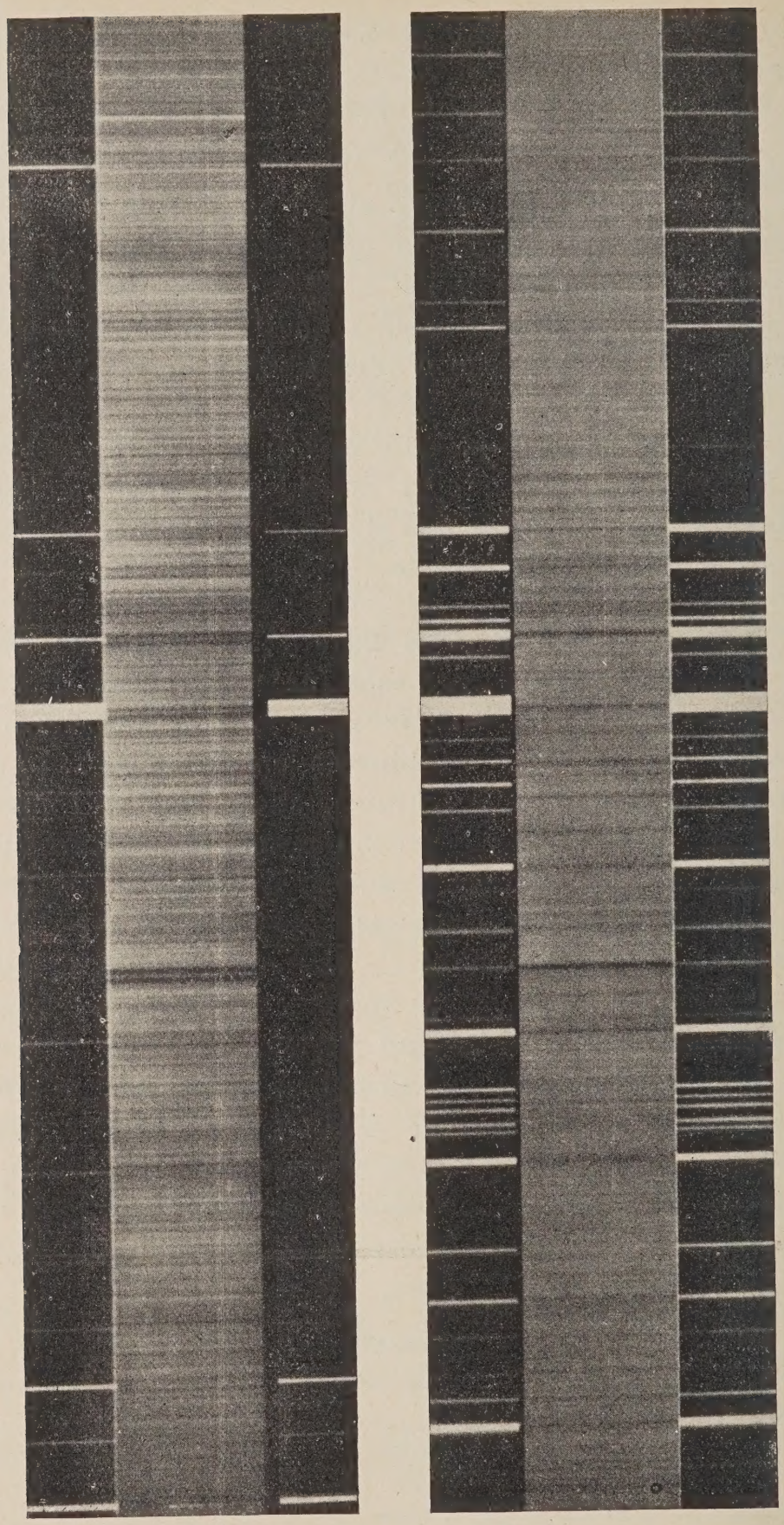


Fig. 209.

La binaria spettroscopica *Mizar*, che mostra le righe spettrali ora doppie (in alto) ed ora semplici (in basso).

locità (half range of velocity) di S_1. Analogamente indicheremo con K_2 la semiampiezza della velocità radiale del satellite S_2, il cui spettro però è visibile solo in pochi casi. Il periodo P si deduce pure [1] dal diagramma.

Ciò posto, poichè le ordinate rappresentano le velocità e le ascisse i tempi, è chiaro che l'area A racchiusa tra C_1 le ascisse e due ordinate generiche t_1 e t_2, misurerà lo spostamento radiale R che l'astro S_1 ha avuto nell'intervallo di tempo $t_2 - t_1$.

Supponiamo ora che la differenza $t_2 - t_1$ sia eguale al periodo P. In tal caso, nel tempo $t_2 - t_1$ l'astro S_1 avrà compiuto una rivoluzione intorno al baricentro G del sistema S_1S_2 e sarà quindi tornato nell'antica posizione lungo la sua orbita relativa; vale a dire lo spostamento radiale dell'astro nell'intervallo $t_2 - t_1$ sarà eguale a quello avuto, nello stesso tempo, dal baricentro G.

Ma il baricentro G si muove di moto rettilineo uniforme e quindi il diagramma indicatore della sua velocità radiale, si riduce ad una retta γ parallela alle ascisse; se noi dunque immaginiamo di aver disegnato questa retta γ, l'area racchiusa tra γ, le due ordinate t_1 e t_2 e le ascisse misurerà lo spostamento radiale del baricentro nel tempo $t_2 - t_1$ e cioè sarà precisamente eguale ad A. Ne segue che *la velocità del baricentro è rappresentata dalla retta di compenso* (n. 193) *della curva* C_1.

In conseguenza, dopo aver ottenuto la curva di velocità C_1, costruiremo — p. es. valendoci di un planimetro — la sua retta di compenso; retta che gli astronomi chiamano *asse delle* V_0, *od asse baricentrico*, poichè la sua distanza V_0 dalle ascisse indica appunto, in valore e segno, la velocità radiale V_0 del baricentro [2] del sistema.

---

[1] Logicamente occorrerebbe anche ora distinguere tra periodo *reale* e periodo *apparente* (n. 191), ma generalmente la differenza appare trascurabile.

[2] Spesso si considera anche l'*asse medio* e cioè la retta parallela alle ascisse, a distanza media tra il massimo ed il minimo di C_1. Se l'orbita è circolare, l'asse medio coincide con l'asse baricentrico.

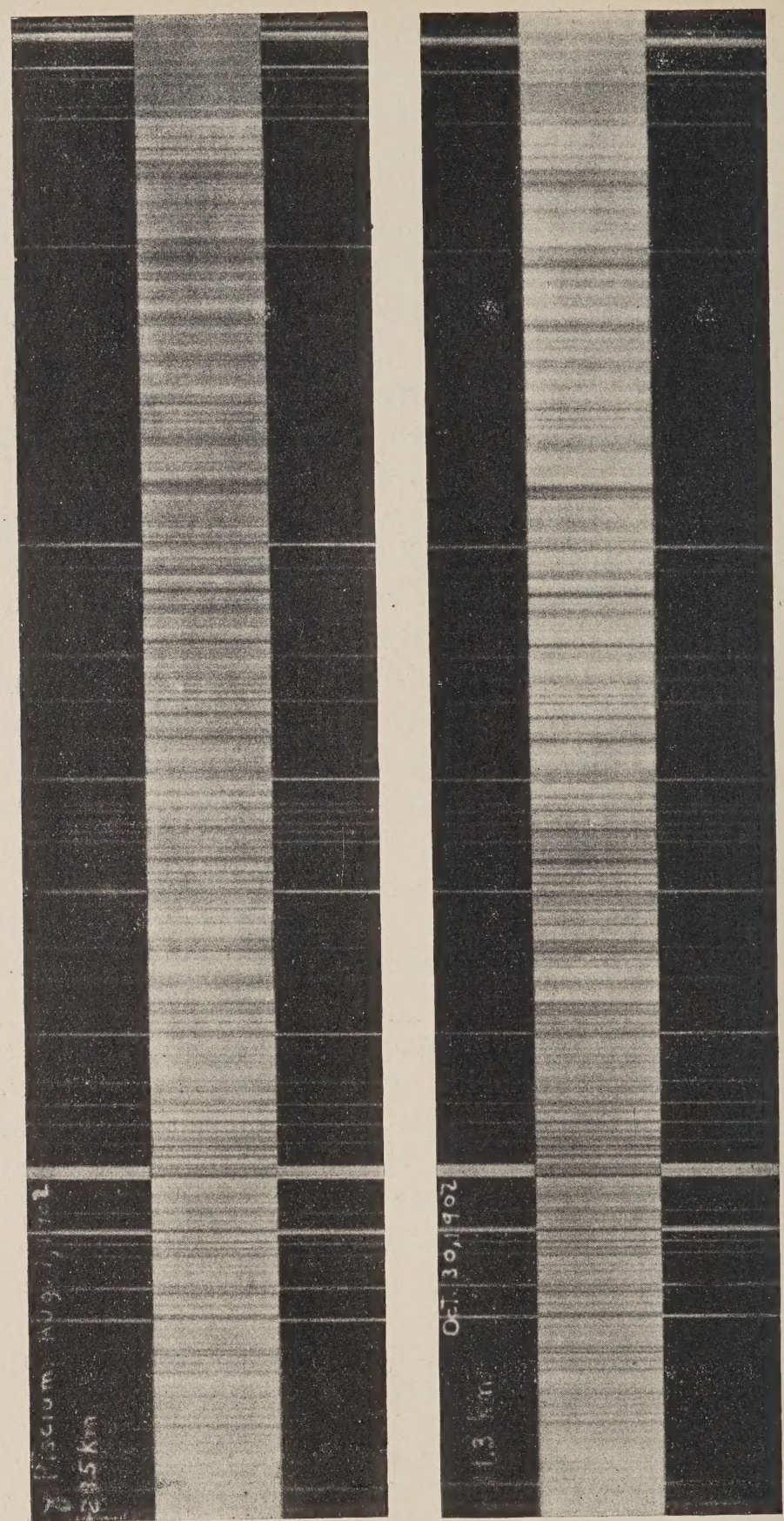


Fig. 210.

Spettro di γ *Piscium*, fotografato il 7 agosto 1902 con velocità radiale $V = -28{,}5$ Km. ed il 30 ottobre 1902 con velocità radiale $V = +11{,}3$ Km.
(Osservatorio di Lick).

Ciò fatto, prendiamo come nuovo asse delle ascisse l'asse delle V_0; allora le nuove ordinate $U = V - V_0$ rappresenteranno i valori della velocità radiale dovuti *soltanto* al moto orbitale dell'astro intorno a G, o, in altre parole, i valori che avrebbe la velocità radiale dell'astro S, se il baricentro del sistema fosse immobile. E di questi ci varremo per il calcolo dell'orbita spettroscopica.

È poi facile comprendere che, se è possibile di esaminare anche lo spettro della stella satellite S_2, ne ricaveremo una seconda curva di velocità C_2, la quale avrà la *stessa* retta di compenso di C_1. Inoltre, poichè il baricentro G si trova sempre sopra la congiungente S_1S_2, tra S_1 ed S_2, è ovvio che i due astri, visti da G, saranno sempre in opposizione tra loro; in conseguenza, mentre uno di essi si avvicina a noi, l'altro si allontana e viceversa. È chiaro dunque che, nei tratti in cui la curva C_1 si trova al di sopra dell'asse delle V_0, la curva C_2 sarà al disotto e reciprocamente.

Ma non basta; poichè il baricentro G divide la distanza S_1S_2 in rapporto inverso alle masse dei due astri, è ovvio che le due ellissi E_1 ed E_2, descritte da S_1 ed S_2 intorno al fuoco G, avranno la stessa eccentricità e la stessa linea degli apsidi e — trovandosi sopra un medesimo piano — avranno anche la stessa linea dei nodi e la stessa inclinazione. Inoltre — astraendo dal movimento di G — le velocità dei due astri saranno sempre proporzionali alle loro distanze da G e quindi risulteranno inversamente proporzionali alle loro masse.

In conseguenza: *le ordinate delle due curve di velocità C_1 e C_2 rispetto all'asse delle V_0 sono tra loro in rapporto costante e precisamente* — astraendo dal segno — *sono in ragione inversa delle masse μ_1 e μ_2 dei due astri* [1]. Se quindi sono visibili i due spettri, il rapporto $\mu_1 : \mu_2$ risulta immediatamente conosciuto.

---

[3] In linguaggio geometrico possiamo dire che le curve C_1 e C_2 sono legate da un'*affinità omologica;* e precisamente l'asse di omologia è l'asse delle V_0, il centro di omologia è il punto all'infinito delle ordinate ed il rapporto di omologia è uguale a $-(\mu_1 : \mu_2)$.

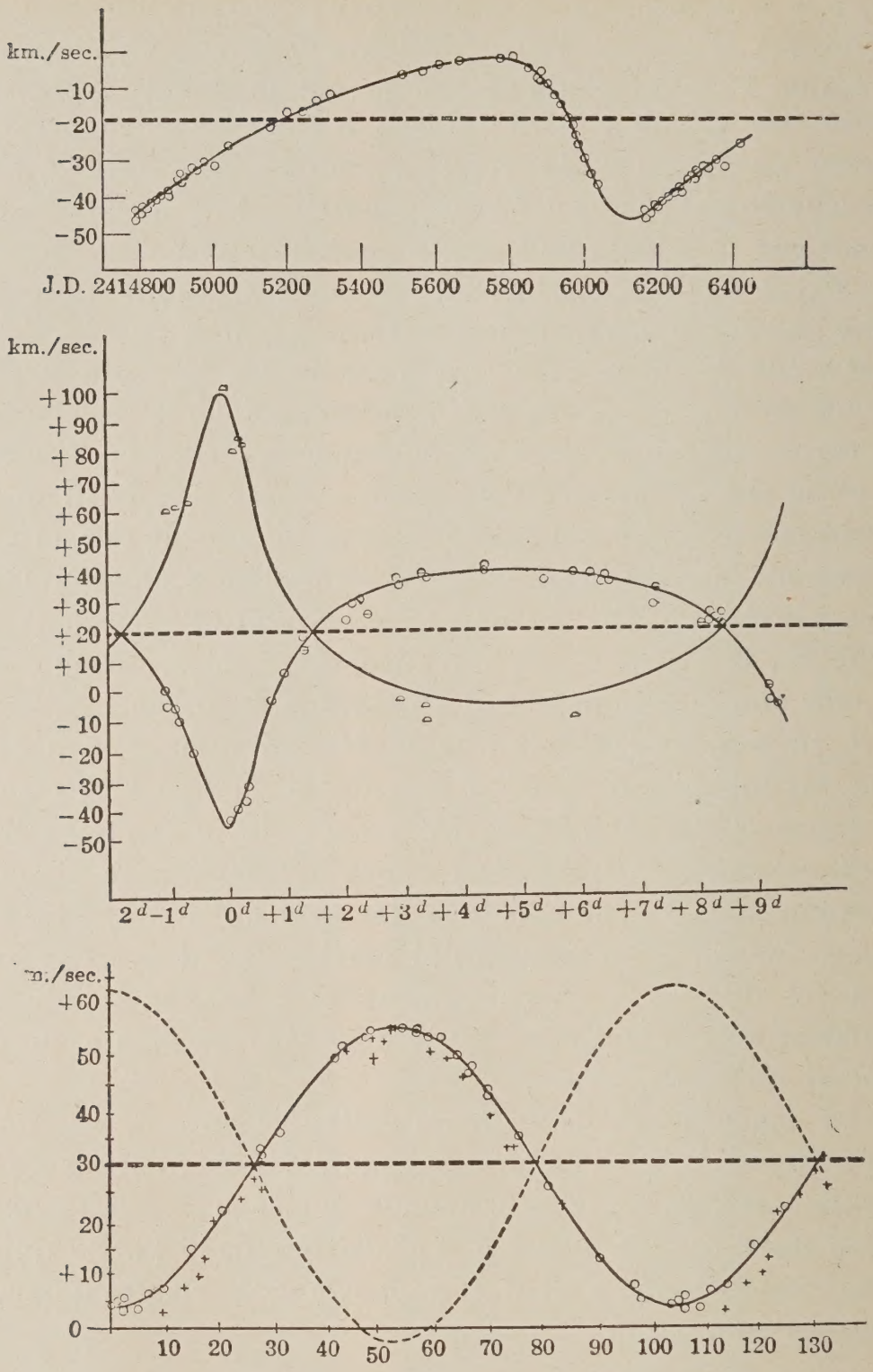


Fig. 211.

Curve di velocità radiale. (Osservatorio di Lick).

(L'orizzontale tratteggiata indica l'asse baricentrico; dall'alto al basso sono rappresentate: β *Capricorni*, *p Velorum* ed α *Aurigae*.

251. Principi per il calcolo dell'orbita spettroscopica. Dobbiamo ora risalire, dall'esame della curva di velocità, alla determinazione dell'orbita che l'astro descrive intorno al baricentro G e che gli astronomi chiamano, brevemente, *orbita spettroscopica*. Come è evidente, il calcolo è identico tanto per la stella principale S_1 quanto per il satellite S_2, ed inoltre per le due ellissi E_1 ed E_2 si ha (n. 250): $e_1 = e_2$; $i_1 = i_2$; $\omega_1 = \omega_2 + 180^\circ$; $T_1 = T_2$. Eseguendo quindi il calcolo per l'astro più luminoso S_1, sarà inutile porre gl'indici agli elementi, e, i, ω, T.

Per entrare in argomento, cominciamo ad osservare che lo spettroscopio ci dà soltanto la velocità radiale dell'astro, la quale dipende — a sua volta — *soltanto dal movimento radiale* e cioè dalla *proiezione* del movimento dell'astro sul raggio vettore R che unisce l'osservatore col baricentro G. S'intuisce quindi ovviamente — e lo dimostreremo tra breve — che noi non potremo ricavare dalle misure nè il valore del semiasse maggiore a, nè quello dell'inclinazione dell'orbita i, ma soltanto il valore del prodotto $a \sin i$. Inoltre, se immaginiamo di far ruotare l'orbita intorno ad R conservando sempre la stessa inclinazione i, gli spostamenti e le velocità radiali conserveranno lo stesso valore in ogni istante e quindi le apparenze spettroscopiche rimarranno inalterate; è chiaro dunque che la posizione Ω del nodo non figurerà nelle formule e resterà incognita. Riepilogando dunque, *la curva di velocità radiale ci permetterà soltanto di determinare le quattro quantità* $a \sin i$, e, ω, T, *oltre al periodo* P.

Ciò posto, prendiamo come origine il baricentro G, come piano xy il piano tangente alla sfera celeste in G e come asse z il raggio visuale diretto, nel senso positivo, dall'osservatore verso G; scegliamo inoltre come nodo ascendente N quello in cui la velocità radiale è positiva e cioè quello in cui l'astro si allontana da noi.

Allora, se v è l'anomalia vera ed ω la distanza angolare del periastro da N, il raggio vettore r, diretto da G verso l'astro, formerà un angolo $v + \omega$ col nodo ascendente. Ab-

biamo quindi, proiettando [1] sull'asse z:

$$z = r \sin i \sin (v + \omega) \tag{460}$$

da cui, con pochi calcoli [2], ricaviamo:

$$U = \frac{n a_1 \sin i}{\sqrt{1 - e^2}} \left[e \cos \omega + \cos (v + \omega) \right]. \tag{461}$$

---

[1] Immaginiamo da G condotto l'asse z — col senso positivo diretto in modo da allontanarsi da noi — il raggio r che congiunge G con l'astro ed il raggio n che congiunge G col nodo ascendente N. Avremo subito dalla Trigonometria Sferica elementare:

$$\cos (rz) = \cos (nz) \cos (nr) + \sin (nz) \sin (nr) \cos (znr) \tag{1}$$

dove, evidentemente, l'angolo (nz) è eguale a 90° e l'angolo (nr) a $v + \omega$. Inoltre l'angolo (znr), e cioè l'angolo che il piano contenente i due raggi n ed r — o piano dell'orbita — forma col piano contenente il raggio n e l'asse z, è eguale a $90^\circ - i$. La (1) diviene dunque:

$$\cos (rz) = \sin i \sin (v + \omega) \tag{2}$$

e quindi, proiettando sull'asse z, otteniamo:

$$z = r \cos (rz) = r \sin i \sin (v + \omega), \tag{3}$$

[2] Come è notissimo dalla Cinematica, per ottenere la velocità radiale — cioè la componente della velocità lungo l'asse z — basterà derivare la coordinata z rispetto al tempo. Abbiamo dunque:

$$U = \frac{dz}{dt} \tag{1}$$

e cioè, ricordando la (460), otteniamo:

$$U = \frac{dz}{dt} = \frac{dr}{dt} \sin (v + \omega) \sin i + r \cos (v + \omega) \sin i \frac{dv}{dt}. \tag{2}$$

D'altra parte l'equazione dell'orbita ellittica, riferita al fuoco G, è:

$$r = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos v} \tag{3}$$

mentre la legge delle aree ci dà, indicando con b il semiasse minore dell'orbita:

$$r^2 \frac{dv}{dt} = \frac{2\pi ab}{P} = na^2 \sqrt{1 - e^2}. \tag{4}$$

Questa equazione mostra che *la velocità radiale diviene massima o minima* quando si ha $v = -\omega$ oppure $v = \pi - \omega$ e cioè *quando l'astro si trova nei nodi.*

Dalla (3) e dalla (4) abbiamo allora immediatamente:

$$r\frac{dv}{dt} = \frac{na(1 + e\cos v)}{\sqrt{1 - e^2}} \tag{5}$$

$$\frac{dr}{dt} = \frac{dr}{dv} \cdot \frac{dv}{dt} = \frac{nae\sin v}{\sqrt{1 - e^2}} \tag{6}$$

e quindi la (2) diviene:

$$U = \frac{na\sin i}{\sqrt{1 - e^2}}[e\cos\omega + \cos(v + \omega)] \tag{7}$$

che coincide appunto con la (461) del testo.

È facile anche calcolare l'oscillazione radiale totale L (n. 206) e cioè la differenza tra il massimo ed il minimo valore assunto da z. Infatti, ricordando che nei massimi o nei minimi si annulla la derivata $\frac{dz}{dt}$, otteniamo dalla (7):

$$\cos(v + \omega) = -e\cos\omega. \tag{8}$$

E quindi:

$$\sin(v + \omega) = \sqrt{1 - e^2\cos^2\omega} \tag{9}$$

$$\begin{aligned}\cos v = \cos(v + \omega - \omega) &= \cos(v + \omega)\cos\omega + \sin(v + \omega)\sin\omega = \\ &= -e\cos^2\omega + \sin\omega\sqrt{1 - e^2\cos^2\omega},\end{aligned} \tag{10}$$

Sostituendo allora nella (460) il valore di r dato dalla (3) abbiamo:

$$z = \frac{a(1 - e^2)\sin i\sqrt{1 - e^2\cos^2\omega}}{1 - e^2\cos^2\omega + e\sin\omega\sqrt{1 - e^2\cos^2\omega}} = \frac{a(1 - e^2)\sin i}{e\sin\omega + \sqrt{1 - e^2\cos^2\omega}} \tag{11}$$

dove z è massima o minima, secondochè assumiamo il radicale al denominatore col segno positivo o negativo.

Avremo quindi, eseguendo la differenza:

$$L = a(1 - e^2)\sin i\left[\frac{1}{e\sin\omega + \sqrt{1 - e^2\cos^2\omega}} - \frac{1}{e\sin\omega - \sqrt{1 - e^2\cos^2\omega}}\right] \tag{12}$$

e cioè, riducendo:

$$L = 2a\sin i\sqrt{1 - e^2\cos^2\omega} \tag{13}$$

che è precisamente il valore dato dalla formula 372) al n. 206 del testo.

E precisamente, indicando con A e con $-B$ i valori della velocità radiale U al nodo ascendente ($v = -\omega$) ed al

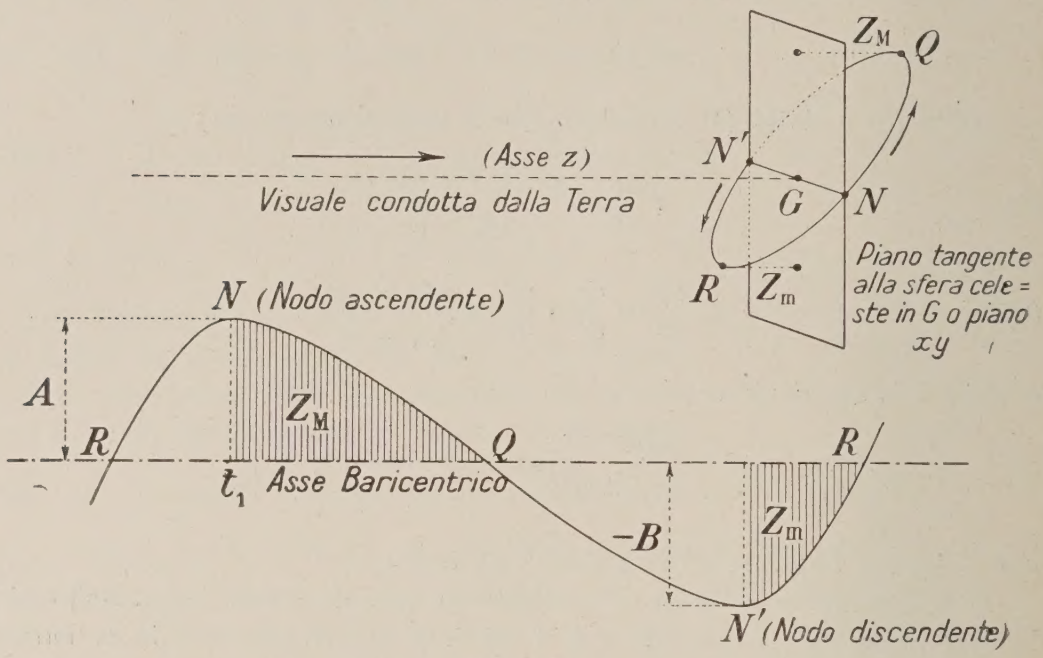


Fig. 212.
Relazione tra la curva di velocità radiale ed il moto orbitale.

nodo discendente ($v = \pi - \omega$) abbiamo:

$$A = K_1[e \cos \omega + 1] \tag{462}$$

$$-B = K_1[e \cos \omega - 1] \tag{463}$$

dove abbiamo posto, per brevità:

$$K_1 = \frac{n a_1 \sin i}{\sqrt{1 - e^2}}. \tag{464}$$

Ne segue che la differenza tra la velocità massima A e la velocità minima $-B$ sarà precisamente eguale a $2K_1$, onde K_1 indicherà appunto la *semiampiezza della velocità radiale.* In pratica K_1 varia da 250 Km./sec. fino a circa 2 Km./sec. (minimo osservabile con i mezzi ordinari).

È facile ora seguire il moto dell'astro nella sua orbita intorno al baricentro G, in corrispondenza alla curva di velocità radiale data dallo spettroscopio.

Partendo dal nodo ascendente N, in cui la velocità radiale è massima ed ha segno positivo, l'astro si allontana

da noi e continua ad allontanarsi fino a che la sua velocità radiale diviene eguale a zero. Se Q è il punto in cui l'astro raggiunge la massima distanza — e cioè in cui z assume il valore massimo positivo Z_M — e se indichiamo con v_q l'anomalia vera in quel punto, abbiamo dalla (461):

$$\cos(v_q + \omega) = -e \cos \omega \tag{465}$$

mentre, per la (460), sarà:

$$Z_M = r \sin i \sin(v_q + \omega) = \frac{a_1(1-e^2) \sin i \sin(v_q + \omega)}{1 + e \cos v_q}. \tag{466}$$

Dopo essersi annullata in Q, la velocità radiale U diviene negativa e quindi l'astro torna ad avvicinarsi, mentre z diminuisce. In N' l'astro passa per il nodo discendente, z si annulla e la velocità radiale assume il valore massimo negativo e cioè diviene minima algebricamente.

Passato il nodo discendente N', la z diviene negativa, mentre l'astro continua ad avvicinarsi a noi fino a quando la velocità radiale U si annulla di nuovo. Se indichiamo con Z_m il valore di z in quel punto — valore che corrisponde ad un massimo negativo e cioè ad un minimo algebrico — avremo subito:

$$\cos(v_p + \omega) = -e \cos \omega \tag{467}$$

$$Z_m = r \sin i \sin(v_p + \omega) = \frac{a_1(1-e^2) \sin i \sin(v_p + \omega)}{1 + e \cos v_p}. \tag{468}$$

Dopo P, la velocità radiale diviene nuovamente positiva; l'astro torna ad allontanarsi, ripassa per il nodo ascendente N ed i fenomeni si ripetono nello stesso ordine.

Termineremo con un'osservazione che ci sarà utile tra breve.

La (465) e la (467) mostrano che i due archi $v_p + \omega$ e $v_q + \omega$ hanno il medesimo coseno e quindi — poichè P non può coincidere con Q — i loro seni dovranno essere eguali e di segno contrario e precisamente la (466) mostra che $\sin(v_q + \omega)$ è positivo, mentre la (468) mostra che $\sin(v_p + \omega)$ è negativo. In conseguenza, dividendo la (468) per la (466),

otterremo:

$$\frac{Z_m}{Z_M} = -\frac{1 + e \cos v_q}{1 + e \cos v_p}. \tag{469}$$

252. Orbita spettroscopica preliminare. Metodo di Lehmann-Filhès. Si posseggono oggi molti metodi, analitici e grafici, per la determinazione delle orbite spettroscopiche; metodi dovuti a LEHMANN-FILHÈS [1], SCHWARZSCHILD [2], RUSSELL [3], LAVES [4], ZURHELLEN [5], KING [6], PLUMMER [7], HENROTEAU [8], HALM [9] PADDOCK [10] ed altri ancora [11]. Ma, poichè il problema riguarda la Teoria delle Orbite più che l'Astronomia Siderale, ci limiteremo al metodo di LEHMANN-FILHÈS che è il più usato dagli astronomi e che si applica nel modo seguente:

---

(1) Cfr. LEHMANN-FILHÈS, *Ueber die Bestimmung einer Doppelsternbahn aus spectroskopischen Messungen*, in « Astr. Nachr. », Bd. CXXXVI, n. 3242.

(2) Cfr. SCHWARZSCHILD, *Ein Verfahren der Bahnbestimmung bei spectroskopischen Doppelsternen*, in « Astr. Nachr », Bd. CLII, n. 3629. Il metodo è stato poi semplificato da NIJLAND, in « Astr. Nachr. », Bd. CLXI, n. 3846.

(3) Cfr. RUSSELL, *An improved method of calculating the orbit of a spectroscopic binary*, in « Astroph. Journ. », Vol. XV, (1902); id. *A short method for determining the orbit of a spectroscopic binary*, id. Vol. XL, (1914).

(4) Cfr. LAVES, *A graphic determination of the elements of the orbits of spectroscopic binaries*, in « Astroph. Journ. », Vol. XXVI, (1907).

(5) Cfr. ZURHELLEN, *Bemerkungen zur bahnbestimmung spectroskopischer Doppelsterne*, in « Astr. Nachr. », Bd. CLXXV, n. 4191. Cfr. anche id. id. Bd. CLXXVII, n. 4244 e CLXXXVII, n. 4487.

(6) Cfr. KING, *Determination of the orbits of spectroscopic binaries*, in « Astroph. Journ. », Vol. XXVII (1908).

(7) Cfr. PLUMMER, *Note on the determination of the orbits of spectroscopic binaries*, in « Astroph. Journ. » Vol. XXVIII, (1908).

(8) Cfr. « Pub. Astr. Soc. Pacific », Vol. XXIX, (1917).

(9) Cfr. HALM, *On a graphical determination of the orbital elements of a spectroscopic binary*, in « Month. Not. », Vol. LXXXVII, (1927).

(10) Cfr. PADDOCK, *Spectroscopic orbit formulae for single and double spectra and small eccentricity*, in « Lick Obs. Bull. », n. 274, (1915).

(11) Cfr. MADERNI, *La determinazione degli elementi orbitali di una doppia spettroscopica*, in « Mem. Soc. Astr. Italiana », Vol. V, n. I, (1931).

1) Si riducono al Sole (n. 86) le velocità radiali date dalle osservazioni spettroscopiche e si disegna la curva di velocità, con la massima esattezza possibile, come abbiamo fatto per le curve di luce. Dal diagramma si ricava immediatamente il periodo P e quindi il moto medio n.

2) Servendosi possibilmente di un planimetro, si traccia la retta di compenso, od *asse baricentrico*, e se ne ricava immediatamente la velocità radiale V_0 del baricentro del sistema.

3) Si misurano le ordinate massime e minime, A e $-B$, della curva rispetto all'asse baricentrico. Dalla (462) e (463) abbiamo allora:

$$K_1 = \frac{na_1 \sin i}{\sqrt{1-e^2}} = \frac{A+B}{2} \tag{470}$$

$$e \cos \omega = \frac{A-B}{A+B} \tag{471}$$

onde K_1 ed il prodotto $e \cos \omega$ risultano conosciuti.

4) Dalla (465) e dalla (467) abbiamo:

$$\begin{aligned} &\sin(v_q + \omega) = \\ &= -\sin(v_p + \omega) = \\ &= \sqrt{1 - e^2 \cos^2 \omega} \end{aligned} \tag{472}$$

e cioè, sostituendo al posto di $e \cos \omega$ il suo valore dato

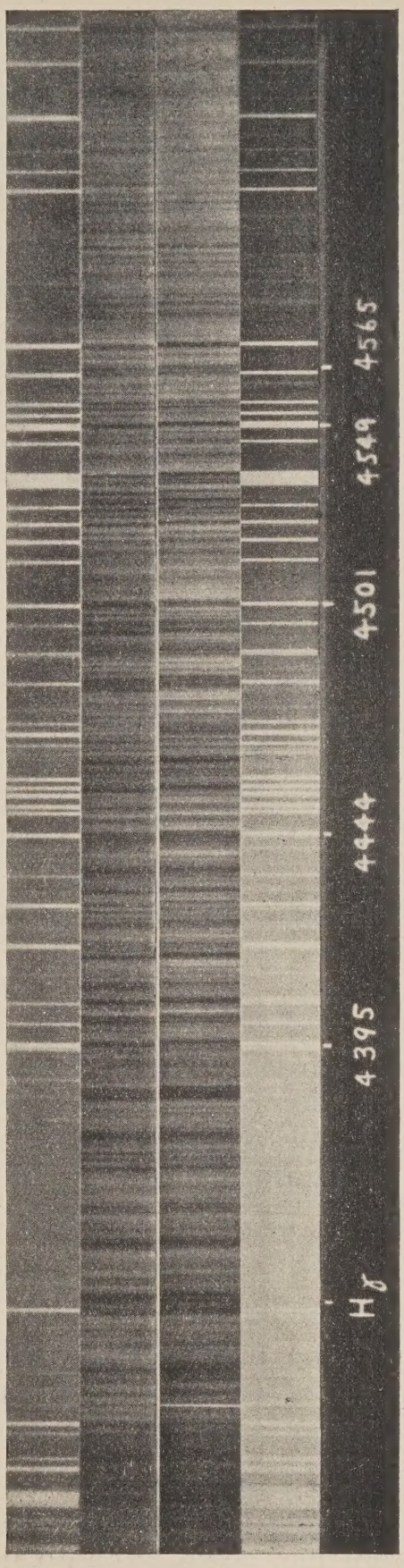


Fig. 213.
Spostamenti nelle righe spettrali della binaria spettroscopica *Capella*. (Osservatorio di Lick).

dalla (471):

$$\sin(v_q + \omega) = \frac{2\sqrt{AB}}{A + B} \tag{473}$$

$$\sin(v_p + \omega) = -\frac{2\sqrt{AB}}{A + B}. \tag{474}$$

Ora la (469) ci dà, sviluppando e ricordando la (465) e la (467):

$$\begin{aligned} \frac{Z_m}{Z_M} &= -\frac{1 + e\cos v_q}{1 + e\cos v_p} = -\frac{1 + e\cos(v_q + \omega - \omega)}{1 + e\cos(v_p + \omega - \omega)} = \\ &= -\frac{1 + e\cos(v_q + \omega)\cos\omega + e\sin(v_q + \omega)\sin\omega}{1 + e\cos(v_p + \omega)\cos\omega + e\sin(v_p + \omega)\sin\omega} = \\ &= -\frac{1 - e^2\cos^2\omega + e\sin(v_q + \omega)\sin\omega}{1 - e^2\cos^2\omega + e\sin(v_p + \omega)\sin\omega}. \end{aligned} \tag{475}$$

Sostituendo al posto di $e\cos\omega$, $\sin(v_q + \omega)$, $\sin(v_p + \omega)$ i loro valori dati dalla (471), (473) e (474), otteniamo allora:

$$\frac{Z_m}{Z_M} = -\frac{2\sqrt{AB} + (A + B)e\sin\omega}{2\sqrt{AB} - (A + B)e\sin\omega} \tag{476}$$

e, risolvendo rispetto ad $e\sin\omega$:

$$e\sin\omega = \frac{2\sqrt{AB}}{A + B} \cdot \frac{Z_m + Z_M}{Z_m - Z_M}. \tag{477}$$

Ora, come già abbiamo osservato, le aree comprese tra la curva di velocità, le ordinate e l'asse baricentrico, misurano l'incremento delle distanze raggiunte dall'astro al di qua ed al di là del piano xy e cioè l'incremento della z. Ne segue (fig. 212) che Z_M sarà misurata dall'area t_1NQ, che indica appunto l'incremento subìto dalla z tra l'istante t_1 — in cui z si annulla trovandosi l'astro nel nodo N — ed il momento in cui l'astro arriva al punto Q dove la velocità radiale si annulla e l'astro stesso torna ad avvicinarsi a noi. Ed analogamente Z_M è misurata dall'area $t_2N'P$, area che ha segno negativo perchè posta al di sotto dell'asse baricentrico, come appunto è negativa la Z_m.

Misurando allora queste aree con un planimetro e servendoci della (477), abbiamo immediatamente il valore di $e \sin \omega$. Si osserverà che nella (477) figurano implicitamente solo i rapporti delle aree e delle ordinate A e $-B$, onde $e \sin \omega$ risulta *indipendente dalle unità di misura adoperate* [1].

5) Dopo aver calcolato il valore di $e \sin \omega$, poichè $e \cos \omega$ è già noto, abbiamo immediatamente l'eccentricità e e la posizione del periastro ω.

Inoltre, poichè K_1 è dato dalla (470) e poichè e ed n sono ormai conosciuti, si ha immediatamente il valore di $a \sin i$ dalla stessa (470). Per il calcolo pratico dobbiamo notare però:

a) Che, essendo la velocità radiale misurata generalmente in km./sec., occorre valutare n — e quindi il periodo P — prendendo per unità di tempo il *minuto secondo*;

b) Che essendo le ordinate — e quindi A e $-B$ — misurate prendendo per unità di lunghezza il chilometro, anche $a_1 \sin i$ risulta espresso in *chilometri*.

6) Per completare il calcolo, occorre trovare l'istante T del passaggio al periastro.

A tale scopo ricordiamo che nell'istante t_1 — conosciuto dal diagramma, poichè corrisponde all'ascissa del punto N — l'astro si trova nel nodo ascendente, onde la sua anomalia vera v_1 è uguale a $-\omega$. In conseguenza, l'anomalia eccentrica u_1, sarà data dalla formula (n. 240):

$$\operatorname{tg} \frac{u_1}{2} = -\sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \operatorname{tg} \frac{\omega}{2} \tag{478}$$

onde l'equazione di Keplero (n. 240), ci dà:

$$M_1 = n(t_1 - T) = u_1 \quad e \sin u_1 . \tag{479}$$

---

[1] Infatti la (475) può scriversi sotto la forma:

$$e \sin \omega = \frac{2\sqrt{\frac{B}{A}}}{1+\frac{B}{A}} \cdot \frac{1+\frac{Z_M}{Z_m}}{1-\frac{Z_M}{Z_m}}$$

in cui compaiono soltanto dei rapporti. Analogamente si dica della (471) che ci dà $e \cos \omega$.

Calcolando allora u_1 con la (478) e sostituendo il valore trovato nella (479), ricaviamo [1] immediatamente T.

Come esempio, prendiamo il seguente, dato da CURTIS [2]. Dopo aver disegnato la curva di velocità radiale della $\varkappa$ *Velorum*, CURTIS ricava dal grafico:

$$P = 116^d,65 = 10078000 \text{ sec.}; \quad V_0 = 20,7 \text{ km./sec.}$$

$$A = 46,3 \text{ km./sec.}; \quad -B = -46,9 \text{ km./sec.}$$

$$\frac{Z_m + Z_M}{Z_m - Z_M} = 0,2116.$$

Con questi valori, la (471) e la (477) ci danno:

$$e \cos \omega = \frac{A - B}{A + B} = -\frac{0,6}{93,2} = -0,00644$$

$$e \sin \omega = \frac{2\sqrt{AB}}{A + B} \cdot \frac{Z_m + Z_M}{Z_m - Z_M} = 0,212$$

donde risulta: $e = 0,22$; $\omega = 91°44'$.

D'altra parte, misurando P in secondi di tempo, si ha:

$$n = \frac{2\pi}{P} = \frac{2\pi}{10078000} = 6,234.10^{-7} \text{ radianti}$$

e quindi la (470) ci dà:

$$a_1 \sin i = \frac{A + B}{2n} \sqrt{1 - e^2} = 73700000 \text{ chilometri}$$

risultati che vengono poi migliorati, come ora diremo.

253. Orbita spettroscopica definitiva. Metodo di Schlesinger. Ottenuta l'orbita preliminare, si passa a migliorarne gli elementi ed a tal fine riesce comodissimo il metodo

---

[1] Ricordiamo che l'anomalia media M può ottenersi direttamente senza calcoli, per mezzo delle *Tables for the true anomaly* di F. SCHLESINGER e Miss Stella UDICK in « Publ. of the Allegheny Observatory », Vol. II, n. 17 (1912), o della *Tafel zur Berechnung der Wahre Anomalie*, dell'Astr. Rechen Institut di Berlino.

[2] Cfr. AITKEN, *The binary stars*, pag. 146.

recentemente proposto da SCHLESINGER [1] e che esponiamo in poche parole.

Anzi tutto, servendoci della (461) e degli elementi trovati, calcoliamo la velocità radiale *eliocentrica* $V_i = V_0 + U_i$ in un istante qualsiasi t_i, paragoniamo il risultato con il valore dato dalle osservazioni ed indichiamo con ΔV_i la differenza $V_{oss} - V_{calc}$. Notiamo subito che tale differenza risulterà certamente piccola, almeno se gli elementi trovati sono già sufficientemente approssimati e se sono state fatte con diligenza le osservazioni spettroscopiche di velocità radiale. E precisamente — se trascuriamo gli errori delle osservazioni, che possono generalmente riguardarsi come errori accidentali — la piccola differenza ΔV_i dipenderà dal non essere completamente esatti i valori trovati per i sei elementi: V_0, K_1, e, ω, n, T.

Ciò posto, chiamiamo con ΔV_0, ΔK, Δe, $\Delta\omega$, Δn, ΔT le correzioni da attribuirsi ai sei elementi e supponiamo che queste correzioni siano effettivamente così piccole da poter essere riguardate come differenziali e cioè da potersene trascurare le potenze superiori alla prima. Allora con brevi calcoli [2] abbiamo l'equazione:

$$(480)\quad \Delta V_i = \Delta\gamma_1 + \cos(v_i + \omega)\Delta K_1 - K_1 \sin(v_i + \omega)\Delta\omega - \\ - \frac{2{,}21}{1 - e^2}\alpha_i K_1 \sin(v_i + \omega)\Delta e + \beta_i \lambda_i n \Delta T - \beta_i \lambda_i (t_i - T)\Delta n$$

---

[1] Cfr. SCHLESINGER, *The determination of the orbit of a spectroscopic binary by the method of least squares*, in « Pub. Allegheny Obs. », Vol. I, n. 6 (1910). Notiamo che il calcolo dell'anomalia vera può essere abbreviato con l'uso delle tabelle ora citate.

[2] Si ha infatti dalla (461), ricordando il valore di K:

$$(1)\qquad V = V_0 + U = V_0 + K_1[e\cos\omega + \cos(v + \omega)]$$

da cui, differenziando, otteniamo:

$$(2)\qquad dV = dV_0 + [e\cos\omega + \cos(v + \omega)]\,dK_1 + K_1\cos\omega de - \\ - K_1 e \sin\omega d\omega - K_1 \sin(v + \omega)d\omega - K_1 \sin(v + \omega)dv$$

e cioè, servendosi della (481):

$$(3)\qquad dV = d\gamma_1 + \cos(v + \omega)dK_1 - K_1 \sin(v + \omega)d\omega - K_1 \sin(v + \omega)dv.$$

dove abbiamo posto per semplicità:

$$\Delta\gamma_1 = \Delta V_0 + e\cos\omega\Delta K_1 + K_1\cos\omega\Delta e - K_1 e\sin\omega\Delta\omega \tag{481}$$

$$\lambda_i = K_1\sqrt{\frac{1+e}{(1-e)^3}}\sin(v_i+\omega) \tag{482}$$

$$\alpha_i = 0{,}452\sin(v_i+\omega)\cdot(2+e\cos v_i) \tag{483}$$

$$\beta_i = \left(\frac{1+e\cos v_i}{1+e}\right)^2. \tag{484}$$

Ora l'anomalia *vera* v_i e le quantità α_i, β_i possono calcolarsi facilmente con le note formule del moto ellittico (cfr. eq. 435, 436, 437) od anche con apposite tabelle date dallo SCHLESINGER [1]. In conseguenza la (480) è un'equazione che contiene linearmente le sei incognite $\Delta\gamma_1$, ΔK_1, $\Delta\omega$, Δe, ΔT, Δn e nella quale tutti i coefficienti sono conosciuti, come pure è conosciuto il primo membro ΔV_i.

Eseguendo allora un analogo confronto, tra le velocità radiali osservate e quelle calcolate in diversi istanti t_1, t_2, $t_3 \ldots t_N (N \geq 6)$, si otterranno N equazioni analoghe alla (480) e dalle quali potremo ricavare le sei correzioni incognite col metodo dei minimi quadrati [2].

Ora l'equazione (3) della nota a piè di pagina al n. (241) ci dà, moltiplicando ambo i membi per $K_1\sin(v+\omega)$:

$$K_1\sin(v+\omega)dv = \beta\lambda[(t-T)dn - ndT] + \frac{2{,}21}{1-e^2}\alpha K_1\sin(v+\omega)de \tag{4}$$

onde la (3) diviene immediatamente:

$$\begin{aligned} dV = d\gamma_1 + \cos(v+\omega)dK_1 - K_1\sin(v+\omega)d\omega - \\ - \frac{2{,}21}{1-e^2}\alpha K_1\sin(v+\omega)de + \beta\lambda ndT - \beta\lambda(t-T)dn \end{aligned} \tag{5}$$

da cui ricaviamo subito la (480) del testo, sostituendo i differenziali $d\gamma_1$, dK_1 ecc. con i piccoli incrementi $\Delta\gamma_1$, ΔK_1 ecc. e considerando che le osservazioni, anzi che in un istante generico, sono state fatte al tempo t_i.

[1] Cfr. SCHLESINGER, mem. cit. in « Pub. Allegheny Obs. », Vol. I, n. 6, (1910).

[2] In generale il periodo P — e quindi il *moto medio* n — risulta conosciuto con esattezza dalla curva di velocità radiale e non ha bisogno

254. La " Funzione di Massa ". Immaginiamo ora di aver calcolato gli elementi $a_1 \sin i$, e, ω, P, T dell'orbita dell'astro più lucente di un sistema binario spettroscopico. Che cosa potremo dedurne per la massa del sistema?

Per rispondere a tale domanda, ricordiamo che le distanze medie a_1 ed a_2 dei due astri S_1 ed S_2 dal baricentro G del sistema, sono inversamente proporzionali alle loro masse e che la distanza media a tra S_1 ed S_2 è eguale alla somma $a_1 + a_2$. Si ha dunque (cfr. eq. 378):

$$\frac{\mu_2}{\mu_1 + \mu_2} = \frac{a_1}{a_1 + a_2} = \frac{a_1}{a}. \tag{485}$$

D'altra parte, se misuriamo P in *anni*, a in *unità astronomiche* (distanza media della Terra dal Sole) e se prendiamo come *unità di massa quella del Sole*, la (452) diviene:

$$\mu_1 + \mu_2 = \frac{a^3}{P^2} \tag{486}$$

che sostanzialmente può considerarsi come l'espressione analitica della *terza legge di Keplero* [1].

Ciò posto, risolviamo la (485) rispetto ad a_1, moltiplichiamo quindi il risultato per $\sin i$, eleviamo al cubo e dividiamo per P^2. Avremo immediatamente:

$$\frac{a_1^3 \sin^3 i}{P^2} = \frac{a^3 \mu_2^3 \sin^3 i}{P^2(\mu_1 + \mu_2)^3} \tag{487}$$

donde, sostituendo al posto di $\frac{a^3}{P^2}$ il suo valore dato dalla (486) ed indicando con F_2 il risultato, otteniamo:

$$F_2 = \frac{a_1^3 \sin^3 i}{P^2} = \frac{\mu_2^3 \sin^3 i}{(\mu_1 + \mu_2)^2}. \tag{488}$$

Se invece chiamiamo con R il rapporto $\mu_2 : \mu_1$ (Mass-

---

di ulteriori correzioni. Perciò ordinariamente gli astronomi semplificano il metodo ponendo $\Delta n = 0$ nelle equazioni (480).

[1] La (486) mostra infatti che i cubi delle distanze medie sono proporzionali ai quadrati dei tempi di rivoluzione.

Ratio) e con M la massa totale del sistema, si vede subito che F_2 può essere scritto sotto la forma:

$$F_2 = \frac{a_1^3 \sin^3 i}{P^2} = \frac{MR^3 \sin^3 i}{(1+R)^3}. \tag{489}$$

Ora P ed $a_2 \sin i$ sono noti: possiamo dunque concludere che *la conoscenza dell'orbita spettroscopica dell'astro* S_1 *ci abilita a calcolare il valore di* F_2, che gli astronomi chiamano col nome di *seconda funzione di massa.*

Analogamente si dimostra che, se è visibile anche lo spettro dell'astro satellite S_2, potremo pure calcolare la *prima funzione di massa* F_1, data dalla formula:

$$F_1 = \frac{a_2 \sin^3 i}{P^2} = \frac{\mu_1^3 \sin^3 i}{(\mu_1 + \mu_2)^2} = \frac{M \sin^3 i}{(1+R)^3}. \tag{490}$$

Dalla conoscenza simultanea di F_1 ed F_2 sarebbe poi facile ricavare la *Mass-Ratio* R, come pure i valori di $\mu_1 \sin i$ e di $\mu_2 \sin i$.

Sarà inutile aggiungere che F_1 ed F_2 hanno le dimensioni di una massa e vengono quindi misurati prendendo per unità quella del Sole. In particolare, secondo una statistica di STRUVE [1], la funzione F_2 ha in media il valore $0{,}45\odot$ per le binarie spettroscopiche di tipo spettrale B, il valore $0{,}16\odot$ per quelle di tipo A, il valore $0{,}12\odot$ per il tipo F ed infine il valore $0{,}08\odot$ per il tipo G.

255. Sistemi spettrofotometrici. Tra i sistemi spettroscopici assumono particolare importanza quelli che sono, nello stesso tempo, separabili col cannocchiale (es. *Capella*), oppure quelli che costituiscono stelle variabili ad eclisse (p. es. *Algol*), e cioè i sistemi *spettrovisuali* e i sistemi *spettrofotometrici.* Dei primi abbiamo già parlato (n. 243), onde ci resta a dare qualche cenno degli altri.

---

[1] Cfr. STRUVE, *Ueber das Massenverhältnis der spektroskopischen Doppelsterne*, in « Astr. Nachr. », Bd. CCXXVII, n. 5432. Ricordiamo in proposito (n. 140) che $\sin^3 i$ ha in media, il valore 0,588.

Come vedremo tra breve, l'esame della curva di luce delle variabili ad eclisse permette di calcolare *la forma e le dimensioni relative* del sistema, e quindi l'inclinazione i e i rapporti tra i diametri dei due astri con la loro distanza

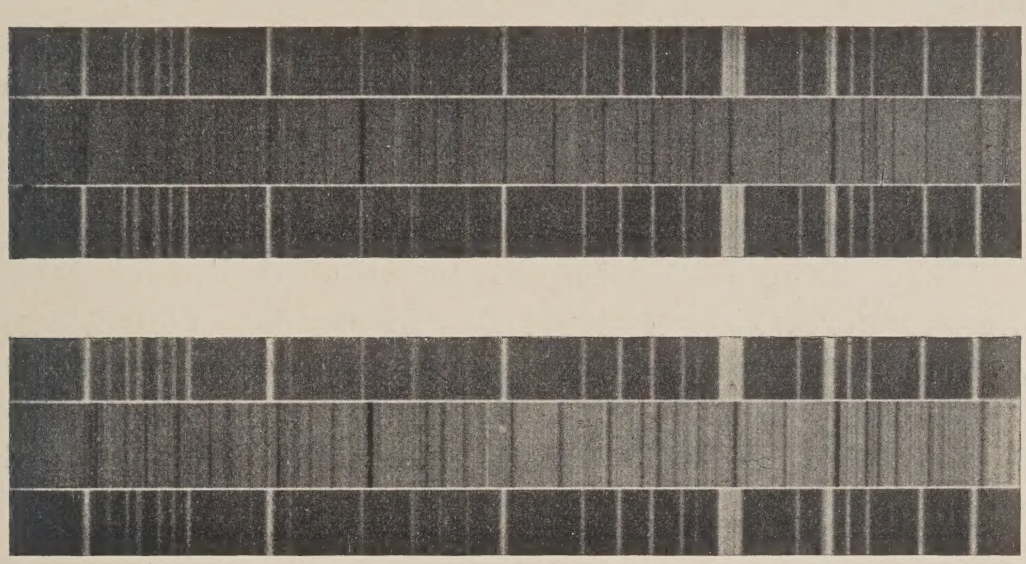


Fig. 214
Spettrogramma della binaria μ *Orionis*, con forti spostamenti nelle righe.

media a. Ciò posto, occorre distinguere due casi e cioè:

a) Sono visibili ambedue gli spettri;

b) È visibile soltanto lo spettro dell'astro più luminoso S_1.

Occupiamoci separatamente di ambedue.

a) Nel primo caso, essendo noto l'angolo i — sempre poco diverso da 90°, giacchè altrimenti non vi sarebbe eclisse — ed essendo pure noti, *in chilometri*, i prodotti $a_1 \sin i$ ed $a_2 \sin i$, potremo calcolare a_1 ed a_2 e quindi la *distanza media* $a = a_1 + a_2$ tra i due astri. Dopo di che, conoscendo già i rapporti tra a ed i *diametri* delle due stelle, anche questi ultimi divengono immediatamente calcolabili. Dobbiamo anzi aggiungere che, *storicamente, fu questo il primo metodo che* — applicato ad Algol — *permise di trovare i diametri stellari.*

Ma non basta: conoscendo a ed il periodo P, la (485) e la (486) danno subito le due *masse* μ_1 e μ_2. Ed allora, essendo note le masse ed i diametri delle due stelle, è facile trovare anche le loro *densità* medie.

b) Nel secondo caso, in cui è visibile soltanto lo spettro dell'astro più luminoso S_1, potremo evidentemente calcolare soltanto $a_1 \sin i$, donde, essendo noto l'angolo i dalle osservazioni fotometriche, ricaviamo a_1. Inoltre la curva di luce permette di stimare lo splendore relativo dei due astri S_1 ed S_2 e quindi — servendoci delle note relazioni tra massa e luminosità (n. 140 e 166) — potremo trovare la Mass-Ratio $\mu_2 : \mu_1$. Si ha allora immediatamente $a_1 : a_2 = \mu_2 : \mu_1$ e quindi, conoscendosi il rapporto $a_1 : a_2$, il calcolo prosegue come nel primo caso.

Come esempio classico, citeremo la variabile ad eclisse *Algol* (β Persei; $\alpha = 3^h\ 1^m{,}7$; $\delta = 40°34'$) che VOGEL, come vedemmo (n. 227), trovò essere una binaria spettroscopica. Secondo le recenti ricerche di MAC LAUGHLIN [1], si ha per le masse, i raggi e le densità dell'astro principale e del satellite:

$$\mu_1 = 4{,}72\,\odot \qquad \mu_2 = 0{,}95\,\odot$$
$$r_1 = 2.100.000 \text{ km.} \qquad r_2 = 2.500.000 \text{ km.}$$
$$d_1 = 0{,}22 \text{ (Acqua} = 1) \qquad d_2 = 0{,}03$$
$$a = 10.520.000 \text{ km.}; \quad P = 2^d{,}86730$$
$$e = 0{,}038; \qquad i = 81°48'$$

Il satellite è quindi maggiore dell'astro principale, sebbene abbia massa minore, densità minore e splendore minore ($m_1 = 2{,}3$; $m_2 = 5{,}4$).

256. Binarie spettroscopiche e stelle pulsanti. Ricerche di Struve. Terminando il nostro studio, crediamo utile di dare qualche cenno sopra una questione molto importante, ma non ancora interamente esaurita, e cioè sopra la distinzione tra i sistemi binari spettroscopici e le stelle pulsanti.

Cominciamo ad osservare che, in alcuni casi speciali, la distinzione è immediata. Così p. es. se sono visibili i due

---

[1] Cfr. MAC LAUGHLIN, *Some results of spectrographic study of the Algol system*, in « Astroph. Journ. », Vol. LX (1924). Osserviamo, in proposito, che probabilmente il sistema di Algol è un sistema ternario e cioè ha un secondo satellite, oltre quello che produce le eclissi.

spettri o se si tratta di una variabile ad eclisse, è evidente che l'astro studiato ha un satellite. Se invece lo spettro è unico con un periodo spettroscopico (n. 249) minore di $0^d,14$, o con curva di luce simile a quella delle Cefeidi, dobbiamo

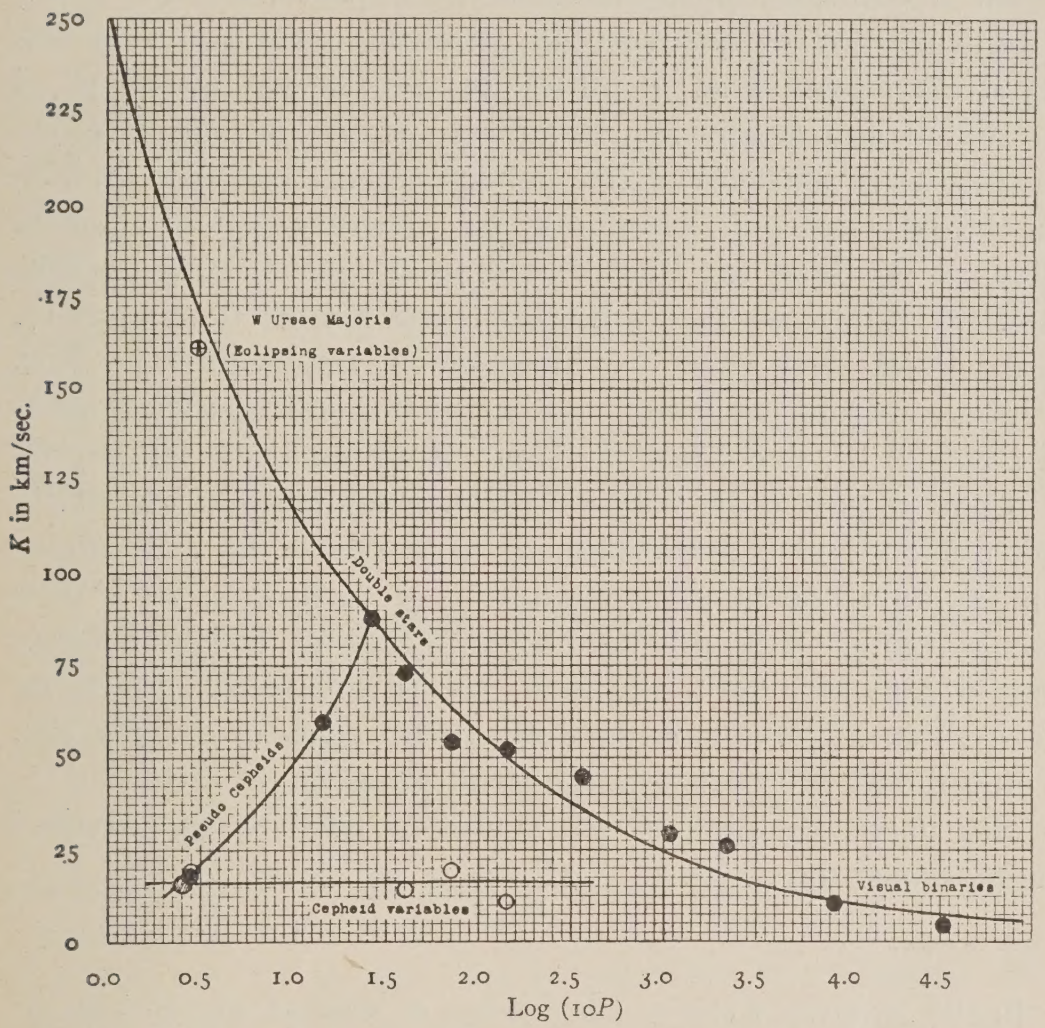


Fig. 215.

Relazione tra la semiampiezza K_1 della velocità radiale ed il periodo P per le binarie ad eclisse, le binarie spettroscopiche, le binarie visuali e le stelle pulsanti, o Cefeidi (STRUVE).

ritenere che la variazione periodica della velocità radiale sia prodotta semplicemente da pulsazioni dell'astro.

Ma — astraendo da questi casi — il dubbio permane e, per essere sinceri, dobbiamo dire che spesso la scienza non può risolvere la questione con certezza. In generale, parlano in favore della duplicità dell'astro la lunghezza del periodo, il valore elevato della semiampiezza K_1 della velocità

radiale e della funzione di massa F_2; parlano invece in favore delle pulsazioni la brevità del periodo, il debole valore di K_1 e di F_2 e — specialmente — le modificazioni del tipo spettrale con variazioni di temperatura.

Se si conosce approssimatamente la parallasse dell'astro, si può cercare di risolvere la questione calcolando la sua grandezza assoluta M_1 e quindi (n. 166) la sua massa μ_1 ed (n. 102) il suo raggio r_1. Avendo μ_1 ed il periodo P e sapendo che la Mass-Ratio R è generalmente compresa (n. 229) tra 0,5 ed 1, si può assegnare un limite superiore per la distanza media a tra l'astro principale ed il suo preteso satellite; allora, se questo limite risulta minore del raggio r_1, la duplicità dell'astro è evidentemente impossibile (n. 209).

Ma, a questo proposito, sono assai importanti alcuni studi di STRUVE [1], dei quali vogliamo dare un breve riassunto.

Come appare dalla formula (464), la semiampiezza K_1 della velocità radiale è proporzionale al prodotto na_1. Se allora ammettiamo che le stelle giganti — e analogamente si dica per le nane — di un *dato tipo* spettrale abbiano masse poco diverse tra loro, vediamo che, in media, K_1 dovrà variare [2] *in ragione inversa della radice cubica del periodo*, e cioè dovrà crescere quando P diminuisce.

Ciò posto, eseguendo una statistica, STRUVE ha trovato i seguenti risultati:

---

[1] Cfr. STRUVE, *A study of the nature of spectroscopic binaries*, in « Month. Not. », Vol. LXXXVI (Dec. 1925); id. *On the nature of spectroscopic binaries of short period*, in « Astroph. Journ. », Vol. LX (1924).

[2] Si ha infatti dalla terza legge di Keplero (cfr. eq. (486):

$$a = (\mu_1 + \mu_2)^{\frac{1}{3}} n^{-\frac{2}{3}} \tag{1}$$

mentre dalla nota proprietà del baricentro risulta:

$$a_1 = \frac{a\mu_2}{\mu_1 + \mu_2} = \frac{aR}{1+R} \tag{2}$$

onde abbiamo subito:

$$\frac{na_1}{R} = \frac{na}{1+R} = \frac{n^{\frac{1}{3}}(\mu_1 + \mu_2)^{\frac{1}{3}}}{1+R} = \frac{[2\pi(\mu_1 + \mu_2)]^{\frac{1}{3}}}{(1+R)P^{\frac{1}{3}}} \tag{3}$$

a) Stelle di tipo spettrale recente (*O*, *B*, *A*). Quando P diminuisce, la semiampiezza della velocità radiale K_1 cresce fino a che P sia disceso ad $1^d,2$ circa; dopo di ciò, K_1 comincia a diminuire;

b) Stelle di tipo spettrale avanzato (*K*, *M*). Diminuendo P,

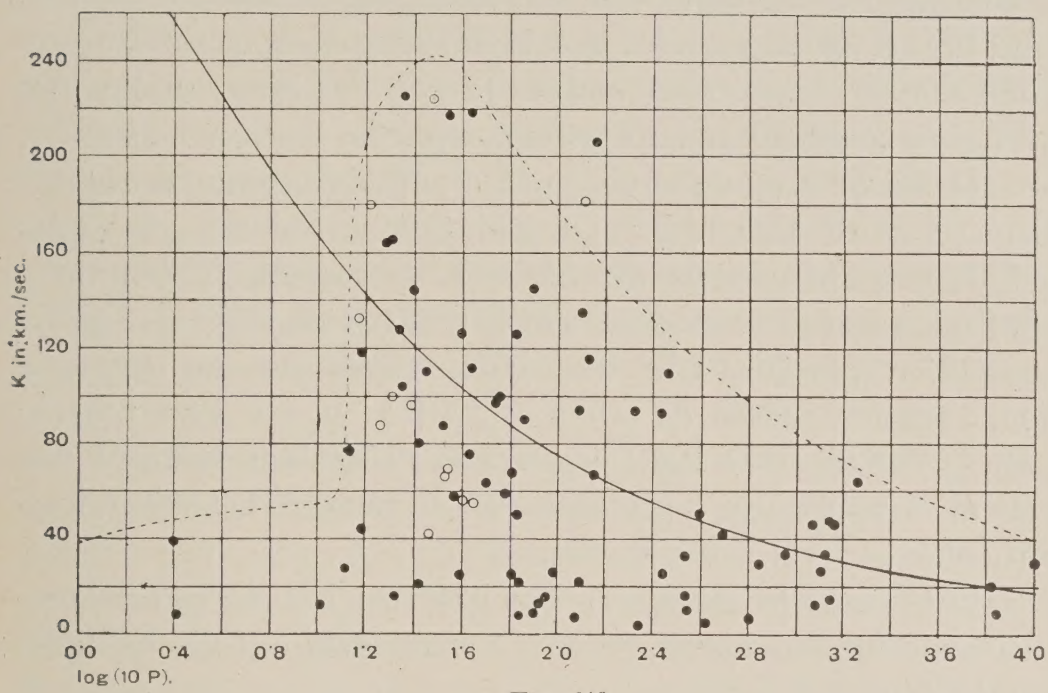


Fig. 216.

Relazione fra la semiampiezza K_1 della velocità radiale ed il periodo nelle binarie spettroscopiche di tipo *O* e *B* (STRUVE).

il valore di K_1 cresce fino a $P = 5^d$ circa; dopo di che, continuando P a diminuire, K_1 torna a diminuire.

STRUVE ne deduce che, in generale, le variazioni di velocità radiale con periodo inferiore a 5^d circa per stelle di tipo spettrale avanzato, od inferiore a $1^d,2$ per stelle di tipo spettrale recente, debbono attribuirsi *a pulsazioni piuttosto che ad una duplicità dell' astro.* Sarà inutile aggiungere che qui non può parlarsi di K_2 giacchè lo spettro del satellite è, per ipotesi, invisibile.

257. Alcuni sistemi spettroscopici importanti. Il *Third Catalogue of Spectroscopic Binaries*, del MOORE [1], registra

---

[1] Cfr. « Lick. Obs. Bull. », Vol. XI, n. 355.

1054 sistemi spettroscopici di cui però una ventina sono oggi riguardati come stelle pulsanti. Di circa trecento sistemi è stata già calcolata l'orbita spettroscopica con buona approssimazione [1] e noi riporteremo, in proposito, un'ampia tabella in appendice.

Ma intanto vogliamo dire qualche parola sopra alcuni sistemi binari spettroscopici particolarmente importanti, escludendo molte variabili ad eclisse (*Algol*, β *Lyrae*, ecc.) di cui dovremo occuparci nel prossimo capitolo. Notiamo dunque:

1) *Mizar* A (componente principale della binaria visuale *Mizar*: $\alpha = 13^h 19^m,9$; $\delta = 55^o 27'$). Come abbiamo già detto, (n. 227) è questa *la prima binaria conosciuta* (PICKERING, 1889) ed è notevole perchè sono visibili ambedue gli spettri (tipo A2) e perchè [2] le due componenti hanno, presso a poco, identica massa ($\mu_1 \sin^3 i = 1,70 \odot$; $\mu_2 \sin^3 i = 1,62 \odot$; $a_1 \sin i = 16.000.000$ km.; $a_2 \sin i = 16.500.000$ km.). Il periodo di rivoluzione è piuttosto breve ($P = 20^d,53644$) e l'eccentricità notevole ($e = 0,535$).

2) *Capella* (α *Aurigae*; $\alpha = 5^h 9^m,3$; $\delta = 45^o 54'$). Importantissima binaria *spettroscopica e visuale*, di cui già abbiamo parlato (nn. 227 e 234).

3) La *Spiga della Vergine* (α *Virginis*; $\alpha = 13^h 19^m,9$; $\delta = -10^o 38'$). È una delle più belle binarie spettroscopiche [3] ed insieme una delle prime conosciute (VOGEL, 1890), con ambedue gli spettri visibili (tipo B2) e satellite con massa eguale a due terzi di quella dell'astro principale ($\mu_1 \sin^3 i = 9,6 \odot$; $\mu_2 \sin^3 i = 5,8 \odot$; $a_1 \sin i = 6.930.000$ km.: $a_2 \sin i = 11.400.000$ km.). L'orbita è poco eccentrica ($e = 0,10$) ed il periodo molto breve ($P = 4^d,01416$).

Secondo recenti osservazioni, eseguite da STEBBINS col

---

[1] Cfr. MOORE, mem. cit. in « Lick. Obs. Bull. », Vol. XI, n. 355; cfr. anche « Vierteljahrsschrift der Astr. Ges. » 1927, Heft 4 e « Handbuch der Astrophysik », Bd. VI-2.

[2] Cfr. « Publ. of Astr. Obs. of University of Michigan », Vol. II (1915).

[3] Cfr. BAKER, *The orbits of the spectroscopic components of α Virginis*, in « Publ. of Allegheny Obs. », Vol. I, n. 10.

fotometro a selenio [1], la Spiga sarebbe anche una variabile ad eclisse con variazione di luce di circa $0^m,10$.

4) β *Aurigae* ($\alpha = 5^h 52^m,2$; $\delta = 44^\circ 56'$). *Variabile ad eclisse* (n. 260), simile a *Mizar* A per il tipo spettrale (*A0*); ambedue gli spettri sono visibili e le due componenti hanno, presso a poco, la stessa massa ($\mu_1 \sin^3 i = 2{,}21 \odot$; $\mu_2 \sin^3 i = 2{,}17 \odot$; $a_1 \sin i = 5.930.000$ km.; $a_2 \sin i = 6.047.000$ km.). Il periodo è breve ($P = 3^d,9600$) e l'eccentricità è *nulla* [2].

5) *Gemma* (α *Coronae Borealis*; $\alpha = 15^h 30^m,5$; $\delta = 27^\circ 3'$). È visibile soltanto lo spettro dell'astro principale (tipo *A0*) ed il sistema ha un periodo di $17^d,36$, con forte eccentricità ($e = 0{,}387$), debole funzione di massa ($F_2 = 0{,}060 \odot$) ed $a_1 \sin i = 7.671.000$ km. [3]. Secondo STEBBINS [4], anche Gemma sarebbe una variabile ad eclisse con variazioni di luce di circa $0^m,12$.

6) *Castore* (α *Geminorum*; $\alpha = 7^h 28^m,2$; $\delta = 32^\circ 6'$). Come abbiamo già indicato (n. 247) le due componenti di Castore sono, a loro volta, binarie spettroscopiche. E precisamente [5] α_1 Geminorum ($m = 2{,}85$; Sp. = *A0*) ha brevissimo periodo ($P = 2^d,9283$), debolissima eccentricità ($e = 0{,}01$), debolissima funzione di massa ($F_2 = 0{,}0097 \odot$) ed $a_1 \sin i = 1.279.000$ km. Invece α_2 Geminorum ($m = 1{,}99$; Sp. = *A0*) ha un periodo un poco più lungo ($P = 9^d,2188$), forte eccentricità ($e = 0{,}503$), debolissima funzione di massa ($F_2 = 0{,}0015$) ed $a_1 \sin i = 1.485.000$ km.

7) 29 *Canis Maioris* ($\alpha = 7^h 14^m,5$; $\delta = -24^\circ 23'$). È una binaria spettroscopica molto notevole [6], sia per il suo tipo di Wolf (Sp. = *Oe*), sia per il *forte valore della semiampiezza*

---

(1) Cfr. J. STEBBINS, *Photometric tests of spectroscopic binaries*, in « Astroph. Journ. », Vol. XXXIX (1914).

(2) Cfr. BAKER, *The spectroscopic binary* β *Aurigae*, in « Publ. of Allegheny Observatory », Vol. I, n. 22.

(3) Cfr. JORDAN, *The orbit of* α *Coronae Borealis*, id. Vol. I, n. 12.

(4) STEBBINS, mem. cit. in « Astroph. Journ. », Vol. XXXIX.

(5) Cfr. CURTIS, *The system of Castor*, in « Lick Obs. Bull. » Vol. IV, n. 98.

(6) Cfr. « Pub. of Domin. Obs. Ottawa », Vol. IV.

della velocità radiale ($K_1 = 218.4$ km./sec.). Il periodo è breve ($P = 4^d,3934$), l'eccentricità mediocre ($e = 0,156$), la funzione di massa elevata ($F_2 = 4,58 \odot$) ed $a_1 \sin i = 13.035.000$ km., onde tutto induce a credere che la massa del sistema sia molto grande (n. 140).

8) α *Phoenicis* ($\alpha = 0^h 21^m,3$; $\delta = -42^\circ 51'$; $m = 2,44$; Sp. $= K0$). È un sistema spettroscopico notevole [1] sia per il tipo spettrale avanzato, sia per la *lunghezza del periodo* ($P = 3848^d,83 = 10^a,538$) inferiore soltanto a quella di ε *Hydrae* ($P = 5588^d$), la quale ultima però può essere sdoppiata con i grandi cannocchiali moderni di 65-80 cm. di apertura. L'eccentricità del sistema di α Phoenicis è piuttosto forte ($e = 0,335$), la funzione di massa è debole ($F_2 = 0,0639 \odot$), mentre si ha $a_1 \sin i = 290.000.000$ km.

9) α *Andromedae* ($\alpha = 0^h 3^m,2$; $\delta = 28^\circ 32'$; $m = 2,15$; Sp. $= A0p$). Bel sistema binario, notevole [2] per la forte eccentricità ($e = 0,525$), con $P = 96^d,97$ ed $a_1 \sin i = 34.790.000$ km.

10) ι *Orionis* ($\alpha = 5^h 30^m,5$; $\delta = -5^\circ 59'$; $m = 2,85$). È importante [3] per il suo tipo spettrale (Sp. $= Oe5$) e per la *fortissima eccentricità* ($e = 0,754$). Il periodo giunge a $29^d,136$; la funzione di massa ha il valore $1,14 \odot$ e si ha: $a_1 \sin i = 28.907.000$ km.

11) ζ *Aurigae* ($\alpha = 4^h 55^m,5$; $\delta = 40^\circ 56'$; $m = 3,94$) Secondo le espressive parole di Miss MAURY [4], questo astro costituisce « *uno dei più belli esempi di spettri stellari composti* », giacchè lo spettro dell'astro principale è del tipo avanzato $K0$ e quindi assai differente dallo spettro del

---

(1) Cfr. LUNT, *On the orbits of seven spectroscopic binary stars*, in « Ann. of the Cape Observ. », Vol. X, part. VII, (1924).

(2) Cfr. BAKER, *The orbit of α Andromedae*, in « Publ. of the Allegheny Obs. », Vol. I, n. 3.

(3) Cfr. PLASKETT, *The orbit of ι Orionis*, in « Astroph. Journ », Vol. XXVIII; id. *Two curiously similar spectroscopic binaries*, id., Vol. XXX.

(4) Cfr. A. MAURY, *Spectra of bright stars*, in « Ann. of Harvard College », Vol. XXVIII, pag. 99.

satellite che appartiene al tipo B1. Il periodo [1] è lungo ($P = 973^d$), l'eccentricità è notevole ($e = 0{,}411$) e si ha $F_2 = 1{,}03 \odot$ ed $a_1 \sin i = 294.300.000$ km.

12) *BD* + 6° 1309 ($\alpha = 6^h 32^m{,}0$; $\delta = 6° 13'$; $m = 6{,}06$; Sp. = *Oe*5). Sono visibili i due spettri ed il sistema è importante [2] specialmente per la *massa elevatissima* (n. 140), avendosi $\mu_1 \sin^3 i = 75{,}6 \odot$ e $\mu_2 \sin^3 i = 63{,}3 \odot$. Si ha poi $P = 14^d{,}414$; $e = 0{,}035$; $a_1 \sin i = 40.880.000$ km.; $a_2 \sin i =$ 48.870.000 km.

13) σ *Cygni* ($\alpha = 21^h 13^m{,}5$; $\delta = 38° 59'$; $m = 4{,}28$; Sp. = *A0p*). Lo spettro presenta righe di ionizzazione estremamente nette e sottili, ciò che sembra indicare come la *densità* dell'astro (n. 132) sia molto *bassa*; il periodo [3] è breve ($P = 11^d{,}033$), F_2 è quasi nulla ($F_2 = 0{,}000.000.7$) ed anche $a_1 \sin i$ ha un valore assai debole (275700 km.). Molti dubbi sussistono ancora sopra la natura di questo astro, come abbiamo già accennato in altro luogo (n. 132).

---

[1] Cfr. HARPER, *The orbit of the spectroscopic binary ζ Aurigae*, in « Publ. of Dom. Astroph. Obs. Victoria », Vol. III, n. 3.

[2] Cfr. PLASKETT, *The spectroscopic orbit of BD+6° 1309*, in « Publ. of Dom. Obs. Victoria », Vol. II, n. 4.

[3] Cfr. « Publ. of the Astron. Obs. of the University of Michigan ». Vol. III, pag. 49.

CAPITOLO QUARTO.

Sistemi binari fotometrici.

(Variabili ad eclisse).

§ 1. - NOZIONI FONDAMENTALI.

258. Generalità. I tre tipi fondamentali. Cominciamo ad osservare che, nell'uso comune, le due espressioni « sistemi binari fotometrici » e stelle « variabili ad eclisse » vengono riguardate come identiche, ciò che — rigorosamente parlando — è inesatto. Infatti, come già vedemmo (n. 183), se le due componenti di un sistema binario hanno una forma ellissoidica notevolmente differente dalla sfera, la loro rivoluzione intorno al comune baricentro G produce una variazione dello splendore apparente dell'astro, anche senza che avvengano eclissi. In pratica però i sistemi binari fotometrici più importanti sono costituiti dalle variabili ad eclisse, onde il nome generalmente adottato.

Premesse queste nozioni, ricordiamo che le variabili ad eclisse furono *le prime* variabili che richiamarono l'attenzione degli astronomi ed infatti, fin dal 1670, fu scoperta la variabilità di *Algol* (β *Persei*) per opera di MONTANARI (n. 185). Oggi se ne conoscono circa trecento [1], che per chiarezza vogliamo dividere in tre tipi e cioè:

1) Tipo di *Algol*, o tipo ad eclissi parziali;

2) Tipo di U *Cephei*, o tipo ad eclissi anulari e totali;

---

[1] Cfr. *Katalog und Eph. veränderlicher Sterne für 1927*, in « Kl. Veröff. der Univ. Sternwarte zu Berlin Babelsberg » n. 1 (1926), dove si trovano gli Elementi di 229 variabili ad eclisse; cfr. anche *Handbuch der Astrophysik* Bd. VI -2 pag. 412 e ss. dove sono riportate 270 varia-

3) Tipo di β *Lyrae*, o tipo a *variazione continua*, in cui la variabilità è dovuta sia alle eclissi, sia alla forma ellissoidica molto accentuata delle due stelle componenti il sistema.

Ciò posto, entriamo in argomento.

259. Tipo di Algol, o tipo ad eclissi parziali. Immaginiamo di avere un sistema binario composto di due stelle, sferiche o sferoidiche, così vicine da non poter essere separate col cannocchiale e supponiamo che l'inclinazione i del piano dell'orbita sul piano tangente alla sfera celeste sia prossima a 90°, in modo che ad ogni rivoluzione il satellite eclissi parzialmente l'astro principale. Esaminiamo come varierà lo splendore apparente del sistema che, per la grande distanza, noi vedremo come un unico astro.

Intanto, fino a che l'eclisse non è cominciata ed il satellite si muove da un lato dell'astro principale, è evidente che lo splendore apparente rimane *costante*; almeno trascurando la debole luce inviata dall'astro principale sul satellite e da questi riflessa (effetto di fase).

Ma in un certo istante t_1 il disco del satellite viene in contatto apparente col disco dell'astro principale e s'inizia l'eclisse parziale E, in cui il satellite passa *innanzi* all'astro stesso. Lo splendore apparente comincia allora a diminuire e tale diminuzione prosegue incessantemente fino all'istante t_2 in cui ha luogo la massima fase dell'eclisse; dopo di che lo splendore torna immediatamente a crescere, ricuperando il valore primitivo nell'istante t_3 in cui l'eclisse finisce. Abbiamo dunque un *minimo acuto* (n. 188), e cioè un minimo in cui alla discesa segue immediatamente la salita, *senza* nessun intervallo di *stasi*.

Dopo t_3, lo splendore apparente rimane di nuovo costante,

---

bili ad eclisse. Ricordiamo pure che, con accordi presi ai Congressi Astronomici Internazionali, l'Osservatorio di Cracovia pubblica effemeridi di molte variabili ad eclisse, come pure nelle sue circolari e nei suoi « Acta Astronomica » — scritti generalmente in lingua tedesca — riporta notevoli studi sopra la determinazione degli elementi dell'orbita di alcune di queste variabili.

fino a che — trascorsa circa mezza rivoluzione — il satellite passa *dietro* l'astro principale e cioè viene eclissato da questi.

Ora, se l'orbita è quasi circolare — come generalmente si verifica (n. 229) nei sistemi *stretti*, inseparabili col can-

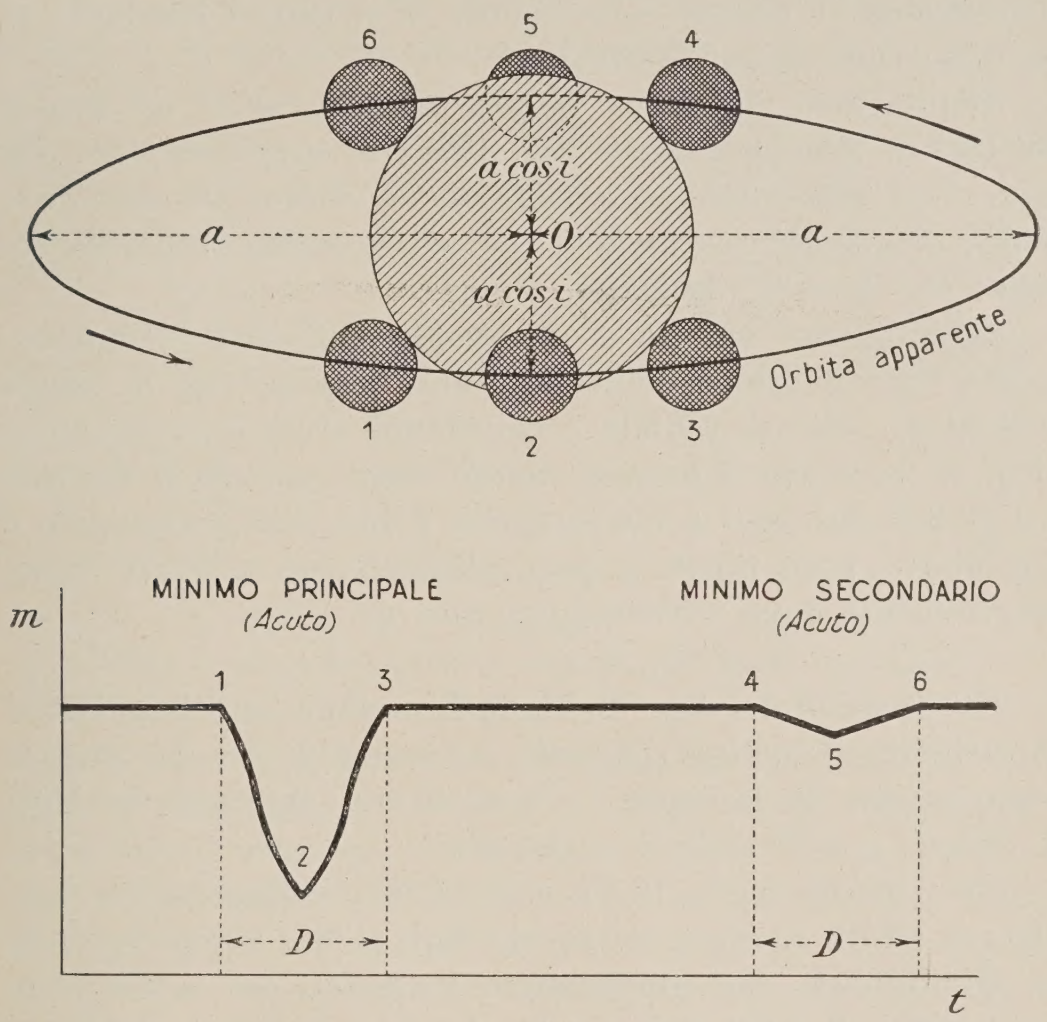


Fig. 217.

Sistemi ad eclissi parziali. (Corrispondenza tra l'orbita e la curva di luce.)

nocchiale — questa seconda eclisse E' è simmetrica con la prima E; vale a dire, il fenomeno si riproduce analogamente e nell'eclisse E' viene coperta una parte del disco del satellite di area eguale alla parte del disco principale che veniva coperta nell'eclisse E. In conseguenza avremo un secondo minimo acuto, ma — poichè lo splendore superficiale del satellite è spesso minore di quello dell'astro principale — questo secondo minimo sarà di regola meno profondo del primo, e cioè si ridurrà ad un *minimo secondario*. In

particolare, se il satellite fosse completamente oscuro (eccezione fatta della luce riflessa), la sua eclisse non produrrebbe nessuna diminuzione di splendore ed il minimo secondario mancherebbe del tutto. Infine, dopo altra mezza rivoluzione, si ritorna alla eclisse E e tutti i fenomeni si ripetono con regolare periodicità.

Riepilogando, *la curva di luce delle variabili ad eclisse del tipo di Algol* (cfr. anche fig. 152) *può rappresentarsi con una retta orizzontale, interrotta da avvallamenti acuti (minimi), principali e secondari, che si succedono alternativamente con grande regolarità.*

Aggiungiamo che lo spettroscopio conferma completamente tutte queste conclusioni. Infatti, eseguendo le osservazioni di velocità radiale e calcolando l'orbita spettroscopica, si trova che *i minimi hanno luogo quando il satellite è a* $\pm 90^\circ$ *dai nodi* e cioè quando i due astri, principale e secondario, sono presso a poco allineati con la Terra, come precisamente deve avvenire nel caso di eclissi.

260. Sistemi del tipo di Algol. L'esempio più importante di sistemi ad eclisse parziale — esempio che ha dato il nome a tutta la famiglia — è costituito appunto da *Algol* (β *Persei*; $\alpha = 3^h 1^m,7$; $\delta = 40^\circ 34'$).

Come già dicemmo, la sua variabilità fu scoperta da Montanari (1670) e, circa un secolo dopo (1783) venne studiata da Goodricke, che giustamente l'attribuì ad eclissi. Più tardi (1890) Vogel ne determinò la prima orbita spettroscopica ed infine, nel 1909, col fotometro a selenio, Stebbins [1] accertò l'esistenza dei minimi secondari, che sono appena accennati perchè il satellite è semioscuro.

E precisamente *Algol* è di grandezza 2,3 e discende a 3,5 al minimo principale, mentre al minimo secondario la sua luce diminuisce appena di $0^m,05$. La durata delle eclissi,

---

[1] Cfr. Stebbins, *The measurement of the light of the stars with a selenium photometer*, in « Astroph. Journ. » Vol. XXXII (1910); id. *A photoelectric study of Algol*, id. Vol. LIII (1921).

dal primo all'ultimo contatto ($t_3 - t_1$), è di $9^h 48^m$ mentre il periodo, come già sappiamo, è di $2^d,86730$; quanto agli elementi orbitali, essi furono calcolati recentemente da MAC LAUGHLIN e sono stati riportati al n. 255.

Dobbiamo aggiungere che i due astri componenti avrebbero forma di ellissoidi lievemente allungati — come del resto ri-

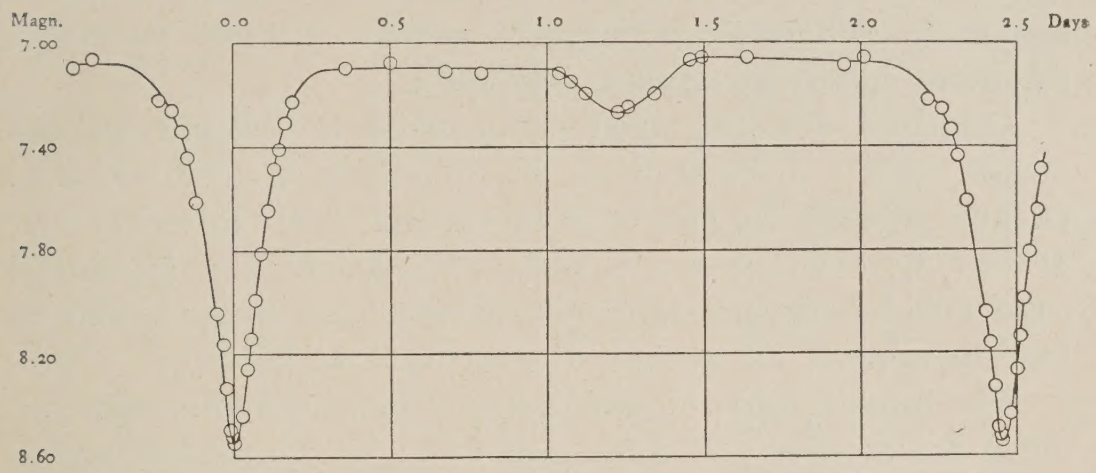


Fig. 218.
Curva di luce della variabile *Z Vulpeculae*, del tipo di *Algol* (JORDAN).

sulta evidente dal fatto che, rigorosamente parlando, la variazione di luce è continua e cioè dal fatto che la luminosità di *Algol* non si mantiene esattamente invariata tra i minimi — con i vertici diretti l'un verso l'altro (n. 183), per effetto della reciproca attrazione. Il satellite sarebbe inoltre circa dieci volte meno luminoso dell'astro principale (n. 274).

Notiamo ancora che recentemente BELOPOLSKY e poi CURTISS([1]), in aggiunta alla velocità radiale di *Algol* risultante dal moto ellittico, hanno osservato un'oscillazione a lungo periodo: oscillazione che fa sospettare la presenza di un terzo corpo perturbatore. Secondo MAC LAUGHLIN ([2]), questo astro sconosciuto ruoterebbe intorno al baricentro del si-

---

([1]) Cfr. CURTISS, *Of the orbital elements of Algol*, in « Astroph. Journ. », Vol. XXVIII (1908).

([2]) Cfr. MAC LAUGHLIN, *Some results of a spectrographic study of the Algol system*, in « Astroph. Journ. », Vol. LX (1924).

stema in anni 1,88 descrivendo un' orbita debolmente ellittica ($e = 0{,}13$) con $a_1 \sin i = 93.000.000$ Km.

Come ulteriore esempio, citiamo β *Aurigae* ($\alpha = 5^h 52^m{,}2$; $\delta = 44^o 56'$), bella stella di seconda grandezza ($m = 2{,}07$; $Sp = A0p$) ed importante sistema spettrofotometrico (n. 257) — conosciuto anzi dapprima come spettroscopico e poi come fotometrico — in cui il satellite ha, presso a poco, lo stesso splendore dell' astro principale, onde i minimi secondari risultano eguali ai minimi principali.

Ciascuno dei due astri componenti il sistema ha una massa eguale a 2,4 ⊙ circa, un diametro di 3.900.000 Km. ed una densità eguale a 0,15 (Acqua = 1); inoltre si ha $P = 3^d{,}96$; $i = 77^o$; $a = a_1 + a_2 = 12.300.000$ Km. Le eclissi sono debolmente parziali, producendo una diminuzione di luce di appena un decimo di grandezza stellare [1].

Per brevità, riporteremo nella seguente tabella altre binarie fotometriche della famiglia di Algol, limitandoci presso a poco a stelle più lucide, al massimo, della nona grandezza. Per maggior comodità dei lettori, le disporremo secondo l' iniziale latina della costellazione, espressa in simboli triletterali (n. 10), e daremo la data giuliana G del minimo principale (tempo medio di Greenwich), il periodo P in giorni, le grandezze al massimo e al minimo principale, M ed m, e la durata D dell' eclisse in ore e decimi di ora.

Notiamo la *SX Hydrae* per la grande ampiezza di variabilità che supera le quattro grandezze, e notiamo pure che in pratica, come del resto è evidente, non vi è una netta separazione tra il tipo di *Algol*, od il tipo di *U Cephei*, con stelle sferoidiche, ed il tipo β *Lyrae*, con stelle fortemente ellissoidali. Così p. es. la λ *Tauri* partecipa un po' delle proprietà del primo e del terzo tipo [2].

---

[1] Cfr. H. Shapley, *The orbits of eighty-seven eclipsing binaries*, in « Astroph. Journ. », Vol. XXXVIII (1913).

[2] Cfr. Stebbins, *The eclipsing variable star λ Tauri*, in « Astroph. Journ. », Vol. LI. Per la terza componente di Castore (α *Geminorum*, C), che è una binaria fotometrica, cfr. Barlow, *The Castor system*, in « Publ. Dom. Observ. Ottawa », Vol. IX, n. 6 (1929).

TABELLA

Variabili della famiglia di Algol, fino alla nona grandezza.

N	Variabile		G	P	M	m	D
1	*RT*	*And* (23h6m,7; 52°29)	2424051d,315	0d,62893	9,1	10,3	2h,9
2	*RY*	*Aqr* (21 14,9; —11 14)	2419618,449	1,96660	8,8	10,4	6
3	*R*	*Ara* (16 31,4; —56 48)	2415025,316	4,42509	6,8	7,9	9,2
4	*WW*	*Aur* (6 25,9; 32 32)	2420959,273	2,52502	6,0	6,5	4,5
5	*SS*	*Cam* (7 4,2; 73 30)	2420842,594	4,82438	9,0	9,8	?
6	*RS*	*CVn* (13 6,0; 36 28)	2423579,347	4,79799	7,8	8,9	11
7	*R*	*CMa* (7 14,9; —16 12)	2424151,441	1,13595	5,8	6,4	6
8	*X*	*Car* (8 29,7; —58 53)	2415021,114	0,54132	7,9	8,7	?
9	*TV*	*Cas* (0 13,9; 58 35)	2420117,746	1,81261	7,3	8,2	6,2
10	*TW*	*Cas* (2 37,6; 65 18)	2419819,377	2,85663	8,3	9,0	6
11	*SS*	*Cen* (13 7,2; —63 37)	2410000,350	2,47871	8,7	10,2	14,5
12	*SU*	*Cen* (11 6,6; —47 18)	2410004,595	5,35442	8,7	9,5	19 ?
13	*RW*	*CrB* (15 35,2; 29 57)	2420401,313	0,72642	9,3	9,8	4,3
14	*Y*	*Cyg* (20 48,1; 34 17)	2423317,354	2,99634	7,1	7,9	4
15	*UZ*	*Dra* (19 26,1; 68 44)	2419429,306	1,63063	9,0	9,8	?
16	*RU*	*Eri* (3 50,1; —15 14)	2419685,508	0,6322	8,9	9,5	5,5
17	*RZ*	*Eri* (4 39,1; —10 52)	2423834,32	19,64	7,8	9 5	?
18	*α*	*Gem-C* (7 28,2; 32 6)	2424595,4105	0,81430	9,0	9,5	?
19	*RX*	*Gem* (6 43,6; 33 21)	2417970,00	12,20868	8,6	10,7	9
20	*RY*	*Gem* (7 21,7; 15 52)	2418015,324	9,3009	8,6	10,4	?
21	*RX*	*Her* (18 26,0; 12 33)	2423298,4521	1,77857	7,2	7,9	4,6
22	*TX*	*Her* (17 15,5; 42 00)	2419999,3651	2,05980	7,8	8,8	5
23	*SX*	*Hya* (13 39,0; —26 17)	2410001,235	2,89570	8,6	12,7	?
24	*SS*	*Lac* (22 0,7; 45 57)	2420845,395	1,20150	9,2	9,6	7
25	*δ*	*Lib* (14 55,6; — 8 7)	2423601,764	2,32735	5,0	5,9	10
26	*TT*	*Lyr* (19 24,3; 41 30)	2419680,649	5,24375	9,2	11,3	20,6
27	*U*	*Oph* (17 11,5; 1 19)	2418152,507	1,67735	6,0	6,8	7,7
28	*SW*	*Oph* (16 11,1; —6 44)	2410002,320	2,44578	9,2	10,0	?
29	*VV*	*Ori* (5 28,5; —1 14)	2419835,278	1,48538	5,1	5,4	?
30	*BM*	*Ori* (5 30,4; —5 27)	2422717,24	6,47075	8,1	8,8	?
31	*RW*	*Per* (4 13,3; 42 4)	2418711,41	13,1989	8,8	11,0	24
32	*Y*	*Psc* (23 29,3; 7 22)	2410002,844	3,76582	9,0	12,1	8 ?
33	*WX*	*Sgr* (17 53,6; —17 23)	2419317,259	2,12910	9,3	11,1	5,3
34	*RS*	*Sct* (18 43,7; —10 21)	2424334,630	1,32880	9,3	10,3	4,8
35	*RZ*	*Sct* (18 21,1; —9 16)	2419640,90	15,1895	7,3	8,5	77
36	*λ*	*Tau* (3 55,1; 12 13)	2399607,538	3,95295	3,8	4,2	10,5
37	*W*	*UMi* (16 34,8; 86 26)	2421219,543	1,70121	8,4	9,3	?
38	*Z*	*Vul* (19 17,5; 25 23)	2420364,602	2,45492	7,1	8,8	11

261. Tipo di U Cephei, o tipo ad eclissi anulari e totali. La curva di luce delle binarie fotometriche del tipo di *U Cephei* si distingue da quella del tipo di *Algol* dal fatto che i suoi *minimi* sono *larghi*; e cioè dal fatto che *lo splendore dell'astro, dopo essere giunto al minimo, resta per qualche tempo costante prima di tornare ad aumentare.*

È facile vedere come questo fenomeno sia conseguenza della anularità, o della totalità, dell'eclisse. Per dimostrarlo, chiamando sempre « satellite » l'astro meno luminoso del sistema binario — e che generalmente ha anche massa minore — distinguiamo due casi, e cioè:

A) Il satellite ha diametro *minore* di quello dell'astro principale. In questo caso — essendo esclusa, per ipotesi, l'eclisse parziale — è ovvio che, quando il satellite passa innanzi all'astro principale, avremo un'eclisse anulare del principale; mentre invece il satellite stesso verrà totalmente eclissato quando passa dietro al principale. Vi è dunque *eclisse anulare dell'astro principale ed eclisse totale del satellite.*

B) Il satellite ha diametro *maggiore* dell'astro principale. In tal caso, come è evidente, ha luogo il fenomeno opposto e cioè si avrà *eclisse totale dell'astro principale ed eclisse anulare del satellite* e la perdita di luce sarà, generalmente, maggiore [1]

Ciò posto, fermiamoci p. es. sul primo caso. Allora, appena i due dischi vengono in contatto (1° contatto esterno) e s'inizia l'eclisse dell'astro principale per opera del satellite, la luminosità apparente del sistema comincierà a diminuire. E questa diminuzione continuerà evidentemente fino a che tutto il disco del satellite sia venuto a proiettarsi sul disco del principale e cioè fino al 1° contatto interno, o, in altre parole, fino al principio della eclisse anulare.

Poi — se supponiamo almeno che il *disco* dell'astro principale sia *di splendore uniforme* — la luminosità apparente del sistema resterà necessariamente *costante* per tutto

---

[1] Se i due astri hanno lo stesso diametro, le eclissi anulari sono evidentemente impossibili, mentre l'eclisse totale non può ovviamente durare che un solo istante. In conseguenza i minimi sono necessariamente acuti e si ricade nel tipo di *Algol*.

il tempo in cui il disco del satellite si proietterà sul disco dell'astro principale, giacchè l'area occultata rimane invariata. Ma, non appena il disco del satellite giunge al bordo del principale — e cioè nell'istante del 2° contatto interno,

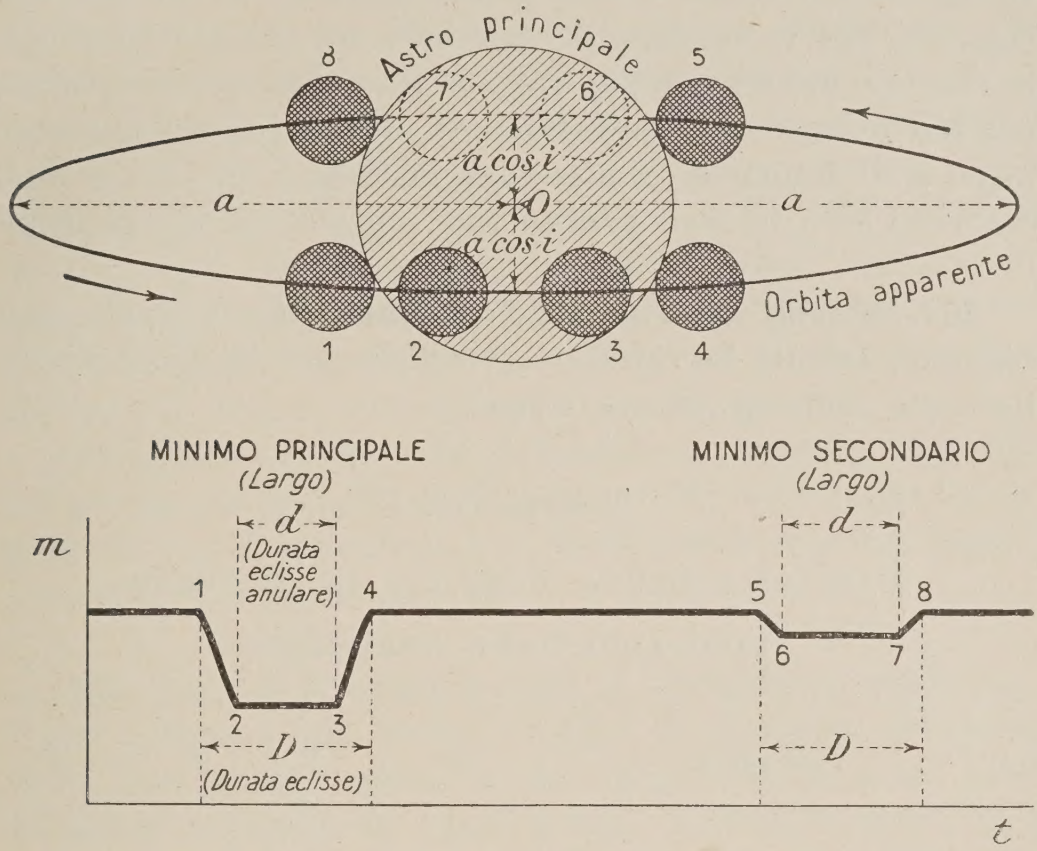


Fig. 219.

Sistemi ad eclissi anulari e totali (Corrispondenza tra l'orbita e la curva di luce).

o, nell'istante in cui l'eclisse cessa di essere anulare — la luminosità apparente del sistema torna di nuovo a crescere. E l'aumento continua per tutto il tempo che impiega il disco del satellite ad uscire dal disco del principale, e cioè dal 2° contatto interno al 2° contatto esterno: poi la luminosità rimane di nuovo invariata fino a che il satellite viene ad essere eclissato dal principale. E così di seguito.

Analoghe considerazioni possiamo fare nel caso *B*, onde in definitiva risulta che *la durata della stasi, nei minimi, misura la durata della fase di anularità, o di totalità, delle eclissi*; e cioè misura l'intervallo di tempo compreso tra il 1° ed il 2° contatto *interno*.

È opportuno notare che, se i dischi non sono di splen-

dore uniforme, ma sono invece più lucidi nella parte centrale — come generalmente avviene per l'assorbimento prodotto dall'atmosfera stellare e come se ne ha un esempio nel disco del Sole — il fenomeno si modifica lievemente. Infatti, in tal caso, durante l'anularità, non si ha una stasi rigorosa, ma la luminosità apparente del sistema diminuisce lievemente dal 1° contatto interno fino al mezzo dell'eclisse, per poi tornare ad aumentare. In prima approssimazione, tuttavia, il fenomeno si mantiene analogo a quanto abbiamo descritto ed i minimi continuano sempre ad essere *larghi*.

262. Sistemi del tipo di U Cephei. Riassumiamo nella seguente tabella le variabili ad eclisse del tipo di *U Cephei*, fino alla nona grandezza circa :

TABELLA

VARIABILI DELLA FAMIGLIA DI U CEPHEI,

FINO ALLA NONA GRANDEZZA.

N.	VARIABILE				G	P	M	m	D	d
1	*TW*	*And*	(23h58m,2;	32° 17')	20051d,618	4d,12274	8,6	11,5	8h,8	2h,4
2	*S*	*Cnc*	(8 38,2;	19 24)	19865,470	9,48455	8,0	10,1	20,4	3,8
3	*RW*	*Cam*	(3 46,2;	58 21)	18924,594	3,39239	9,2	10,5	7,2	2,0
4	*U*	*Cep*	(0 53,4;	81 20)	23947,028	2,49294	6,8	9,2	11,1	2,0
5	*U*	*CrB*	(15 14,1;	32 1)	24152,946	3,45220	7,8	9,0	10,8	1,2
6	*W*	*Del*	(20 33,1;	17 56)	18183.243	4,80604	9,4	12,1	12,3	2,1
7	*SX*	*Dra*	(18 3,1;	58 23)	18652,425	5,16926	9,5	11,8	17,5	4,2
8	*TW*	*Dra*	(15 32,4;	64 14)	19661,414	2,80657	7,6	10,1	9,0	1,8
9	*S*	*Equ*	(20 52,2;	4 42)	24151,943	3,43604	8,1	10,3	8	0,7
10	*Z*	*Her*	(17 53,6;	15 9)	13086,365	3,99280	7,4	8,0	9,6	2,2
11	*RX*	*Hya*	(9 0,8;	— 7 52)	20239,306	4,56326	9,3	11,4	9	2,5
12	*RY*	*Per*	(2 39,0;	47 43)	18216,701	6,86357	8,2	10,6	22,8	3,6
13	*U*	*Sge*	(19 14,4;	19 26)	17130,413	3.38062	6,6	9,4	12,5	1,8
14	*RS*	*Sgr*	(18 11,0;	— 34 9)	15023,085	2,41570	6,6	7,6	12,5	8,0
15	*XZ*	*Sgr*	(18 16,0;	— 25 17)	20311,519	3,27554	8,5	11,3	7	2,2
16	*RW*	*Tau*	(3 57,8;	27 51)	17198,419	2,76887	7,1	11,0	7,7	1,2
17	*X*	*Tri*	(15 4,7;	— 69 42)	23130,314	0,97154	8,6	10,6	5,0	0,4
18	*S*	*Vel*	(9 29,5;	— 44 46)	15021,155	5,93358	7,8	9,3	15,0	6,3
19	*RS*	*Vul*	(19 13,4;	22 16)	20606,623	4,47767	7,4	8,1	11,0	4,8

Abbiamo indicato con D la durata totale, in ore e decimi, del minimo principale corrispondente all'intervallo di tempo compreso fra il 1° ed il 2° contatto *esterno*, mentre abbiamo indicato con d la durata della stasi al minimo stesso; stasi corrispondente al tempo tra il 1° ed il 2° contatto *interno*. Inoltre, per brevità, abbiamo soppresso le prime due cifre — che sono sempre 24 — nella data giuliana G.

Oltre alle stelle qui indicate, sono degne di particolare attenzione *due variabili ad eclisse a lungo periodo* e cioè: ε *Aurigae* ($\alpha = 4^h 54^m,8$; $\delta = 43° 41'$; $G = 2415850$; $M = 3,3$; $m = 4,1$) che ha un periodo di 9900 giorni, con $D = 700$ giorni e $d = 340$ giorni e *RZ Ophiuci* ($\alpha = 18^h 40^m,9$; $\delta = 7° 7'$; $G = 2418630,6$; $M = 10,0$; $m = 10,9$) che ha un periodo di 262 giorni, con $D = 18$ giorni e $d = 6,5$ giorni.

Ricordiamo in fine che *U Cephei*, la variabile capostipite del gruppo, fu scoperta il 23 giugno 1880 da CERASKI [1] e studiata da molti astronomi, tra cui, recentemente, LEHNERT [2], PADOVA [3] e BEMPORAD [4].

263. Tipo di β Lyrae, o tipo a variazione continua. — Come abbiamo già detto, il tipo di β *Lyrae* comprende stelle binarie ad eclisse, le cui componenti si sono probabilmente separate da poco tempo (n. 225) e sono spesso assai vicine; ciò che del resto viene indicato dalla brevità di alcuni periodi. Infatti per *RW Comae Berenices* si ha $P = 0^d,23735$; per *RW Doradus*, $P = 0^d,28546$; per *TZ Bootis*, $P = 0^d,29712$ ecc.

In conseguenza, per effetto della mutua attrazione, i due

---

(1) Cfr. « Astr. Nachr. », Bd. LXXXXVII, n. 2324 (1880).

(2) Cfr. R. LEHNERT, *Beobachtungen von Algolsternen*, in « Astr. Nachr. », Bd. CLXXXXII, n. 4596.

(3) Cfr. E. PADOVA, *Osservazioni fotometriche di stelle variabili, eseguite alla Specola di Padova*, in « Mem. Soc. Spettr. Italiani », Serie II, Vol. I (1912).

(4) Cfr. A. BEMPORAD, *Sulla curva di luce di U Cephei*, in « Astr. Nachr. », Bd. CIC, n. 4765. Cfr. anche CARPENTER, *U Cephei, an anomalous spectrographic result*, in « Astroph. Journ. », Vol. LXXII (1930).

astri assumono la forma di ellissoidi *molto* allungati, con i vertici rivolti l'un verso l'altro e ruotano intorno al baricentro del sistema, *rivolgendosi sempre la stessa faccia* e

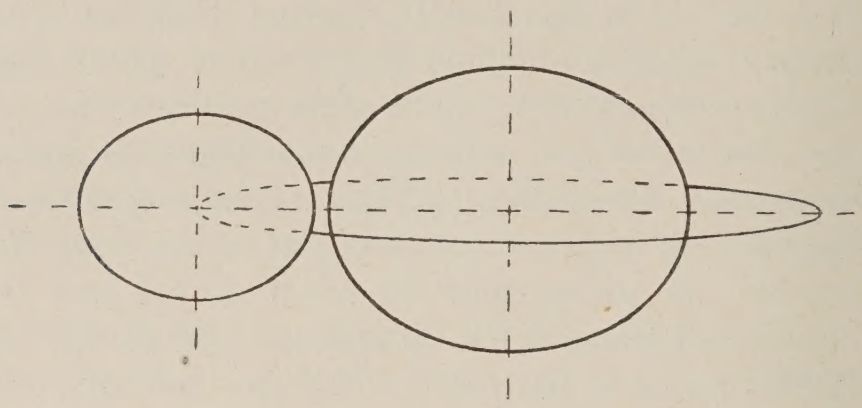


Fig. 220
Il sistema di *W Ursae Maioris*, del tipo di β *Lyrae* (WALTER).

spesso mantenendosi quasi in contatto (n. 183). Più esattamente, gli assi maggiori dei due ellissoidi si trovano sempre sopra una stessa retta r che passa per il baricentro del sistema G e ruota intorno a G stesso.

Queste particolarità spiegano facilmente perchè lo splendore apparente del sistema (che noi vediamo, al cannocchiale, come un unico astro) sia a variazione continua e cioè non si conservi *mai* stazionario; o, in altre parole, spiegano perchè la curva di luce non abbia nessun tratto costituito da un segmento rettilineo orizzontale.

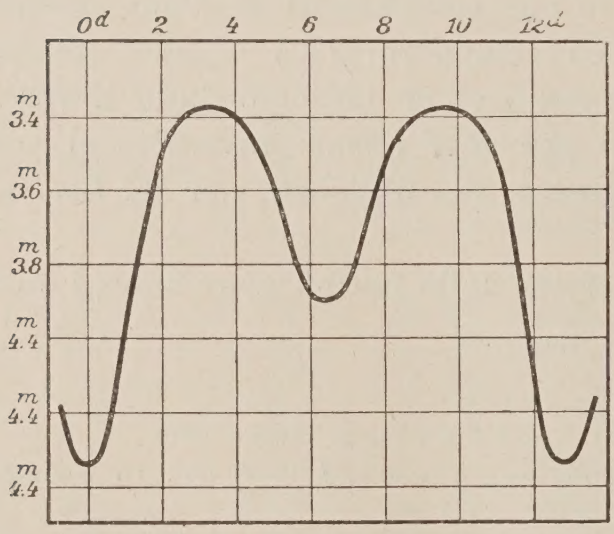


Fig. 221.
Curva di luce di β *Lyrae*.

Infatti, quando i due astri sono in quadratura, e cioè quando la retta r su cui sono situati i due assi maggiori è normale alla congiungente G con l'osservatore (raggio visuale), gli ellissoidi

mostrano, presso a poco, la più grande area possibile e quindi lo splendore apparente è massimo. Poi, man mano che r ruota intorno a G, diminuisce l'area visibile degli ellissoidi e quindi diminuisce continuamente lo splendore stesso. Più

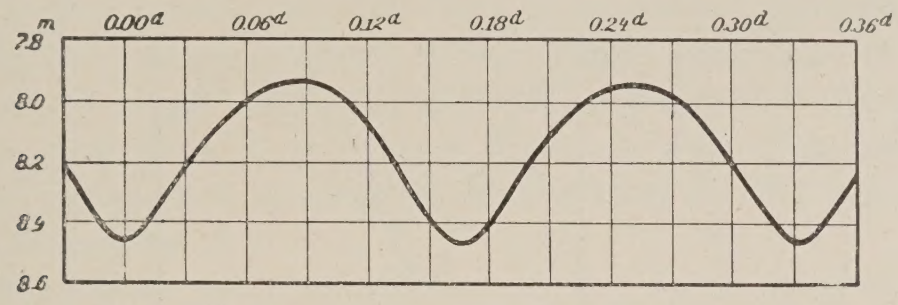


Fig. 222.
Curva di luce di *W Ursae Maioris*.

tardi, quando r è vicina al raggio visuale, s'inizia l'eclisse e la curva di luce presenta un minimo e così di seguito.

Nella maggior parte dei casi, i due astri hanno luminosità diversa e quindi la curva di luce — regolarmente periodica — presenta un minimo principale ed un minimo secondario, in corrispondenza all'eclisse dell'astro più luminoso e di quello meno luminoso: es. β *Lyrae*. Qualche volta però i due astri hanno luminosità quasi identica ed allora, come è ovvio, non vi è più distinzione tra il minimo principale ed il secondario ed anzi (es. *W Ursae Maioris*) la curva di luce può assumere l'aspetto di una sinusoide, simile a quella delle Cefeidi del tipo di ζ *Geminorum* (n. 216).

In tali casi, ogni equivoco viene tolto dall'esame spettroscopico delle velocità radiali; esame che mostra subito la profonda differenza tra questi due tipi fotometricamente simili. Infatti, in ζ *Geminorum* e nelle Cefeidi, lo splendore è massimo o minimo quando la velocità radiale è, algebricamente, minima o massima; e ciò indica l'impossibilità assoluta di eclissi, giacchè il satellite si troverebbe allora nei nodi (n. 251).

264. Sistemi del tipo di β Lyrae. La variabile prototipo della famiglia di cui ci occupiamo è β *Lyrae* ($\alpha = 18^h 46^m,4$; $\delta = 33^\circ 15'$), una delle quattro stelline che occupano i quattro

vertici del parallelogrammo esistente presso *Wega* (n. 30) e precisamente quella che occupa il vertice situato presso la celebre nebulosa anulare, alla destra di chi guarda la nebula stessa.

Adoperando un potente cannocchiale, si trova che β *Lyrae*

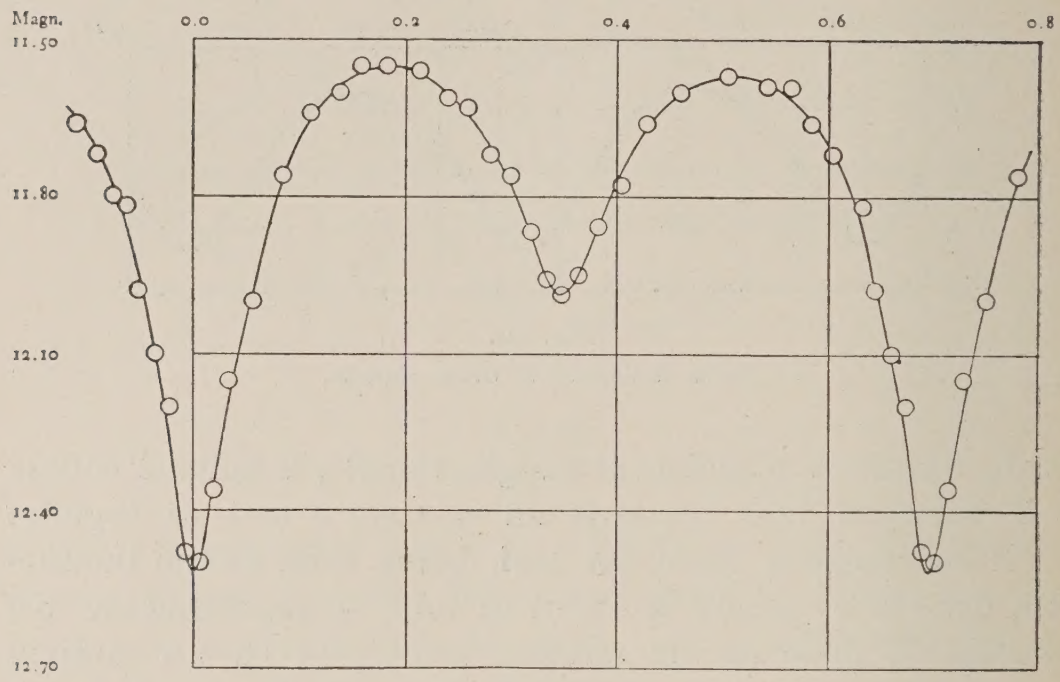


Fig. 223.
Curva di luce della variabile *WZ Andromedae*, del tipo di β *Lyrae* (Jordan).

ha parecchi compagni: uno di settima grandezza alla distanza di 46″, due di nona alla distanza di 66″ e 86″, uno di tredicesima a distanza di 46″ ed un'altro, ancora più debole, a 66″ ecc. Ma ciò che a noi ora interessa è l'astro principale, o β *Lyrae* A.

Esaminata col fotometro [1], β *Lyrae* A si mostra regolarmente variabile, con un periodo di $12^d,908029$ e che sembra soggetto ad un lievissimo aumento secolare, secondo

---

[1] Cfr. Stebbins, *A study of* β *Lyrae with a photoelectric photometer*, in « Lick Obs. Bul. », Vol. VIII, n. 277; Rossiter, *On the detection of an effect of rotation in* β *Lyrae*, in « Astroph. Journ. », Vol. LX; Tscherny, *Theor. Erkl. der Oszillationen der Lichtkurve von* β *Lyrae*, in « Astr. Nachr. », Bd. CCXLII, n. 5790 (1931). Gli elementi di luce, dati nel testo, sono quelli di Hellerich, *Untersuchung der Period des Lichtwechsels von* β *Lyrae*, in « Astr. Nachr. », Bd. CCXVI n. 5163.

la formula:

$$(491) \qquad \text{Min. Princ.} = 2398590^d,53 + 12^d,908029E + \\ + 0,^d000003923E^2.$$

Inoltre la sua curva di luce, a variazione continua, presenta due massimi eguali, in cui l'astro raggiunge la grandezza 3,5 e che sono intercalati alternativamente da un minimo principale, dove l'astro discende alla grandezza 4,1, e da un minimo secondario, dove l'astro si riduce soltanto alla grandezza 3,8.

Esaminata spettroscopicamente [1], β *Lyrae* A mostra uno spettro risultante dalla sovrapposizione di due spettri, dovuti ai due astri che compongono il sistema e che appartengono rispettivamente ai tipi *cB8* e *B5e*.

Calcolando l'orbita spettroscopica e fotometrica, si ha poi:

$$T = 8^d,541 \text{ dopo il minimo principale}; \quad V_0 = -19 \text{ Km./sec.}$$
$$\omega = 325^o; \quad e = 0,014; \quad i = 90^o; \quad a = 32.639.000 \text{ Km};$$
$$\mu_1 = 16,6\odot; \quad \mu_2 = 6,8\odot.$$

Risulta inoltre che i due astri del sistema hanno forma ellissoidica fortemente allungata, con i loro semiassi maggiori eguali rispettivamente a 16.000.000 Km. e 10.000.000 Km., onde la distanza che separa i vertici delle due stelle giunge appena a 7.000.000 Km. Gli assi minori dei due ellissoidi sono eguali a poco più della metà dei rispettivi assi maggiori, e le densità medie risultano eguali a 0,003 e 0,009 (Acqua = 1).

Per brevità, riportiamo nella seguente tabella altre binarie fotometriche del tipo di β *Lyrae*, limitandoci alla nona grandezza circa ed indicando con *M* la grandezza al massimo splendore e con *mp* ed *ms* le grandezze ai minimi, principale e secondario.

---

[1] Cfr. CURTISS, *On the photographic spectrum of* β *Lyrae*, in « Publ. of Allegheny Obs. », Vol. II, n. 11; MACLAUGHLIN, *The radial velocity of* β *Lyrae*, in « Publ. Obs. Un. Michigan », Vol IV n. 2 (1931); BAXANDALL, *The spectrum of* β *Lyrae*, in « Ann. Obs. Cambridge » Vol. II-1 (1930).

TABELLA

Variabili della famiglia di β Lyrae, fino alla nona grandezza.

N	Variabile	G	P	M	mp	ms
1	*S Ant* ($9^h27^m,9$; $-28°11'$)	$2410741^d,525$	$0^d,64834$	6,4	6,8	6,8
2	*SX Aur* (5 4,6; 42 2)	2420446,654	3,06468	7,8	8,6	8,6
3	*TT Aur* (5 2,8; 39 27)	2422605,642	1,33273	8,4	9,1	8,8
4	*RZ Cnc* (8 32,9; 32 9)	2422100,40	21,643	8,6	10,1	9,2
5	*RX Cas* (2 58,8; 67 11)	2416250,9	32,315	8,5	9,1	?
6	*SX Cas* (0 5,4; 54 20)	2417983,45	36,5668	9,0	9,7	9,1
7	*RR Cen* (14 9,9; −57 23)	2415021,050	0,60568	7,4	7,8	7,8
8	*RZ Cen* (13 43,9; −58 0)	2410001,789	4,10796	8,2	8,8	?
9	*RU CrB* (15 31,4; 26 5)	2419488,02	7,610	8,8	9,5	9,1
10	*W Cru* (12 6,7; −58 14)	2410158	198,5	8,9	9,5	9,2
11	*u Her* (17 13,6; 33 13)	2411431,384	2,05103	4,8	5,3	4,9
12	*V Pup* (7 55,4; −48 58)	2415021,212	1,45448	4,1	4,9	4,7
13	*W UMa* (9 36,7; 56 25)	2420416,459	0,33364	7,9	8,5	8,5

Terminando, notiamo *W Crucis*, importante per il suo lungo periodo che giunge a $198^d,5$, e notiamo ancora la semivariabile *b Persei* ($\alpha = 4^h\,10^m,7$; $\delta = 50°\,3'$; $m = 4,6$; Sp $= A2$) in cui la variazione di luce — che del resto arriva appena al decimo di grandezza — sembra prodotta dalla forma ellissoidica, piuttosto che da eclissi [1].

§ 2. - Preliminari al calcolo dell'orbita fotometrica

265. Generalità. Cenni storici. Premesse queste nozioni, passiamo a dedurre, dalla curva di luce, la forma e le dimensioni relative dei due astri e gli elementi dell'orbita

---

[1] Cfr. J. Stebbins, *The ellipsoidal variable star b Persei*, in « Astr. Journ. », Vol. LVII. Con l'occasione citiamo anche la bella memoria di F. Jordan, *Photographic photometry with the thirty inch refractor; the light curves of sixteen eclipsing variables* in « Publ. of Allegheny Obs. », Vol. VII, n. 2 (1929).

che il satellite descrive intorno all'astro principale e che gli astronomi chiamano *orbita fotometrica*: appunto perchè si calcola per mezzo delle osservazioni fotometriche.

Il problema era stato già considerato da GOODRICKE [1], fin dal 1783; ma venne risoluto per la prima volta nel 1881, da E. PICKERING [2], il quale però fu costretto a giovarsi d'ipotesi molto restrittive, e cioè:

1) Che l'orbita fosse circolare,

2) Che i due astri fossero sferici,

3) Che il satellite fosse completamente oscuro,

4) Che nell'istante del minimo principale, l'eclisse fosse tale da rendere i due dischi tangenti internamente: ipotesi questa assolutamente gratuita.

In seguito, HARTING [3], HARTWIG [4] e TISSERAND [5] tornarono sull'argomento generalizzando i risultati del PICKERING, mentre più tardi MYERS [6] considerò il caso di astri ellissoidici e BLAZKO [7] anche quello in cui i dischi stellari non siano di splendore uniforme, a causa dell'assorbimento della luce prodotto dall'atmosfera dell'astro.

Ma una vera soluzione si ebbe soltanto nel 1912, per opera di RUSSELL e SHAPLEY, i quali esposero il loro metodo in quattro memorie di fondamentale importanza per gli

---

(1) Cfr. GOODRICKE, *A series of observations and a discovery of the period of Algol*, in « Phil. Trans. », 1783.

(2) Cfr. E. PICKERING, *Dimensions of the fixed stars, with especial reference to binaries and variables of the Algol type*, in « Proc. Amer. Ac. of Arts and Sciences », Vol. XVI (1881).

(3) Cfr. HARTING, *Unters. über d. Lichtwechsel des Sterns β Persei*, « Inaug. Diss. », Munchen, 1898.

(4) Cfr. HARTWIG, *Der veränderliche Stern vom Algoltypus Z Herculis*, in « Astr. Nachr. », Bd. CLII, n. 3644 (1900).

(5) Cfr. TISSERAND, *Sur l'étoile variable β Persei*, in « Comptes Rendus », T. CXX (21 janvier 1895).

(6) Cfr. MYERS, *The system of β Lyrae*, in « Astroph. Journ. », Vol. VII (1898).

(7) Cfr. BLAZKO, *Sur les variables du type Algol*, in « Ann. de l'Obs. de Moscou », Ser. II, Vol. V (1911).

astronomi [1]. Recentemente poi W. SITTERLY ha dato un metodo grafico [2], analogo a quello analitico del RUSSELL.

Premesso questo breve cenno storico, diciamo subito che il problema che ci occupa si presenta *estremamente complicato*. Non solo: ma in alcuni casi — e specialmente se le eclissi sono parziali — per poter giungere ad un risultato sicuro è necessario che le osservazioni fotometriche siano state eseguite con la *massima precisione*, o meglio, con *strumenti fotoelettrici*. Fortunatamente molte variabili ad eclissi sono anche binarie spettroscopiche, onde lo spettroscopio viene spesso in aiuto del fotometro (n. 255).

In ogni modo, la determinazione dell'orbita fotometrica appartiene piuttosto alla Teoria delle Orbite che all'Astronomia Siderale propriamente detta. Noi ci limiteremo quindi ad un'esposizione riassuntiva, considerando specialmente il caso di stelle sferoidiche e di orbite quasi circolari; caso che, del resto, è il più comune ed importante.

266. Elementi che possono determinarsi con le sole osservazioni fotometriche. Per iniziare il nostro studio, immaginiamo di avere due sistemi binari ad eclisse S_1 ed S_2 che abbiano lo stesso periodo P e siano *simili* tra loro, fotometricamente e geometricamente. In altre parole, supponiamo:

1) Che i due sistemi S_1 ed S_2 abbiano orbite aventi la stessa eccentricità, inclinazione, nodo, periastro e periodo;

2) Che gli astri (principale e satellite) componenti il sistema S_1 abbiano la stessa forma degli astri componenti S_2 e che, nei due sistemi, l'astro principale abbia lo stesso

---

[1] Cfr. RUSSELL, *On the determination of the orbital elements of eclipsing variable stars* (I), in « Astroph. Journ. », Vol. XXXV (1912); *On the determination of the orbital elements of eclipsing variable stars* (II), id. id. Vol. XXXVI (1912); RUSSELL and SHAPLEY, *On darkening at the limb in eclipsing variables* (I), id. id., Vol. XXXVI; id. id., *On darkening at the limb in eclipsing variables* (II), id. id. Vol. XXXVI.

[2] Cfr. B. W. SITTERLY, *A Graphical Method for obtaining the orbital elements of eclipsing variables*, in « Contributions Princeton University Observatory », n. 11, (1930).

rapporto di luminosità superficiale rispetto al satellite (p. es. emetta, per unità di superficie, una quantità di luce λ volte maggiore di quella emessa dall'unità di superficie del satellite);

3) Che tutte le dimensioni del sistema S_1 (distanze medie, diametri ecc.) siano k volte maggiori delle corrispondenti dimensioni del sistema S_2.

Ciò posto, immaginiamo che le distanze tra la Terra ed i sistemi S_1 ed S_2 siano tali da correggere la diversità dello splendore assoluto; sarà allora evidente che la curva di luce del sistema S_1 risulterà esattamente identica a quella del sistema S_2.

Invertendo il ragionamento, s'intuisce facilmente — e risulta del resto dimostrato dal metodo che impiegheremo — che *la conoscenza della sola curva di luce determina il sistema binario a meno di una trasformazione per similitudine*: in altre parole, ci fa conoscere soltanto dei rapporti e cioè ci permette di disegnare il sistema, *restando incognita la scala del disegno*. In pratica, gli astronomi prendono come unità di lunghezza — che rimane incognita — la distanza media a tra i due astri e misurano con questa le dimensioni degli astri stessi (diametri equatoriali e polari).

Osserviamo inoltre che i fenomeni fotometrici si conservano inalterati se facciamo ruotare l'orbita relativa intorno ad una normale al piano tangente alla sfera celeste, condotta per l'astro principale; in altre parole i fenomeni fotometrici restano identici se alteriamo Ω, lasciando immutati tutti gli altri elementi dell'orbita. È chiaro quindi che Ω non comparirà nelle formule e resterà incognita.

Riepilogando, le sole osservazioni fotometriche, supposte sempre esattissime p. es. eseguite con la cella fotoelettrica, ci permettono di determinare:

1) Gli elementi e, i, ω, P, T, dell'orbita descritta dal satellite intorno all'astro principale;

2) I rapporti tra i semiassi polari (p_1, p_2), i semiassi equatoriali (q_1, q_2) dei due astri — supposti di forma ellissoidica rotonda — e la distanza media a;

3) Il rapporto tra lo splendore superficiale dei due

astri ed, eventualmente, l'offuscamento (Darkening) del bordo per opera dell'assorbimento di luce prodotto dall'atmosfera stellare.

Aggiungiamo infine che *le sole osservazioni fotometriche*, mentre lasciano incognita la massa, *bastano a determinare la densità media* ρ *del sistema.*

Infatti, supponendo, per generalità, che gli astri abbiano forma di ellissoidi rotondi ed indicando con V il volume totale e con $\mu_1 + \mu_2$ la massa totale del sistema, abbiamo subito:

$$\mu_1 + \mu_2 = \rho V = \frac{4\pi\rho}{3}[p_1 q_1^2 + p_2 q_2^2]. \tag{492}$$

Ora, tra la massa totale $\mu_1 + \mu_2$, il periodo P e la distanza media a, passa la nota relazione data dalla Meccanica Celeste:

$$(\mu_1 + \mu_2) f = n^2 a^3 = \frac{4\pi^2 a^3}{P^2} \tag{493}$$

dove f indica, al solito, il coefficiente attrattivo.

Eliminando $\mu_1 + \mu_2$ tra la (492) e la (493) e risolvendo rispetto a ρ. si ha allora:

$$\rho = \frac{3\pi}{P^2 f\left[\left(\frac{p_1}{a}\right)\left(\frac{q_1}{a}\right)^2 + \left(\frac{p_2}{a}\right)\left(\frac{q_2}{a}\right)^2\right]}. \tag{494}$$

In conseguenza ρ risulta noto, perchè sono noti i rapporti tra i semiassi equatoriali q_1, q_2, i semiassi polari p_1, p_2 e la distanza media a e si ha, misurando P in secondi e prendendo per densità unitaria quella dell'acqua: $f = 6{,}673.10^{-8}$.

Osserviamo ancora due cose, e cioè:

1) Se si hanno osservazioni spettroscopiche — che in tali casi sono *preziosissime* — il sistema diviene spettrofotometrico (n. 255) e quindi le dimensioni reali e la massa risultano conosciute.

2) Se invece è nota la parallasse, possiamo ricavarne la grandezza assoluta e quindi (n. 102) i diametri dei due astri in Km. Ed allora, essendo conosciuti i rapporti, se ne trae immediatamente la distanza media a e da questa (eq. 493) la massa del sistema.

267. Calcolo dell'eccentricità dell'orbita, della posizione del periastro e dell'epoca. Riprendiamo ora la curva di luce ed osserviamo che essa ci fornisce subito un'indicazione sopra l'eccentricità dell'orbita.

Infatti, *se l'orbita è circolare*, le due eclissi — del satellite e dell'astro principale — avvengono necessariamente ad eguali intervalli di tempo e quindi *il minimo secondario si trova esattamente in mezzo tra i due minimi principali, precedente e seguente.*

È facile anche eseguire il calcolo, che può essere condotto come ora diciamo.

Arrestandoci alla prima potenza dell'eccentricità — ciò che è lecito, giacchè supponiamo l'orbita sempre prossima al cerchio — si ha la seguente relazione tra l'anomalia media $n(t - T)$ — dove T indica, al solito l'istante, o epoca, del passaggio al periastro — e l'anomalia [1] vera v:

$$n(t - T) = v - 2e \sin v. \tag{495}$$

Ora osserviamo che al minimo principale e secondario, il satellite si trova a 90° ed a 270° dal nodo e si ha quindi rispettivamente: $v = \frac{\pi}{2} - \omega$, oppure: $v = \frac{3\pi}{2} - \omega$. D'altra parte, poichè i due astri hanno generalmente forma più o meno ellissoidica, lo splendore è massimo — sebbene, in pratica, si tratti di massimi poco accentuati — quando essi ci offrono la superficie più vasta e cioè quando il satellite si trova nei nodi (n. 263), ossia quando si ha: $v = 2\pi - \omega$, oppure: $v = \pi - \omega$.

Ricordiamo ora che il minimo principale si prende come inizio del periodo e cioè si verifica per $t = 0$, e chiamiamo con t_{1M}, t_s, t_{2M} gl'istanti del primo massimo, del minimo se-

---

[1] La 495 può trovarsi in ogni trattato di Astronomia Generale o di Teoria delle Orbite. Basta del resto svolgere le equazioni del moto ellittico (n. 240) in serie di potenze dell'eccentricità, arrestandosi alla prima potenza.

condario e del secondo massimo; avremo allora dalla (495):

$$
(496)\qquad
\begin{aligned}
-nT &= \frac{\pi}{2} - \omega - 2e\cos\omega \\
n(t_{1M} - T) &= \pi - \omega \quad 2e\sin\omega \\
n(t_s - T) &= \frac{3\pi}{2} - \omega + 2e\cos\omega \\
n(t_{2M} - T) &= 2\pi - \omega + 2e\sin\omega
\end{aligned}
$$

da cui si deduce subito:

$$
(497)\qquad e\cos\omega = \frac{nt_s - \pi}{4} = \frac{\pi(2t_s - P)}{4P}
$$

$$
(498)\qquad e\sin\omega = \frac{n(t_{2M} - t_{1M}) - \pi}{4} = \frac{\pi(2t_{2M} - 2t_{1M} - P)}{4P}
$$

e quindi e ed ω risultano conosciute. Dopo ciò, la prima delle (496) dà l'epoca T in cui il satellite passa al periastro, contando sempre i tempi dall'istante iniziale del periodo e cioè dall'istante in cui si verifica il minimo principale. È ovvio però che, se la (497) e la (498) danno un valore elevato per l'eccentricità e, non è più lecito trascurare le potenze superiori alla prima ed il calcolo deve ripetersi con altri metodi; p. es. con successive approssimazioni.

Avvertiamo, in ultimo, che a causa della forma ellissoidica dei due astri e secondo noti teoremi di Meccanica Celeste [1], la linea degli apsidi dell'orbita è soggetta ad un debole moto di rotazione, onde ω varia lentamente col tempo [2].

268. Correzione della curva di luce. Come abbiamo già visto, nelle ipotesi di astri sferici, di orbite circolari ecc. — ipotesi che si verificano in prima approssimazione nei tipi di *Algol* e di *U Cephei* — la curva di luce, nel tratto *fuori eclisse*, dovrebbe essere costituita da una retta oriz-

---

[1] Cfr. p. es. TISSERAND, *Traité de Mécanique Céleste*, T. IV., p. 141 e ss.

[2] Cfr. RUSSELL, *On the advance of periastron in eclipsing binaries* in « Month. Not. », Vol. LXXXVIII (1928).

zontale. In realtà ciò non avviene mai con esattezza, a causa di alcuni fenomeni perturbatori, che gli astronomi chiamano *effetti*, e che sono principalmente:

1) *L'effetto del periastro*, per il quale, quando il satellite

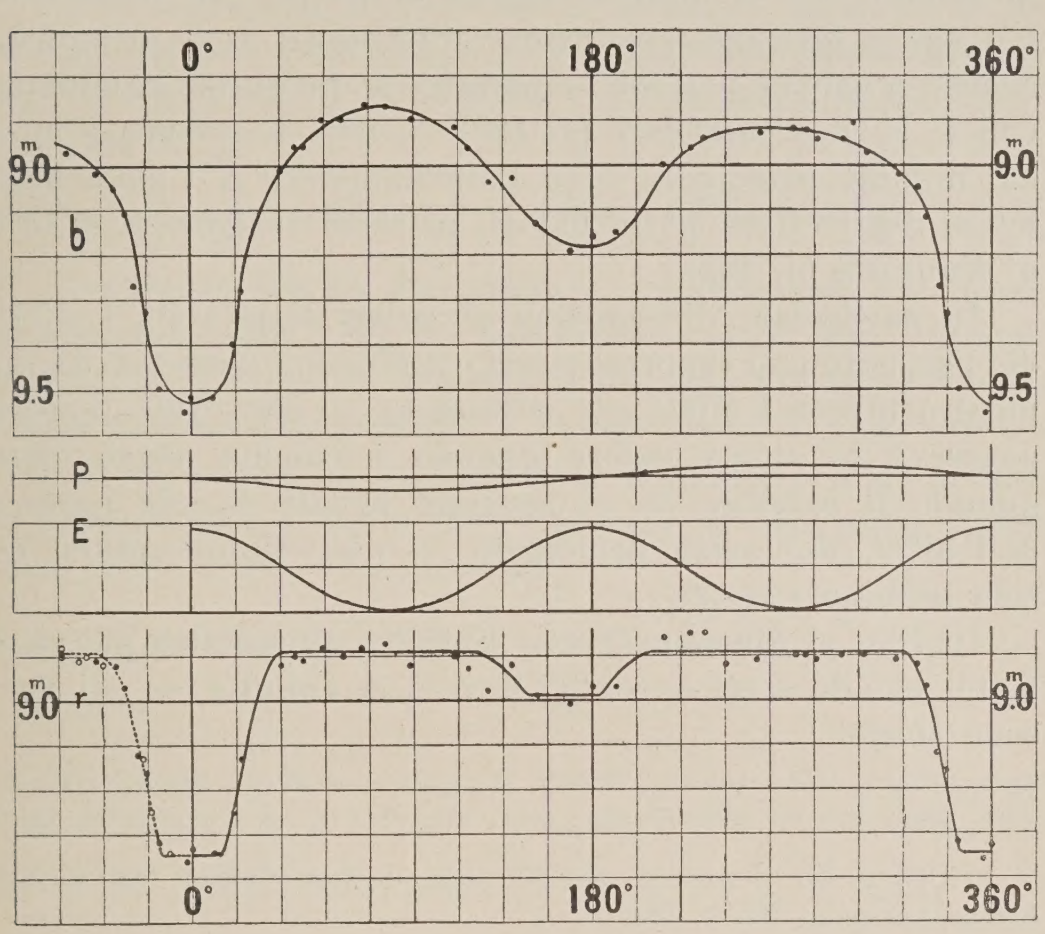


Fig. 224.

Correzione della curva di luce di *W Crucis*.

b = curva risultante dalle osservazioni; *r* = curva corretta; *P* = correzione per l'effetto del periastro; *E* = correzione per l'effetto ellissoidico (SCHILLER).

raggiunge la minima distanza dal principale, si ha un lieve aumento nell'intensità luminosa del sistema a causa della mutua eccitazione tra i due astri;

2) *L'effetto di fase, od effetto di riflessione*, dovuto al fatto che il satellite non solo emette luce propria — generalmente debole — ma riflette anche la luce dell'astro principale, onde la faccia rivolta verso di noi presenta in realtà una fase, sia pure con splendore poco sensibile.

3) *L'effetto ellissoidico*, che è il più importante, e che è dovuto al fatto che i due astri non sono mai esattamente sferici, ma sempre, più o meno, ellissoidici.

Ciò posto, come è ovvio, tutti questi effetti variano periodicamente con un periodo eguale al tempo che il satellite impiega a fare una rivoluzione intorno all'astro principale e cioè eguale al periodo fotometrico P. Se quindi chiamiamo con φ la *fase angolare* (n. 188) — che conteremo sempre dal minimo principale — ed indichiamo con K l'ammontare totale degli effetti perturbatori, potremo svolgere K in serie di FOURIER (n. 192).

In particolare, limitandoci ai primi termini [1], l'effetto del periastro può rappresentarsi col binomio $\alpha \cos \varphi + \beta \sin \varphi$, mentre invece l'effetto di riflessione — che evidentemente conserva lo stesso valore quando φ cambia segno, ossia quando il satellite ha elongazioni eguali da una parte, o dall'altra, dell'astro principale — può rappresentarsi col solo termine $\gamma \cos \varphi$.

In fine si dimostra [2] che l'effetto ellissoidico può assumersi eguale a $c(1 - \cos 2\varphi)$ dove c si annulla se gli astri sono sferici.

---

[1] Cfr. p. es. SCHILLER, *Einführung in das studium der veränd. Sterne*, (Leipzig, Barth, 1923).

[2] Indichiamo con q_1 e p_1, il semiasse equatoriale e il semiasse polare dell'astro S_1, supponendo che esso abbia la forma di un ellissoide allungato ($p_1 > q_1$). Ogni sezione meridiana di S_1 sarà allora un'ellisse avente per semiasse maggiore p_1, per semiasse minore q_1, e per area $A_1 = \pi p_1 q_1 = \pi p_1^2 \sqrt{1 - \varepsilon^2}$ dove ε indica l'eccentricità. Analogamente, se supponiamo per semplicità che l'astro S_2 abbia forma simile ad S_1 e chiamiamo con q_2 e p_2 i suoi semiassi equatoriale e polare, l'area di ogni sezione meridiana di S_2 sarà $A_2 = \pi p_2^2 \sqrt{1 - \varepsilon^2}$.

Ponendo allora per brevità

$$Z = \varepsilon^2 \sin^2 i \tag{1}$$

si trova che, nella fase φ, l'area apparente e quindi l'intensità luminosa l del sistema è eguale all'intensità luminosa che si avrebbe nel caso di astri sferici, moltiplicata per $\sqrt{1 - Z \cos^2 \varphi} = \sqrt{1 - \frac{Z}{2} - \frac{Z \cos 2\varphi}{2}}$.

Ponendo allora, per semplicità, $\beta + \gamma = b$, avremo per l'effetto totale K:

$$K = a \cos \varphi + b \sin \varphi + c(1 - \cos 2\varphi). \tag{499}$$

In conseguenza, se indichiamo con y_i l'ordinata di un punto qualsiasi della curva di luce corrispondente alla fase angolare φ_i e con Y_i l'ordinata corretta dagli effetti nominati, avremo:

$$Y_i = y_i - a \cos \varphi_i - b \sin \varphi_i - c(1 - \cos 2\varphi). \tag{500}$$

Cerchiamo ora di determinare i coefficienti che compaiono nella (499). A tal fine osserviamo che, se non vi fossero gli effetti perturbatori, la curva di luce *fuori eclisse* dovrebbe essere una retta orizzontale e quindi l'ordinata corretta dovrebbe ivi ridursi ad una costante incognita λ. Vale a dire, se chiamiamo con φ_h la fase angolare in un istante qualsiasi *fuori eclisse*, dovremo avere:

$$y_h - a \cos \varphi_h - b \sin \varphi_h - c(1 - \cos 2\varphi_h) - \lambda = 0, \tag{501}$$

In conseguenza, secondo la legge di Pogson, l'incremento μ della grandezza fotometrica m, dovuto alla forma ellissoidica dei due astri, sarà:

$$\mu = -2{,}5 \log \sqrt{1 - Z \cos^2 \varphi} = -1{,}25 \log \left[1 - \frac{Z}{2} - \frac{Z \cos 2\varphi}{2}\right] \tag{2}$$

dove i logaritmi sono sempre a base decimale.

Supponiamo ora che i due astri abbiano forma prossima a quella sferica e quindi che ε e Z siano quantità piccole.

Ricordando il noto sviluppo in serie:

$$\log_{10}(1 + x) = 0{,}43429 \log_e (1 + x) = 0{,}43429 \left[x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \dots\right] \tag{3}$$

e trascurando le potenze di Z superiori alla prima, la (2) diviene:

$$\mu = c(1 - \cos 2\varphi) \tag{4}$$

dove, per brevità, abbiamo posto:

$$c = 0{,}27 Z = 0{,}27 \varepsilon^2 \sin^2 i. \tag{5}$$

Si comprende quindi che, dopo aver trovato il valore di c con la (501) e dopo calcolato l'inclinazione dell'orbita i, si possa ricavare facilmente con la (5) l'eccentricità ε e quindi la forma dei due astri S_1 ed S_2.

Prendendo allora n punti fuori eclisse ($n \geq 4$) avremo n equazioni analoghe alla (501) in cui compariranno le quattro costanti incognite a, b, c, λ. Risolvendole col metodo dei minimi quadrati, otterremo a, b, c, λ e quindi la (500) ci permetterà di passare da ogni punto della curva osservata al punto corrispondente della curva corretta.

269. Distanza angolare ed area occultata. Eseguite le correzioni della curva di luce, noi ci riduciamo al caso ideale di astri sferici con orbita circolare. In conseguenza, avendo preso per unità la distanza media a, l'orbita descritta dal satellite intorno all'astro principale si proietterà in un'ellisse col *centro* nell'astro principale stesso, col semiasse maggiore disposto lungo la linea dei nodi ed eguale ad 1 e l'asse minore eguale a $\cos i$.

Ora, nell'istante medio del minimo principale o secondario, essendo minima la distanza apparente tra i due astri, il satellite si troverà ad un estremo dell'asse minore. In conseguenza, se contiamo la fase angolare φ dall'istante medio del minimo principale, un facile calcolo [1] mostra che la distanza apparente ρ tra i centri dei due astri, sarà legata a φ dalla relazione:

$$\rho^2 = \sin^2\varphi + \cos^2 i \cos^2\varphi = \sin^2\varphi(\cos^2 i + \sin^2 i) + \cos^2 i \cos^2\varphi = \cos^2 i + \sin^2 i \sin^2\varphi. \tag{502}$$

---

[1] Infatti prendiamo come asse delle x la linea dei nodi e come asse y il diametro ortogonale nel piano dell'orbita e cioè quel diametro del cerchio che si proietta sull'asse minore dell'orbita apparente. Allora, essendo l'orbita circolare con raggio eguale all'unità, si ha immediatamente: $x = \sin\varphi$; $y = \cos\varphi$.

Ciò posto, chiamiamo con ξ ed η le coordinate del punto S' proiezione del satellite sul piano tangente alla sfera celeste. Poichè i segmenti paralleli alla linea dei nodi vengono proiettati in vera grandezza, mentre i segmenti ad essa ortogonali vengono moltiplicati per $\cos i$, avremo:

$$\xi = x = \sin\varphi; \quad \eta = y \cos i \sin\varphi.$$

In conseguenza risulta:

$$\rho^2 = \xi^2 + \eta^2 = \sin^2\varphi + \cos^2 i \cos^2\varphi. \tag{1}$$

Ciò posto, chiamiamo con R_1 il raggio dell'astro maggiore — sia, o no, il più luminoso o principale — e con R_2 il raggio dell'astro minore ed indichiamo con k ($k \leq 1$) il rapporto $R_2 : R_1$. È ovvio che se, in un istante qualsiasi, si ha $\rho < R_2 + R_1$, i due dischi appariranno parzialmente sovrapposti e cioè avrà luogo un'eclisse.

Supponiamo allora di trovarci in questo caso ed indichiamo con σ l'area occultata — e cioè l'area comune ai due dischi — e con α il rapporto $\sigma : \pi R_2^2$ e cioè il rapporto tra σ e l'area del disco minore: chiameremo α col nome di *coefficiente di occultazione*. È evidente che, se R_1, R_2, ρ, vengono moltiplicati per un numero qualsiasi λ, l'area σ verrà moltiplicata per λ^2 e quindi α resterà inalterata. In conseguenza il coefficiente di occultazione α dipenderà soltanto dal rapporto $R_2 : R_1 = k$ e dal rapporto $\rho : R_1$ onde, in simboli analitici, potremo scrivere:

$$\alpha = f\left(k, \frac{\rho}{R_1}\right) \tag{503}$$

da cui invertendo abbiamo:

$$\frac{\rho}{R_1} = F(k, \alpha). \tag{504}$$

Ora, data la distanza ρ tra i centri dei due dischi e dati i loro raggi R_1 ed R_2, la Geometria insegna [1] a calcolare

---

[1] Siano O_1 ed O_2 i centri dei due dischi, R_1 ed R_2 i loro raggi, AB la loro corda comune, $2\vartheta_1$ l'angolo AO_1B e $2\vartheta_2$ l'angolo AO_2B. Abbiamo subito, essendo $2c$ la lunghezza della corda AB e chiamando con ρ la distanza dei centri:

$$c = R_1 \sin \vartheta_1 = R_2 \sin \vartheta_2 \tag{1}$$

$$\rho = R_1 \cos \vartheta_1 + R_2 \cos \vartheta_2. \tag{2}$$

Dalla (1) ricaviamo:

$$\cos \vartheta_2 = \sqrt{1 - \sin^2 \vartheta_2} = \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \vartheta_1}{k^2}} \tag{3}$$

onde la (2) diviene:

$$\frac{\rho}{R_1} = \cos \vartheta_1 + k \cos \vartheta_2 = \cos \vartheta_1 + \sqrt{k^2 - \sin^2 \vartheta_1} = \\ = \cos \vartheta_1 + \sqrt{k^2 + \cos^2 \vartheta_1 - 1} \tag{4}$$

dove, al solito, $k (k < 1)$ indica il rapporto $R_2 : R_1$,

l'area σ (bisegmento) ad essi comune. Potremo dunque costruire una tabella che ci dia $\frac{\rho}{R_1}$ in funzione di k e di α. Soltanto, invece di determinare il rapporto $\rho : R_1$, torna più utile nella pratica di determinare un coefficiente p legato al primo [1] dall'equazione:

$$\frac{\rho}{R_1} = 1 + kp \tag{505}$$

la quale mostra che se *p è maggiore di 1 i due cerchi sono esterni, se è eguale ad 1 si toccano esternamente, se minore di 1 si tagliano* [2].

Il RUSSELL ha eseguito questi calcoli e noi riportiamo un estratto dei suoi risultati nella seguente [3]:

Ciò posto, disegnando la figura, risulta evidente che l'area σ comune ai due cerchi è eguale all'area del settore avente per centro O_1 aumentata dell'area del settore avente per centro O_2 e diminuita dell'area del quadrilatero O_1AO_2B. Ora le prime due aree sono eguali rispettivamente a $R_1^2\vartheta_1$ ed a $R_2^2\vartheta_2$, mentre la terza è eguale al prodotto $\rho c = \rho R_1 \operatorname{sen} \vartheta_1$.

Abbiamo dunque:

$$\sigma = R_1^2\vartheta_1 + R_2^2\vartheta_2 - \rho R_1 \sin \vartheta_1 . \tag{5}$$

Ciò posto, conoscendo R_1, R_2, ρ, la (4) ci permette di calcolare l'angolo ϑ_1, quindi la (1) dà ϑ_2, ed allora la (5) dà l'area σ comune ai due cerchi. Non resta che dividere σ per il prodotto πR_2^2 onde avere il coefficiente di occultazione α.

(1) Dalla (505) si ha subito:

$$p = \frac{\rho - R_1}{kR_1} = \frac{\rho - R_1}{R_2}$$

da cui risulta che p può interpretarsi come il rapporto tra la distanza $\rho - R_1$ del centro del cerchio minore dalla circonferenza del maggiore ed il raggio R_2 del cerchio minore.

(2) Infatti se si ha $p > 1$ risulta $\rho > R_1 + R_2$; se si ha $p = 1$ risulta $\rho = R_1 + R_2$ e si ha $p < 1$ risulta $\rho < R_1 + R_2$.

(3) Per più estese tabelle cfr. RUSSELL, mem. citata in « Astroph. Journ. », Vol. XXXV. Cfr. anche SCHILLER, *Einführung in das Studium der Veränderlichen Sterne*, (Leipzig, Barth, 1923), pag. 371 e ss. e *Handbuch der Astrophysik*, Bd. VI.2, pag. 420 e ss.

TABELLA I

VALORI DI p IN FUNZIONE DI α E DI k.

α	$k = 0,0$	0,2	0,4	0.6	0,8	1,0
0,0	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
0,1	0,687	0,670	0,653	0,638	0,624	0,610
0,2	0,492	0,469	0,443	0,419	0,398	0,374
0,3	0,321	0,288	0,258	0,230	0,200	0,168
0,4	0,159	0,126	0,094	0,059	0,024	— 0,015
0,5	0,000	— 0,034	— 0,067	— 0,103	— 0,145	— 0,194
0,6	— 0,159	— 0,192	— 0,226	— 0,263	— 0,306	— 0,364
0,7	— 0,321	— 0,350	— 0,383	— 0,420	— 0,465	— 0,528
0,8	— 0,492	— 0,517	— 0,546	— 0,580	— 0,622	— 0,686
0,9	— 0,687	— 0,705	— 0,725	— 0,749	— 0,783	— 0,843
1,0	— 1,000	— 1,000	— 1,000	— 1,000	— 1,000	— 1,000

270. La « Regola delle tre fasi » di Russell. Supponiamo ora che durante la fase angolare φ vi sia eclisse e sia α il corrispondente coefficiente di occultazione. Avremo dalla (502) e dalla (504):

$$\cos^2 i + \sin^2 i \sin^2 \varphi = R_1^2 F^2(k, \alpha). \tag{506}$$

Analogamente, se chiamiamo con φ' e φ'' altre due fasi e con α' ed α'' i rispettivi coefficienti di occultazione, sarà:

$$\cos^2 i + \sin^2 i \sin^2 \varphi' = R_1^2 F^2(k, \alpha') \tag{507}$$

$$\cos^2 i + \sin^2 i \sin^2 \varphi'' = R_1^2 F^2(k, \alpha''). \tag{508}$$

Sottraendo ora la (507) dalla (506) e la (508) dalla (507) e dividendo tra loro le differenze ottenute, l'angolo i ed il raggio R_1 si eliminano e risulta:

$$\frac{\sin^2 \varphi - \sin^2 \varphi'}{\sin^2 \varphi' - \sin^2 \varphi''} = \frac{F^2(k, \alpha) - F^2(k, \alpha')}{F^2(k, \alpha') - F^2(k, \alpha'')}. \tag{509}$$

Questa equazione esprime un importante teorema del RUSSELL, che chiameremo col nome di « *Regola delle tre fasi* » e che può enunciarsi dicendo che *il rapporto tra le differenze dei quadrati dei seni corrispondenti a tre fasi qual-*

siansi di un' eclisse, dipende soltanto dai rispettivi coefficienti di occultazione e dal rapporto k *dei raggi, mentre è indipendente dall' inclinazione dell' orbita.*

271. Applicazioni della « Regola delle tre fasi ». La « Regola delle tre fasi » trova importanti applicazioni, sia nel caso delle variabili ad eclissi anulari e totali (*U Cephei*), sia nel caso di variabili ad eclissi parziali (*Algol*). Facciamone un rapido esame.

1) *Variabili ad eclissi anulari e totali.* In questo caso, durante i minimi, l' astro minore si proietta interamente sul disco del maggiore, oppure si trova dietro l' astro maggiore ed è totalmente eclissato; si ha quindi sempre $\alpha = 1$. Scegliamo allora, col RUSSELL, $\alpha' = 0{,}6$ ed $\alpha'' = 0{,}9$ riducendo così il secondo membro della (509) ad una funzione ψ di due sole variabili: k ed α.

Eseguendo i calcoli numerici, otteniamo la seguente

TABELLA II

VALORI DI ψ IN FUNZIONE DI k ED α.

α	$k = 0{,}0$	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
0,0	2,199	2,755	3,503	4,556	6,200	9,464
0,1	1,603	1,934	2,358	2,960	3.895	5,759
0,2	1,235	1,453	1,726	2,110	2,712	3,906
0,3	0,911	1,039	1,205	1,443	1,803	2,522
0,4	0,604	0,675	0,770	0,894	1,087	1,490
0,5	0,302	0,331	0,370	0,418	0,491	0,648
0,6	0,000	0,000	0 000	0,000	0,000	0,000
0,7	— 0,306	— 0,320	— 0·344	— 0,369	— 0,408	— 0,480
0,8	— 0,632	— 0,647	— 0·670	— 0,700	— 0,738	— 0,805
0,9	— 1,000	— 1,000	— 1·000	— 1,000	— 1,000	— 1,000
1,0	— 1,596	— 1,525	— 1·445	— 1,354	— 1,231	— 1,065

da cui — come del resto indica la (509) — risulta che ψ è sempre nulla per $\alpha = 0{,}6$ ed è sempre eguale a -1 per $\alpha = 0{,}9$.

Ciò posto, risolvendo la (509) rispetto a $\sin^2 \varphi$, otteniamo:

$$\sin^2 \varphi = \sin^2 \varphi_{(0,6)} + [\sin^2 \varphi_{(0,6)} - \sin^2 \varphi_{(0,9)}]\psi(k, \alpha) \tag{510}$$

dove $\varphi_{(0,6)}$ e $\varphi_{(0,9)}$ sono le fasi corrispondenti ad $\alpha = 0{,}6$ e ad

$\alpha = 0{,}9$ e dove il valore numerico di ψ può ricavarsi dalla stessa Tabella II.

2) *Variabili ad eclissi parziali.* In questo caso l'astro minore non si proietta giammai interamente sul maggiore e non viene mai totalmente eclissato, onde α si conserva *sempre inferiore all'unità.* Sia α_0 il valore massimo che α raggiunge — e che corrisponde all'istante medio dei minimi e cioè a $\varphi = 0$ ed a $\varphi = \pi$ — e sia $\alpha_0 n$ $(n < 1)$ il valore di α in corrispondenza ad una fase qualsiasi $\varphi_{(n)}$. La (510) ci dà allora:

$$\sin^2 \varphi_{(n)} = \sin^2 \varphi_{(0,6)} + [\sin^2 \varphi_{(0,6)} - \sin^2 \varphi_{(0,9)}]\psi(k, \alpha_0 n). \tag{511}$$

In particolare, nell'istante del minimo principale si ha $\varphi_{(n)} = 0$ ed $\alpha = \alpha_0$ da cui risulta $n = 1$, onde la (511) diviene:

$$0 = \sin^2 \varphi_{(0,6)} + [\sin^2 \varphi_{(0,6)} - \sin^2 \varphi_{(0,9)}]\psi(k, \alpha_0) \tag{512}$$

che, sottratta dalla precedente, ci dà:

$$\sin^2 \varphi_{(n)} = [\sin^2 \varphi_{(0,6)} - \sin^2 \varphi_{(0,9)}][\psi(k, \alpha_0 n) - \psi(k, \alpha_0)]. \tag{513}$$

Ciò posto, consideriamo l'istante in cui l'area occultata è eguale a $0{,}50\alpha_0$, e cioè l'istante in cui si ha $n = 0{,}5$. La (513) diviene allora:

$$\sin^2 \varphi_{(0,5)} = [\sin^2 \varphi_{(0,6)} - \sin^2 \varphi_{(0,9)}][\psi(k; 0{,}50\alpha_0) - \psi(k, \alpha_0)] \tag{514}$$

onde, dividendo le due ultime equazioni, otteniamo:

$$\frac{\sin^2 \varphi_{(n)}}{\sin^2 \varphi_{(0,5)}} = \chi(k, \alpha_0, n) \tag{515}$$

dove χ è una funzione delle sole variabili k, α_0, n.

Ci siamo così ricondotti ad un'equazione analoga alla (510); soltanto, mentre nel caso di eclissi anulari e totali comparivano due sole variabili, ora ne compaiono tre: k, α_0, n.

Il Russell, con calcoli numerici, ha poi trovato che con molta approssimazione si può porre:

$$\chi(k, \alpha_0, n) = \omega_1(n) + \omega_2(n)\chi(k, \alpha_0; n = 0{,}25) \tag{516}$$

onde la χ diviene conosciuta quando siano note le tre fun

zioni $\omega_1(n)$, $\omega_2(n)$ e $\chi(k, \alpha_0; n = 0{,}25)$. A tale scopo riportiamo le seguenti tabelle, dovute allo stesso RUSSELL:

TABELLA III

VALORI DI $\omega_1(n)$ E DI $\omega_2(n)$.

n	$\omega_1(n)$	$\omega_2(n)$	n	$\omega_1(n)$	$\omega_2(n)$
0,00	— 3,940	4,100	0,50	1,000	0,000
0,10	— 1,450	2,210	0,60	1,095	— 0,190
0,20	— 0,399	1,330	0,70	1,046	— 0,285
0,25	0,000	1,000	0,80	0,846	— 0,285
0,30	0,316	0,720	0,90	0,503	— 0,191
0,40	0,758	0,295	1,00	0,000	0,000

TABELLA IV

VALORI DELLA FUNZIONE $\chi(k, \alpha_0; n = 0{,}25)$.

α_0	$k = 0{,}0$	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
0,0	1,630	1,630	1,630	1,630	1,630	1,630
0,2	1,608	1,635	1,655	1,675	1,687	1,693
0,4	1,584	1,629	1,669	1,700	1,732	1,772
0,6	1,551	1,620	1,677	1,734	1,799	1,887
0,8	1,510	1,589	1,665	1,763	1,890	2,054
1,0	1,407	1,491	1,596	1,756	2,010	2,462

§ 3. - IL METODO DI RUSSELL PER IL CALCOLO DELL' ORBITA FOTOMETRICA

272. Il problema di Russell. Nella sua citata memoria [1], il RUSSELL si propone il seguente problema:

« *Due stelle sferiche S_1 ed S_2, con dischi uniformemente luminosi, ruotano una intorno all' altra in un' orbita circolare il cui raggio assumiamo eguale all' unità di lunghezza e si eclissano scambievolmente. Conoscendo la curva di luce, si domanda di trovare i diametri dei due astri, il rapporto delle*

---

[1] Cfr. RUSSELL, mem. cit., in « Astroph. Journ. », Vol. XXXV.

loro intensità luminose L_1 ed L_2 e l'inclinazione i del piano dell'orbita ».

Notiamo che il RUSSELL ha risolto il problema anche per astri ellissoidici o per dischi non uniformemente luminosi [1]; ma noi ci limiteremo al caso più semplice, giacchè la questione riguarda la Teoria delle Orbite piuttosto che l'Astronomia Siderale.

Notiamo pure che il metodo di RUSSELL presenta il grandissimo vantaggio di far intervenire, nel calcolo, *tutte* le osservazioni, ciò che conduce ad una maggiore esattezza dei risultati.

Ciò posto, per entrare in argomento, poichè — essendo incognita la parallasse — si può trovare soltanto il rapporto delle intensità luminose L_1 ed L_2, fissiamo l'unità di luce in modo da avere $L_1 + L_2 = 1$.

Allora, se indichiamo con M la grandezza stellare del sistema quando non vi è eclisse, con m la grandezza del sistema in una fase qualsiasi φ durante l'eclisse e con l la corrispondente intensità luminosa, avremo immediatamente [2]:

$$\log l = 0{,}4(M - m). \tag{517}$$

Ora è facile trovare una relazione tra l ed il coefficiente di occultazione α. Infatti *se è eclissato l'astro minore S_2*, si ha ovviamente:

$$l = L_1 + (1 - \alpha)L_2 = 1 - \alpha L_2. \tag{518}$$

Se invece è eclissato l'astro maggiore S_1 — poichè l'area coperta è $\sigma = \pi R_2^2 \alpha = \pi R_1^2 k^2 \alpha$ e cioè è eguale alla fra-

---

[1] Cfr. RUSSELL, mem. cit., in « Astroph. Journ. », Vol. XXXVI; SHAPLEY, mem. cit. id. id.

[2] Infatti per la legge di POGSON si ha:

$$M - m = 2{,}5 \log \frac{l}{L_1 + L_2}$$

da cui, ponendo $L_1 + L_2 = 1$, si ricava immediatamente la (517). Notiamo che, essendo $m > M$, risulta sempre $l < 1$.

zione $k^2\alpha$ dell'area πR_1^2, del disco maggiore — risulta subito:

$$l = L_1(1 - \alpha k^2) + L_2 = 1 - \alpha k^2 L_1. \tag{519}$$

Premesse queste considerazioni, passiamo alla soluzione del problema che ci occupa.

273. Sistemi con eclissi anulari e totali. In questo caso, che è il più semplice, l'orbita fotometrica si calcola nel modo seguente:

1) Si corregge la curva di luce (n. 268), in modo da ridurci al caso di astri esattamente sferici con orbita circolare.

2) Servendoci della (517) si passa dalle grandezze m alle intensità luminose l ed analogamente si passa dai tempi t alle *fasi angolari* φ (n. 188) con la nota relazione:

$$\varphi = \frac{360^\circ(t - t_p)}{P} \tag{520}$$

dove t_p indica l'istante medio del minimo *principale* e P il periodo. In tal modo la curva di luce avrà per ascisse le fasi angolari φ e per ordinate le intensità luminose l.

Indichiamo ora con l_p l'intensità luminosa dell'astro al minimo principale e poniamo $\lambda_p = 1 - l_p$. In altre parole, poichè fuori eclisse l'intensità luminosa è eguale ad 1, chiamiamo con λ_p la perdita di luce subita dall'astro al minimo principale [1].

Ciò posto, dividiamo λ_p p. es. in dieci parti eguali e disegnamo tante rette parallele alle ascisse aventi per ordinate:

$$1 - 0{,}1\lambda_p;\quad 1 - 0{,}2\lambda_p;\quad 1 - 0{,}3\lambda_p; \ldots 1 - 0{,}9\lambda_p,$$

e siano $A_{(0,1)}$, $A_{(0,2)}$, $A_{(0,3)} \ldots A_{(0,9)}$ i punti in cui queste parallele tagliano il tratto ascendente del minimo e cioè quel tratto ascendente della curva di luce che va dalla fine dell'eclisse anulare, o totale, alla fine dell'eclisse generale.

---

[1] È evidente che un identico procedimento potrebbe applicarsi al minimo secondario, ma in pratica si preferisce il minimo principale poichè risulta più esattamente conosciuto dalle osservazioni.

Indichiamo ora con $\varphi_{(0,1)}$; $\varphi_{(0,2)}$; ... $\varphi_{(0,9)}$ le ascisse dei punti $A_{(0,1)}$ $A_{(0,2)}$ ... $A_{(0,9)}$ — e cioè le fasi angolari in cui l'astro raggiunge l'intensità luminosa $1 - 0{,}1\lambda_p$; $1 - 0{,}2\lambda_p$; ... $1 - 0{,}9\lambda_p$, e chiamiamo pure con $\varphi_{(0,0)}$ e $\varphi_{(1,0)}$ le fasi in cui l'astro raggiunge le intensità $1 - 0{,}0\lambda_p = 1$ ed $1 - 1{,}0\lambda_p = l_p$ e cioè le ascisse dei punti in cui termina ed in cui s'inizia il tratto ascendente del minimo. È evidente che $\varphi_{(0,0)}$; $\varphi_{(0,1)}$ ecc. risultano tutte conosciute dal disegno, o possono trovarsi aritmeticamente dalle osservazioni.

Ciò posto notiamo che, durante il tratto ascendente del minimo, il coefficiente di occultazione α decresce da 1 a 0, mentre la (518) e la (519) ci dicono che — qualunque dei due astri sia eclissato — l'intensità luminosa l è sempre funzione lineare di α.

Possiamo dunque concludere che *in corrispondenza alle fasi angolari*

$$\varphi_{(0,0)}; \quad \varphi_{(0,1)}; \quad \varphi_{(0,2)}; \ldots \varphi_{(0,9)}; \quad \varphi_{(1,0)}$$

date dalla curva di luce, il coefficiente di occultazione α assume i valori:

$$0{,}0; \quad 0{,}1; \quad 0{,}2; \ldots 0{,}9; \quad 1{,}0.$$

3) Poniamo ora $\varphi = \varphi_{(0,0)}$ ed $\alpha = 0{,}0$ nella (510). Avremo subito:

$$\psi(k;\ \alpha = 0{,}0) = \frac{\sin^2 \varphi_{(0,0)} - \sin^2 \varphi_{(0,6)}}{\sin^2 \varphi_{(0,6)} - \sin^2 \varphi_{(0,9)}} \tag{521}$$

dove il secondo membro è perfettamente conosciuto, essendo note tutte le φ. In conseguenza, sarà noto anche il valore di ψ onde, servendoci della Tabella II (n. 271) — e precisamente dell'orizzontale corrispondente ad $\alpha = 0{,}0$ — troveremo il valore di k.

Analogamente ponendo $\varphi = \varphi_{(0,1)}$ ed $\alpha = 0{,}1$ otterremo un secondo valore di k; ponendo $\varphi = \varphi_{(0,2)}$ ed $\alpha = 0{,}2$ otterremo un terzo valore di k, ecc.; in altre parole, ogni fase angolare osservata durante l'eclisse ci darà un valore di k, eccezione fatta delle fasi $\varphi_{(0,6)}$ e $\varphi_{(0,9)}$.

Teoricamente tutti questi valori di k dovrebbero coincidere; in realtà, poichè le osservazioni non sono mai com-

pletamente esatte ecc., essi risultano un poco diversi tra loro [1], onde occorre eseguire la media dei risultati.

In pratica, il calcolo si dispone come nell'esempio seguente che togliamo dallo SCHILLER [2] e che si riferisce alla variabile *W Crucis*. Sarà inutile aggiungere che la tabella riguarda il ramo ascendente del minimo principale, in cui la grandezza m della variabile va da 9,35 fino al valore normale 8,89:

m	l	α	φ	$\psi(k,\alpha)$	k
9,35	0,658	1,0	14°	— 1,40	0,5
9,29	0,692	0,9	17°	— 1,00	—
9,24	0,726	0,8	19°	— 0,69	0,5
9,14	0,795	0,6	23°	0,00	—
9,05	0,863	0,4	27°	0,75	0,3
8,97	0,932	0,2	31°	1,54	0,3
8,89	1,000	0,0	43°	3,98	0,5

Eseguendo la media, si ha $k = 0{,}4$.

4) Determinato il valore di k si passa alla determinazione dei raggi R_1 ed R_2 dei due astri e dell'inclinazione i del piano dell'orbita.

A tal fine, consideriamo l'istante — corrispondente alla fase angolare $\varphi_{(1,0)}$ — in cui l'intensità luminosa comincia a crescere; vale a dire l'istante in cui cessa l'anularità, o totalità, dell'eclisse. È chiaro che allora i due dischi sono tangenti *internamente*, onde la distanza ρ dei centri risulta eguale a $R_1 - R_2 = R_1(1 - k)$. La (502) diviene dunque:

$$R_1^2(1-k)^2 = \cos^2 i + \sin^2 i \sin^2 \varphi_{(1,0)}, \tag{522}$$

Analogamente la fase $\varphi_{(0,0)}$ corrisponde alla fine del-

---

[1] Notiamo che una forte divergenza tra i valori di k indicherebbe che i dischi non sono uniformemente luminosi, oppure che sono errati i valori delle fasi $\varphi_{(0,9)}$, $\varphi_{(0,6)}$ che compariscono al denominatore nella (521).

[2] Cfr. SCHILLER, Op. cit. Altri esempi relativi a *W Delphini*, *W Ursae Maioris* ed alla stessa *W Crucis* sono dati dal RUSSELL nella citata memoria in « Astroph. Journ. », Vol. XXXVI; per una completa ed estesa trattazione pratica cfr. anche K. WALTER, *Der Veränderliche W Ursae Maioris*, in « Astr. Beobacht. Univers. Sternw. zu Könisberg », Abt. 45-I (1929).

l'eclisse generale e cioè all'istante in cui i due dischi sono tangenti *esternamente*; si ha allora dalla stessa (502):

$$R_1(1+k)^2 = \cos^2 i + \sin^2 i \sin^2 \varphi_{(0,0)}. \tag{523}$$

Dividendo la (523) per la (522), otteniamo:

$$\left(\frac{1+k}{1-k}\right)^2 = \frac{1+\operatorname{tg}^2 i \sin^2 \varphi_{(0,0)}}{1+\operatorname{tg}^2 i \sin^2 \varphi_{(1,0)}} \tag{524}$$

equazione in cui compare la sola incognita $\operatorname{tg}^2 i$ e da cui quindi si deduce immediatamente l'angolo i, tranne il segno che resta sconosciuto. Dopo di ciò la (522), o la (523), dà R_1 e quindi si ha $R_2 = kR_1$.

Osserviamo però che — ed è questo uno dei pregi del motodo di RUSSELL — ogni altro punto della curva di luce, durante l'eclisse, può servire alla determinazione di i e di R_1, come può servire alla determinazione di k.

Per vederlo, prendiamo una fase qualsiasi $\varphi = \varphi_h$ e sia $\alpha = \alpha_h$ il corrispondente valore di α, dedotto dalla curva. Allora, essendo k conosciuta ed essendo $\alpha = \alpha_h$, la Tabella I (n. 269) ci dà il corrispondente valore di p che chiameremo p_h. Ciò, posto, dalla (502) e dalla (505), abbiamo:

$$R_1^2(1+kp_h)^2 = \cos^2 i + \sin^2 i \sin^2 \varphi_h \tag{525}$$

equazione in cui compaiono le due sole incognite R_1 ed i. Analogamente ogni altra fase ci dà un'altra equazione tra le stesse due incognite, che possono quindi ricavarsi con maggiore esattezza.

Per es. nel caso di *W Crucis*, essendo $k = 0{,}4$, si ha:

$$1+k = 1{,}4; \quad 1-k = 0{,}6; \quad \varphi_{(0,0)} = 43^\circ; \quad \varphi_{(1,0)} = 14^\circ;$$

onde la (524) diviene:

$$5{,}4 = \frac{1+0{,}46 \operatorname{tg}^2 i}{1+0{,}06 \operatorname{tg}^2 i}$$

da cui si ricava: $\operatorname{tg}^2 i = 30$; $\operatorname{tg} i = \pm 5{,}5$; $i = \pm 80^\circ$.

In conseguenza la (522) diviene:

$$0{,}36 R_1^2 = 0{,}03 + 0{,}96 \cdot 0{,}06$$

donde ricaviamo $R_1 = 0{,}5$ e quindi $R_2 = kR_1 = 0{,}2$. Avvertiamo che, in pratica, è inutile ricorrere a molte cifre decimali, giacchè le osservazioni fotometriche non sono mai esatte, almeno se non si fa uso di fotometri fotoelettrici.

5) Resta ora da calcolare le intensità luminose L_1 ed L_2 dei due astri ed, a tale scopo, occorre anzi tutto precisare quale di essi sia eclissato durante il minimo principale. Per giungere al risultato, opereremo nel modo seguente.

Supponiamo p. es. che il minimo principale sia dovuto all'eclisse dell'astro maggiore S_1, eclisse che sarà certamente anulare. Allora il minimo secondario sarà prodotto dall'eclisse dell'astro minore S_2 (eclisse totale) e quindi — chiamando con l_p ed l_s le intensità luminose durante i due minimi ed essendo $\alpha = 1$ durante la fase di totalità e di anularità — la (518) e la (519) ci daranno:

$$l_s = 1 - L_2 = L_1 \tag{526}$$

$$l_p = 1 - k^2 L_1 \tag{527}$$

da cui si deduce:

$$k^2 = \frac{1 - l_p}{l_s}. \tag{528}$$

Se invece il minimo principale fosse dovuto all'eclisse di S_2 ed il minimo secondario a quella di S_1, le stesse equazioni (518) e (519) darebbero:

$$l_p = 1 - L_2 = L_1 \tag{529}$$

$$l_s = 1 - k^2 L_1 \tag{530}$$

da cui si ricaverebbe:

$$k^2 = \frac{1 - l_s}{l_p}. \tag{531}$$

Ora noi conosciamo già il valore di k e possiamo quindi esaminare se esso soddisfa alla (528) oppure alla (531); siamo dunque in grado di decidere quale dei due casi si verifica. Ed allora, se avviene il primo caso, la (526), o la (527), ci daranno L_1 ed L_2; mentre invece, nel secondo caso, dovremo applicare la (529), o la (530).

Per es. per *W Crucis*, si ha $l_p = 0{,}658$ ed $l_s = 0{,}912$, mentre k è eguale a 0,4 circa. È evidente che k soddisfa alla (531) piuttosto che alla (528) onde si verifica il secondo caso: vale a dire, nel minimo *principale*, è eclissato totalmente l'astro *minore* S_2. Allora, applicando la (529), abbiamo subito: $L_1 = 0{,}658$; $L_2 = 0{,}342$.

Dobbiamo osservare, anche ora, che L_1 ed L_2 possono ricavarsi servendosi di ogni punto della curva di luce. Per es. supponiamo, per fissare le idee, che il minimo principale corrisponda all'eclisse dell'astro maggiore S_1 ed indichiamo con α_h il valore del coefficiente di occultazione corrispondente ad una fase angolare qualsiasi φ_h; sia l_h l'intensità luminosa dell'astro, dedotta dalle osservazioni fotometriche. La (519) ci dà allora:

$$l_h = 1 - \alpha_h k^2 L_1 \tag{532}$$

equazione in cui compare la sola incognita L_1, ecc.

274. Sistemi con eclissi parziali. Avvertiamo subito che la ricerca dell'orbita fotometrica, nel caso di sistemi ad eclissi parziali, si presenta più difficile poichè ora compare la nuova incognita α_0; inoltre il risultato presenta minore esattezza, giacchè appare necessaria la conoscenza del *minimo secondario* che spesso non può osservarsi rigorosamente, almeno con strumenti di modeste dimensioni. In ogni modo, il problema si risolve nel modo seguente:

1) Si corregge la curva di luce (n. 268) e si prendono per ascisse le fasi angolari φ e per ordinate le intensità luminose l, come abbiamo già fatto nel caso precedente (n. 273).

2) Indichiamo con α_0 il massimo valore del coefficiente di occultazione ($\alpha_0 < 1$) che corrisponde evidentemente a $\varphi = 0$ ed indichiamo pure con $\varphi_{(0,50)}$ e $\varphi_{(0,25)}$ le due fasi per cui α assume i valori $0{,}50\alpha_0$ e $0{,}25\alpha_0$; fasi che risultano note dalla curva di luce. La (515) diviene allora, ponendo $n = 0{,}25$:

$$\frac{\sin^2 \varphi_{(0,25)}}{\sin^2 \varphi_{(0,50)}} = \chi(k,\ \alpha_0;\ n = 0{,}25) \tag{533}$$

e quindi, poichè il primo membro è noto, il valore di χ risulta conosciuto. Abbiamo così trovato una prima equazione tra le due incognite α_0 e k.

Ciò posto chiamiamo, col RUSSELL, λ_1 e λ_2 i valori dell'intensità luminosa ai due minimi. Essendo allora $\alpha = \alpha_0$, avremo dalla (518) e dalla (519):

$$\lambda_1 = 1 - \alpha_0 L_2 \tag{534}$$

$$\lambda_2 = 1 - \alpha_0 k^2 L_1 \tag{535}$$

da cui si deduce, ricordando essere $L_1 + L_2 = 1$:

$$\alpha_0 = 1 - \lambda_1 + \frac{1 - \lambda_2}{k^2} \tag{536}$$

Ora la (533) e la (536) costituiscono appunto un sistema di due equazioni [1] tra le due incognite k ed α_0 onde, risolvendolo, si ottengono le incognite stesse. Ed in pratica, la soluzione può eseguirsi sia graficamente, come suggerisce il RUSSELL, sia con approssimazioni successive servendosi della Tabella IV (n. 271).

Per es. nel caso di *Algol* [1], dopo corretta la curva di

---

[1] Notiamo che, dato un valore qualsiasi di n ($n < 1$) e chiamando con $\varphi_{(n)}$ la rispettiva fase angolare a cui corrisponderà per α il valore $\alpha_0 n$, la (515) dà un'equazione tra le due incognite α_0 e k, onde sembra che potrebbe ottenersi la soluzione del problema anche senza ricorrere alla (536) la quale richiede la conoscenza dei due minimi. Ma il RUSSELL ha dimostrato (« Astroph. Journ. », Vol. XXXV, pag. 328) che, in pratica, occorrerebbero osservazioni di estrema precisione per ottenere risultati attendibili.

Notiamo ancora che « a priori » non si conosce se λ_1 corrisponda al minimo principale e λ_2 al secondario, o viceversa. Occorre però osservare che, essendo nei due minimi l'area occultata sempre identica, il minimo principale si avrà quando viene eclissato l'astro che ha la fotosfera più brillante, ossia l'astro che ha maggiore temperatura effettiva. Ed allora, se si hanno osservazioni spettroscopiche, è facile decidere quale dei due casi corrisponda al vero.

Nel caso opposto possono aversi due soluzioni, di cui si sceglie quella che meglio rappresenta i fenomeni osservati. Per la discussione, rimandiamo alle citate memorie del RUSSELL in « Astroph. Journ. », Vol. XXXV e XXXVI.

luce, si trova:

$$\varphi_{(0,25)} = 17^{\circ},6\,; \quad \varphi_{(0,50)} = 12^{\circ},7\,; \quad \lambda_1 = 0{,}372\,; \quad \lambda_2 = 0{,}950.$$

Con questi valori abbiamo subito:

$$\sin^2 \varphi_{(0,25)} = 0{,}0914\,; \quad \sin^2 \varphi_{(0,50)} = 0{,}0483$$

e quindi la (533) e la (536) divengono:

$$\chi(k,\ \alpha_0\,;\quad n = 0{,}25) = 1{,}868 \tag{537}$$

$$\alpha_0 = 0{,}628 + \frac{0{,}050}{k^2}\,. \tag{538}$$

Applicando il metodo delle approssimazioni successive e ponendo p. es. $k = 0{,}80$, la (538) dà $\alpha_0 = 0{,}71$ e quindi la Tabella IV dà $\chi = 1{,}85$, valore inferiore al vero. Ponendo invece $k = 0{,}86$, la (538) dà $\alpha_0 = 0{,}69$ e quindi la Tabella IV dà $\chi = 1{,}88$ valore superiore al vero. Con qualche tentativo, si trova infine come soluzione $k = 0{,}84$ ed $\alpha_0 = 0{,}70$.

3) Determinati k ed α_0, la Tabella I (n. 269) ci dà il valore di p nell'istante dei due minimi [2], valore che indicheremo con p_0. Poichè allora si ha $\varphi = 0$ oppure $\varphi = \pi$, la (502) e la (505) ci danno l'equazione:

$$R_1^2(1 + kp_0)^2 = \cos^2 i \tag{539}$$

nella quale compaiono le due incognite R_1 ed i.

D'altra parte, indicando sempre con $\varphi_{(0,0)}$ la fase angolare per cui cessa l'eclisse ($\alpha = 0$) e cioè la fase che corrisponde alla tangenza esterna dei due dischi, abbiamo dalla (523)

$$R_1(1 + k)^2 = \cos^2 i + \sin^2 i \sin^2 \varphi_{(0,0)}\,. \tag{540}$$

Ora la (539) e la (540) costituiscono un sistema di due equazioni, tra le due incognite R_1 ed i, da cui è facile ricavare le incognite stesse.

---

[1] Cfr. SCHILLER, op. cit., pag. 338 e ss.

[2] Sarà inutile osservare che, essendo l'orbita circolare, p assume lo stesso valore nei due minimi.

Così per *Algol* si ha $\alpha_0 = 0{,}70$ e $k = 0{,}84$, donde ricaviamo dalla Tabella I, $p_0 = -0{,}48$. La (539) diviene dunque:

$$(541) \qquad R_1^2(1 - 0{,}84.0{,}48)^2 = 0{,}36 R_1^2 = \cos^2 i.$$

Analogamente, essendo $\varphi_{(0,0)} = 25^\circ$, si ha dalla (540):

$$(542) \qquad R_1^2(1 + 0{,}84)^2 = 3{,}39 R_1^2 = \cos^2 i + 0{,}18 \sin^2 i$$

onde abbiamo: $i = \pm 82^\circ$; $R_1 = 0{,}24$; $R_2 = kR_1 = 0{,}20$.

4) Restano infine a determinare le intensità luminose L_1 ed L_2 ed a tale scopo basta servirsi della (534) o della (535). Così, per *Algol*, essendo $\lambda_1 = 0{,}372$ e $\lambda_2 = 0{,}950$, si ottiene subito: $L_1 = 0{,}1$ ed $L_2 = 0{,}9$ circa; l'astro maggiore S_1 è quindi molto meno luminoso del minore S_2 (n. 255).

275. Alcuni risultati. Molti sistemi binari fotometrici sono anche spettroscopici e noi ne riporteremo gli elementi in un ampio riassunto della tavola del MOORE, che daremo in appendice. Per ora ci limitiamo alla seguente tabella, dove gl'indici p ed s indicano rispettivamente l'astro principale (il più luminoso) ed il satellite e dove le lunghezze (R_p, R_s, a) sono misurate in milioni di chilometri, le masse μ prendendo per unità la massa del Sole e le densità ρ prendendo per unità quella dell'acqua. Per comodità aggiungiamo le coordinate (α, δ) e la grandezza m al massimo splendore.

SISTEMI BINARI FOTOMETRICI

N.	Variabili	R_p	R_s	μ_p	μ_s	ρ_p	ρ_s	a
1	β Aur ($5^h52^m{,}2$; $44^\circ56'$; 2,1)	2,0	2,0	2,4	2,4	0,15	0,15	12,5
2	*TV* Cas (0 13 ,9; 58 35 ; 7,3)	1,7	2,0	1,8	1,0	0,17	0,06	6,2
3	*U* CrB (15 14 ,1; 32 1 ; 7,8)	2,0	3,3	4,3	1,6	0,24	0,02	12,2
4	Y Cyg (20 48 ,1; 34 17 ; 7,1)	3,2	3,2	16,6	15.3	0,24	0,22	19,4
5	*RX* Her (18 26 ,1; 12 33 ; 7,2)	1,1	1,0	1,0	0,9	0,35	0,47	5,3
6	*TX* Her (17 15 ,5; 42 0 ; 7,8)	0,9	0,9	2,0	1,8	1,20	1,10	7,5
7	*u* Her (17 13 ,6; 33 12 ; 4,8)	3,2	3,7	7,5	2,9	0,13	0,03	10,4
8	*Z* Her (17 53 ,6; 15 9 ; 7,4)	1,3	2,3	1,6	1,3	0,40	0,06	10,6
9	*U* Oph (17 11 ,5; 1 19 ; 6 0)	2,3	2,3	5,4	4,7	0,25	0,22	9,0
10	*V* Pup (7 55 ,4; -48 58 ; 4,1)	5,9	5,4	19,4	19,4	0,06	0,08	8,9
11	*W* UMa (9 36 ,7; 56 25 ; 7,9)	0,5	0,5	0,7	0,5	3,9	2,7	1,5
12	*RS* Vul (19 13 ,4; 22 16 ; 7,4)	1,4	7,2	5,4	1,7	0,9	0,002	16,4
13	*Z* Vul (19 17 ,5; 25 23 ; 7,1)	3,0	3,1	5,2	2,4	0,1	0,04	10,5

Notiamo che *spesso* — come appare da questa tabella — *l'astro satellite ha dimensioni maggiori dell' astro principale*, pure avendo minore massa e minore luminosità.

Abbiamo così terminato il nostro studio sopra le stelle, considerate come *singole individualità*. Dobbiamo ora occuparci del loro insieme, della loro distribuzione nello spazio, dei loro movimenti ecc. e dobbiamo pure occuparci dei *clusters* stellari e delle nebule galattiche ed anagalattiche; in una parola, dobbiamo studiare la *Statistica Stellare* e la composizione dell' *Universo Sidereo*. E ciò sarà argomento del terzo ed ultimo volume di questo trattato.

APPENDICE

1. - Stelle variabili raccomandate agli osservatori.

Il prof. NIJLAND (cfr. *Bull. of Astr. Institutes of the Netherlands*, Vol. V. n. 197, 1930) ha testè redatto tre tabelle, che egli intitola A, B, C e che sono rispettivamente dedicate alle variabili di cui si domandano osservazioni (Stars needing cooperation), alle variabili degne di particolare attenzione ed alle variabili di cui si hanno poche osservazioni (Neglected Stars) p. es. per mancanza di carte celesti, di adatte stelle di confronto nelle vicinanze ecc. Per comodo dei lettori, riproduciamo un estratto della tabella A, limitandoci alla nona grandezza circa e ricordando che le coordinate (α, δ) sono riferite al 1900,0.

VARIABILE				*M*	*m*	*P*	TIPO	BIBLIOGR.
		h m						
RV	*And*	(2 4,6;	48°28′)	8,9	10,9	172^d	RV Tauri?	
S	*Aql*	(20 7,0;	15 19)	9,1	11,3	146	RV Tauri?	A. N. 229 180
UZ	*Aur*	(5 8,2;	4 1)	7,7	9,3	?	RV Tauri?	B. Z. 8 69
RS	*Cam*	(8 36,9;	79 20)	8,4	9,2	190	RV Tauri?	M. N. *76* 612
RX	*Cas*	(2 58,8;	67 11)	8,5	9,1	32,31	RV Tauri?	A. N. *220* 337
μ	*Cep*	(21 40,5;	58 19)	3,7	4,7	?	irr.	N. N. n. 2
RU	*Cep*	(1 8,1;	84 36)	8,5	9,4	110 var	RV Tauri?	Potsd. 83
RU	*CrB*	(15 31,3;	26 5)	8,8	9,5	7,6?	RV Tauri?	A. J. 907
W	*Cyg*	(21 32,2;	44 56)	5,5	6,6	131	RV Tauri?	M. N. *80* 41
RV	*Cyg*	(21 39,1;	37 34)	7,2	9,3	?	irr.	

Variabile				M	m	P	Tipo	Bibliogr.
		h m						
SS	*Cyg*	(21 38,8;	43 8)	8,2	12,0	?	U Gemin.	
TT	*Dra*	(17 11,2;	57 59)	8,5	9,3	94,6	RV Tauri?	H. A. *79* 201
TX	*Dra*	(16 33,6;	60 40)	7,1	8,2	76,57	irr.	Tok. B. 13-14
η	*Gem*	(6 8,8;	22 32)	3,4	4,1	232	η Gemin	
g	*Her*	(16 25.3;	42 6)	4,7	5,5	?	irr.	
o	*Her*	(18 3,7;	28 45)	3,7	4,0	7 ?	β Lyrae	B. A. A. M. 7
RT	*Hya*	(8 24,7;	— 5 59)	7,1	9,3	255	RV Tauri?	A. N. *219* 15
RZ	*Lac*	(22 31,6;	52 14)	8,9	9,7	?	irr.	Zinner 373
U	*Lup*	(15 54,5;	— 29 38)	9,2	11,0	?	R CrB?	Cape *9* 114 B
R	*Lyr*	(18 52,3;	43 49)	4,0	4,5	50 var.	irr.	A. N. *228* 153
U	*Mon*	(7 26,0;	— 9 34)	5,7	7,2	46	RV Tauri	H. C. 341
ρ	*Per*	(2 58,8;	38 27)	3,3	4,1	?	irr.	
Y	*Per*	(3 20,9;	43 50)	8,5	10,5	253	RV Tauri?	
SW	*Per*	(4 4,0;	41 57)	8,4	9,6	160	RV Tauri?	Enebo *8* 16
R	*Pic*	(4 43,5;	— 49 26)	6,7	9,2	333	RV Tauri?	A. N. *225* 249
R	*Sag*	(20 9,5;	16 25)	8,5	10,3	71	RV Tauri	H. C. 341
RY	*Sgr*	(19 10,0;	— 33 42)	6,1	11,5	?	R CrB	H. C. 330
R	*Sct*	(18 42,1;	— 5 49)	4,7	9,0	140 var.	RV Tauri	H. C. 341
W	*Sct*	(18 18,9;	— 13 42)	9,5	10,2	?	R CrB	A. N. *224* 270
d	*Ser*	(18 22,1;	0 8)	5,0	5,7	45 ?	RV Tauri?	
X	*Tau*	(3 47,9;	7 29)	6,6	8,1	?	irr?	
RV	*Tau*	(4 41,0;	26 0)	8,7	11,0	78,5 ?	RV Tauri	R. Utrecht 6
Z	*UMa*	(11 51,3;	58 26)	8,4	10,2	198	RV Tauri?	H. B. 856
N	*Vel*	(9 28,2;	— 56 36)	3,4	4,2	?	?	
V	*Vul*	(20 32,3;	26 15)	8,4	10,2	75,68	RV Tauri	H. C. 341
RU	*Vul*	(20 34,5;	22 54)	8,5	10,8	158,3	RV Tauri?	A. N. *233* 415

2. - Stelle binarie visuali.

Come abbiamo già detto (n. 246) il prof. VAN DEN BOS (cfr. « Bull. Astr. Netherland » 1926 e *Handbuch der Astrophysik*, Bd. VI-2, pag. 352 e ss.) ha pubblicato una tabella in cui riporta gli elementi dell' orbita di 121 sistemi binari visuali.

Per vantaggio dei lettori, diamo un largo sunto di questa tabella, ricordando che la lettera β indica il numero del Catalogo del BURNHAM e che il periodo P è misurato in anni.

Quanto alle notazioni bibliografiche, adoperiamo le seguenti abbreviazioni:

A. N.	=	Astr. Nachr.
M. N.	=	Month. Notices
M. R. A. S.	=	Mem. Royal Astr. Society
Ap. J.	=	Astroph. Journal
A. J.	=	Astron. Journal
P. A. S. P.	=	Pub. Astr. Soc. Pacific
B. A. N.	=	Bul. Astr. Netherl.

Le coordinate (α, δ,) sono sempre riferite all' equinozio 1900,0; ed inoltre, nelle citazioni bibliografiche, il primo numero indica il volume ed il secondo la pagina.

N.	β	Nome	α	δ	m		P	a
			h m					
1	12755	—	0 1,0	57° 53′	6,5	7,5	105,5	1″,44
2	21	—	3,8	79 10	6,8	7,1	215	0,64
3	314	—	30,1	-4 9	5,6	6,4	6,88	0,24
4	335	—	32,2	-25 19	6,4	6,6	25,0	0,66
5	426	η Cas	43,0	57 17	3,6	7,9	507,6	12,21
6	482	—	49,6	23 5	6,1	6,7	114,8	1,01
7	—	*p* Eri	1 36,0	-56 42	6,0	6,0	218,9	8,03
8	1015	—	50,7	1 21	6,9	6,9	136	1,15
9	1036	—	53,7	70 25	4,8	7,2	63,3	0,66
10	1070	γ And	57,8	41 51	5,4	6,6	55,0	0,35
11	1144	—	2 7,6	47 1	6,4	7,3	167,4	0,97
12	1471	—	47,4	37 56	5,6	6,7	33,33	0,16
13	1761	—	3 28,5	24 8	6,7	6,8	270,0	0,49
14	2159	—	4 17,4	-25 58	6,6	6,6	100,6	0,74
15	2230	—	24,4	15 25	5,7	9,0	148,3	1,04
16	2383	—	46,2	13 29	6,8	10,0	86,0	0,56
17	2535	—	5 2,4	8 22	5,9	6,7	190,5	1,22
18	2597	*Capella*	9,3	45 54	0,8	0,8	0,285	0,05
19	3596	*Sirio*	6 40,8	-16 35	-1,6	8,4	50,04	7,57
20	3876	—	7 6,7	27 24	7,2	7,2	120,4	0,87
21	4122	*Castore*	28,2	32 6	2,0	2,8	306,3	6,06
22	4187	*Procione*	34,1	5 29	0,5	13,5	39,0	4,05
23	4310	—	47,2	-13 38	5,8	6,4	23,34	0,69
24	4355	—	52,1	1 24	7,1	7,3	59,6	0,35
25	4477	ζ Cnc	8 6,5	17 57	6,0	6,3	57,89	0,87
26	4771	ε Hya	41,5	6 47	3,7	5,2	15,3	0,23
27	4923	σ_2 UMa	9 1,6	67 32	4,9	8,4	470	4,76
28	5103	ω Leo	23,1	9 30	5,9	6,7	116,7	0,84
29	—	ψ Arg	26,8	-40 2	3,7	5,7	34,9	0,91
30	5223	φ UMa	45,3	54 32	5,1	5,5	112,7	0,34
31	5235	—	47,6	-7 38	5,8	6,1	72,76	0,41
32	5734	ξ UMa	11 12,8	32 6	4,4	4,9	59,81	2,51
33	5805	—	25,4	41 50	7,4	7,8	84,73	0,35
34	5951	—	48,3	74 19	7,0	8,3	63,1	0,34
35	6158	—	12 19,4	26 8	6,6	7,8	361	1,00
36	—	γ Cen	36,0	-48 25	3,1	3,1	203,4	1,92
37	6243	γ Vir	36,6	-0 54	3,6	3,7	182,3	3,74
38	6406	—	13 5,1	18 3	5,2	5,2	25,87	0,66
39	6566	—	33,0	36 48	5,2	7,5	220,4	1,20
40	6578	—	34,6	11 15	6,3	6,3	23,05	0,22
41	6842	—	14 18,5	8 54	7,4	7,4	40,53	0,23
42	6913	—	27,9	27 7	6,6	6,8	28,45	0,20
43	—	α Cen	32,8	-60 25	0,3	1,7	80,09	17,66
44	6955	ζ Boo	36,4	14 9	4,6	4,6	130	0,62
45	7034	ξ Boo	46,8	19 31	4,7	6,7	151,4	4,87

e	ω	T	$\pm i$	Ω	Bibliografia
0,47	98°,7	1941,6	46°,1	37°,4	A. N. 173 - 257.
0,47	337,1	1890,8	109,1	166,5	Pop. Astr. 25 - 668.
0,73	66,8	1925,9	53,5	38,7	Lick Obs. 12 - 5.
0,17	152,7	1924,5	76,0	112,8	Lick Obs. 12 - 7.
0,52	88,9	1890,0	31,6	99,2	A. N. 179 - 383.
0,75	71,3	1935,3	45,4	112,7	M. R. A. S. 56 - 23.
0,72	301,4	1806,1	114,3	1,0	A. J. 32 - 144.
0,67	226,8	1894,0	73,9	42,6	M. R. A. S. 56 - 48.
0,39	341,6	1904,8	31,5	90,5	Pop. Astr. 33 - 307.
0,82	201,2	1892,0	103,4	113,5	Lick Obs. 5 - 45.
0,31	303,7	1894,5	61,3	99,7	Grw. Cat. 206.
0,60	325,0	1928,3	146,5	127,1	Lick Obs. 12 - 20.
0,55	348	1917,3	139,4	97,0	Lick Obs. 11 - 66.
0,48	278,0	1923,2	50,0	161,7	A. J. 34 - 17.
0,79	157,9	1888,3	109,0	8,9	M. N. 81 - 476.
0,51	30°,6	1886,3	39,3	145,8	Lick Bull. 11 - 71.
0,25	57,3	1959,1	135,1	99,6	M. N. 47 - 266.
0,01	114,3	1920,7	138,9	38,7	Ap. J. 56 - 44.
0,59	145,7	1894,1	136,7	42,7	Lick Bull. 9 - 184.
0,93	254,1	1920,6	141,0	31,4	M. N. 85 - 480.
0,56	278,0	1954,7	113,2	32,5	A. N. 216 - 52.
0,32	36,8	1925,5	14,2	150,7	P. G. C. 267.
0,75	74,7	1892,6	79,8	99,7	Lick Obs. 12 - 51.
0,61	114,9	1861,2	74,6	35,2	Grw. Cat. 210.
0,33	179,8	1928,1	180,0	—	Schnauder 914. (Dissert.)
0,65	270,0	1901,0	49,9	104,4	Lick Obs. 12 - 59.
0,80	25,5	1920,2	127,0	121,5	Pop. Astr. 29 - 97.
0,56	122,1	1957,6	66,2	144,3	A. N. 173 - 251.
0,37	219,2	1936,8	56,2	116,8	A. J. 36 - 23.
0,50	9,2	1883,6	22,8	157,9	Dick 920. (Dissert.)
0,60	133,1	1953,3	142,9	17,9	A. N. 178 - 189.
0,41	129,2	1935,6	126,6	100,7	A. N. 170 - 121.
0,42	218,4	1883,5	54,1	151,6	A. N. 219 - 229.
0,41	126,9	1911,0	34,5	149,7	Lick Bull. 11 - 77.
0,93	300,9	1888,1	136,4	78,4	Grw. Cat. 212.
0,30	285,0	1851,5	98,2	3,3	A. J. 32 - 162.
0,89	260,4	1836,4	150,1	40,4	A. N. 177 - 161.
0,52	278,6	1911,7	89,9	12,6	Pop. Astr. 25 - 668.
0,86	118,6	1860,3	132,6	52,8	Grw. Cat. 213.
0,52	357,9	1930,3	50,4	33,9	Lick Obs. 12 - 86.
0,24	144,4	1918,4	40,8	43,9	P. A. S. P. 31 - 286.
0,17	219,9	1924,9	144,2	170,9	P. A. S. P. 35 - 221.
0,52	52,1	1875,7	79,2	25,4	Finsen 1926.
0,96	180	1898,0	140,3	129	A. N. 203 - 394.
0,51	23,8	1909,4	139,2	168,3	A. N. 214 - 91.

N.	β	Nome	α	δ	m		P	a
			h m					
46	7120	—	15 0,5	48° 3′	5,2	6,0	204,7	3,59
47	7251	η CrB	19,1	30 39	5,6	6,1	41,56	0,89
48	7259	μ_2 Boo	20,7	37 42	7,2	7,8	224	1,30
49	—	γ Lup	28,5	-40 50	3,6	3,8	104,3	0,78
50	7322	—	32,5	40 8	7,4	7,7	56,65	0,88
51	7368	γ CrB	38,6	26 37	4,0	7,0	101	0,62
52	7416	π_2 UMi	45,1	80 17	7,0	8,0	115	0,42
53	7487	ξ Sco	58,9	-11 6	4,8	5,1	44,70	0,72
54	7649	λ Oph	16 25,9	2 12	4,0	6,1	110,3	1,33
55	7717	ξ Her	37,5	31 47	3,0	6,5	34,5	1,35
56	7783	—	47,9	28 50	6,8	8,3	221,9	0,85
57	13364	—	17 4,5	36 4	6,1	6,1	15,5	0,16
58	—	—	11,4	-46 32	5,6	8,4	100,9	3,50
59	7929	—	12,2	-34 53	6,0	8,5	42,2	1,83
60	8038	—	25,2	-0 59	5,9	6,2	46,0	1,06
61	8099	—	34,0	61 57	5,3	9,3	111	1,56
62	8303	τ Oph	57,6	-8 11	5,3	6,0	223,8	1,31
63	—	—	59,6	-43 26	5,8	5,8	154,0	1,11
64	3340	—	18 0,4	2 31	4,1	6,1	87,71	4,49
65	8353	—	1,6	21 26	7,3	8,2	19,75	0,30
66	8372	—	3,2	30 33	5,2	9,7	53,51	1,11
67	8380	—	4,6	3 59	5,8	7,3	423,5	1,33
68	8679	—	33,2	-3 17	7,2	7,2	12,12	0,18
69	8933	—	53,3	32 46	5,2	8,7	57,0	1,24
70	8966	—	55,8	58 5	6,7	7,3	233,0	0,53
71	8965	ζ Sgr	56,2	-30 1	3,4	3,6	21,17	0,57
72	—	γ CrA	59,7	-37 12	5,0	5,0	124,7	2,14
73	9605	δ Cyg	19 41,8	44 53	3,0	7,9	321,0	2,12
74	9643	ζ Sge	44,5	18 53	5,2	6,2	25,20	0,32
75	10363	β Del	20 32,9	14 15	4,0	5,0	26,79	0,48
76	10559	—	46,1	-6 0	6,2	7,5	151,7	0,69
77	10643	ε Equ	54,1	3 55	5,8	6,3	97,4	0,61
78	10829	δ Equ	21 9,6	9 36	5,3	5,4	5,70	0,27
79	10846	τ Cyg	10,8	37 37	3,8	8,0	47,0	0,91
80	11125	24 Aqr	34,4	-0 30	7,3	7,8	71,00	0,66
81	11222	κ Peg	40,1	25 11	5,0	5,1	11,35	0,29
82	11763	—	22 24,9	3 55	5,6	7,0	136	0,72
83	12143	—	59,9	-8 14	6,3	6,3	23,82	0,24
84	12701	—	23 56,9	26 33	5,9	11,0	26,3	0,82

e	ω	T	$\pm i$	Ω	Bibliografia
0,44	25,0	1998,2	83,1	58,7	A. N. 182 - 27.
0,27	218,0	1933,8	58,5	25,3	Obs. Pots. 20 - 119.
0,53	339,0	1864,6	138,0	177,2	A. J. 33 - 144.
0,31	2,9	1905,7	91,9	91,5	A. J. 32 - 112.
0,58	21,9	1939,5	65,8	2,1	A. N. 119 - 163.
0,42	125,0	1842,7	98	111	A. J. 33 - 168-
0,80	165,0	1902,7	117,7	16,3	Lick Obs. 12 - 100.
0,75	343,6	1905,4	29,1	27,2	Lick Obs. 12 - 103.
0,86	96,7	1927,4	53,2	110,0	Grw. Cat. 219.
0,46	113,3	1933,2	132,5	51,6	A. J. 30 - 145.
0,52	123,5	1896,6	23,3	179,6	A. N. 198 - 116.
0,14	308,4	1919,9	124,0	90,8	Lick Bull. 11 - 83.
0,17	315,2	1912,6	48,8	175,4	B. A. N. 2 - 291.
0,55	64,0	1891,5	129,6	130,2	B. A. N. 2 - 181.
0,18	322,2	1915,2	99,3	153,7	Lick Obs. 12 - 116.
0,23	65,5	1893,3	112,8	153,8	Pop. Astr. 25 - 668.
0,53	17,7	1814,8	66,1	76,2	A. N. 170 - 102.
0,48	180,0	1839,7	132,8	52,7	Dawson 1924.
0,50	193,3	1896,0	121,3	122,2	A. N. 212 - 350.
0,96	149,0	1917,9	77,5	98,0	Lick Bull. 11 - 85.
0,76	93,7	1941,3	38,3	75,0	Obs. Pots. 20 - 159.
0,70	299,9	1910,0	106,3	71,1	Grw. Cat. 223.
0,27	270,0	1922,2	117,6	2,4	Lick Obs. 12 - 129.
0,20	285,7	1911,2	114,5	48,0	Pop. Astr. 33 - 309.
0,92	181,7	1882,5	180,0	—	M. N. 68 - 568.
0,19	1,4	1921,5	110,6	75,5	Lick Obs. 12 - 135.
0,33	169,5	1878,5	148,1	53,5	A. N. 191 - 125.
0,19	201,0	1941,6	132,2	87,9	Grw. Cat. 225.
0,85	65,0	1914,1	101,9	4,6	A. J. 29 - 164.
0,35	351,2	1936,6	62,3	178,6	Lick Obs. 12 - 150.
0,37	59,7	1897,2	67,4	167,8	Grw. Cat. 227.
0,72	9,0	1922,2	94,5	106,8	A. J. 30 - 125.
0,39	164,5	1924,1	99,0	21,0	Lick Obs. 12 - 158.
0,22	105,5	1936,6	137,3	149,8	Lick Obs. 12 - 161.
0,89	275,9	1922,9	66,8	147,2	B. A. N. 3 - 147.
0,49	106,1	1920,5	102,5	109,2	M. R. A. S. 56 - 653.
0,53	180,0	1905,0	84,6	117,0	B. A. N. 3 - 127.
0,40	261,3	1917,7	56,3	21,6	Lick Bull. 9 - 191.
0,46	266,1	1936,1	53,1	115,6	M. N. 66 - 423.

3. - Stelle binarie spettroscopiche e spettrofotometriche.

Come abbiamo già detto (n. 257) riportiamo un ampio sunto della tabella del MOORE (cfr. « Lick Obs. Bull. », Vol. XI, n. 355) sopra gli elementi dell' orbita dei sistemi binari spettrofotometrici.

Avvertiamo che B indica il catalogo del BOSS, (n. 119), che le velocità K_1 e V_0 sono sempre misurate in chilometri al secondo, che il periodo P è valutato in giorni, $a \sin i$ in migliaia di chilometri e che infine la data giuliana in cui avviene il passaggio al periastro è eguale a T con l' aggiunta di 2.410.000. Aggiungiamo che, se i due spettri sono visibili, invece di F_2 sono date le quantità $\mu_1 \sin^3 i$ e $\mu_2 \sin^3 i$ poste tra parentesi.

Quanto alle notazioni bibliografiche, adoperiamo abbreviazioni analoghe a quelle usate nella precedente tabella, insieme con i simboli seguenti:

S. D. S. I. = Società degli Spettr. Italiani
A. O. = Publ. Allegheny Obs.
D. A. O. = Pub. Domin. Astroph. Obs. (Victoria)
D. O. = Pub. Domin. Obs. Ottawa
Det. O. = Pub. Detroit Obs. (University of Michigan)
J. C. R. A. S. = Journ. Can. R. A. Society
L. O. B. = Lick Obs. Bul.

Notiamo che quando l' orbita è circolare ($e = 0$), la posizione ed il tempo del passaggio al periastro (ω, T) non hanno più significato: allora gli astronomi usano indicare con T l' istante in cui la velocità radiale è massima.

Inutile aggiungere che le coordinate (α, δ) si riferiscono sempre al 1900,0.

N.	B	Nome	α	δ	m	Sp.	P	T	ω	e
			h m							
1	10	α And	0 3,2	28° 32′	2,1	A0p	96,67	7882,40	76°,2	0,53
2	—	*TV* Cas	13,9	58 35	var	B9	1,813	0,00	— -	0,00
3	78	α Phe	21,3	-42 51	2,4	K0	3849	6201,85	19 ,8	0,33
4	82	—	22,8	43 50	5,1	A2	3,956	8841,59	233 ,2	0,15
5	116	13 Cet	30,1	- 4 9	5,2	G0	2,082	7484,49	222 ,7	0,09
6	123	π And	31,5	33 10	4,4	B3	143,7	8564,14	350 ,5	0,57
7	145	π Cas	37,9	46 29	5,0	A5	1,964	9970,03	45 ,1	0,01
8	146	ρ Tuc	38,2	-66 1	5,5	F5	4,820	9299,1	269 ,0	0.02
9	159	23 Cas	41,1	74 18	5,4	B8	33,75	10577,41	269 ,7	0,40
10	164	ζ And	42,0	23 43	4,3	*K*0	17,77	10024,88	182 ,2	0,04
11	175	ν And	44,3	40 32	4,4	B3	4,283	8155,66	— -	0,00
12	329	γ Phe	1 24,0	-43 50	3,4	K5	193,8	7945 —	267 ,0	0,01
13	384	φ Per	37,4	50 11	4,2	B0p	126,5	8290,42	347 ,3	0,49
14	421	α Tri	47,4	29 6	3,6	F5	1,737	10793,82	135 ,6	0,12
15	425	ω Cas	48,2	68 12	5,0	B8	69,92	10426,02	50 ,0	0,30
16	428	β Ari	49,1	20 19	2,7	A5	107,0	7632 —	19 ,7	0,88
17	497	ι Tri	2 6,6	29 50	5,2	G0	14,73	1243,1	5 ,4	0,04
18	514	δ Tri	10,9	33 46	5,1	G0	9,929	13309,43	21 ,5	0,06
19	530	ο Cet	14,3	- 3 26	var	Me	330	— —	265 ,2	0,20
20	—	*RZ* Cas	39,9	69 13	var	A0	1,195	9449,73	154 ,7	0,05
21	641	π Ari	43,7	17 3	5,3	B5	3,854	10370,26	78 ,3	0,04
22	708	β Per	3 1,7	40 34	var	B8	2,867	1,51	277 ,5	0,04
23	804	*f* Tau	25,4	12 36	4,3	K0	960	4889,56	326 ,3	0,40
24	844	ο Per	38,0	31 58	3,9	B1	4,419	8217,92	— -	0,00
25	913	ξ Per	52,5	35 30	4,0	Oe5	6,951	8248,3	99 ,2	0,05
26	920	λ Tau	55,1	12 12	var	B3	3,953	7945,12	77 ,5	0,06
27	967	μ Per	4 7,6	48 9	4,3	G0	284	10061,97	302 ,0	0,06
28	986	b^1 Per	10,7	50 3	4,6	A2	1,527	8956,17	151 ,7	0,22
29	1001	*v* Eri	14,1	-34 3	3,6	B9	5,011	7562,27	124 ,3	0,01
30	1018	63 Tau	17,7	16 33	5,7	A2	8,425	9819,0	190 ,7	0,16
31	1046	θ^2 Tau	22,9	15 39	3,6	F0	140,7	8054,72	54 ,2	0,72
32	1076	*d* Tau	30,2	9 57	4,4	A3	3,571	9734,99	— -	0,00
33	1082	3 Cam	32,0	52 53	5,3	K0	121	11137,55	285 ,0	0,02
34	1107	94 Tau	36,2	22 46	4,3	B5	1,505	7892,50	242 ,9	0,09
35	1139	9 Cam	44,1	66 10	4,4	B0	7,996	6480,35	90 ,0	0,30
36	1147	π_4 Ori	45,9	5 26	3,8	B3	9,519	8279,64	152 ,3	0,03
37	1159	π_5 Ori	49,0	2 17	3,4	B3	3,700	7921,64	— -	0,00
38	1161	7 Cam	49,3	53 35	4,4	A2	3,885	8281,18	217 ,1	0,01
39	1190	ζ Aur	55,5	40 56	3,9	K0	973	5122,47	330 ,1	0,41
40	1213	66 Eri	5 1,8	- 4 47	5,2	B9	5,522	13087,58	335 ,9	0,07
41	1244	14 Aur	8,9	32 34	5,1	A2	3,789	10802,71	19 ,7	0,03
42	1246	α Aur	9,3	45 54	0,2	G0	104,0	4899,5	117 ,3	0,01
43	1250	β Ori	9,7	- 8 19	0,3	B8p	21,90	7968,80	254 ,8	0,30
44	1301	η Ori	19,4	- 2 29	3,4	B1	7,990	5720,82	42 ,3	0,0
45	1314	ψ Ori	21,6	3 0	4,7	B2	2,526	7916,36	184 ,7	0,07

K_1	F_2	$a_1 \sin i$	V_0	Bibliografia	Annotazioni
30,7	0,18	34790	-11,5	A. O. 1 22 (1908)	
87,9	(1,60); (0,94)	2141	0,5	D. A. O. 2 141 (1922)	Variabile ad eclisse
5,8	0,064	290000	75,2	C. A. 10 37G (1924)	
41,7	0,029	2240	2,0	A. O. 2 194 (1912)	
36,4	0,01	1037	10,3	Ap. J. 52 110 (1920)	
47,7	0,89	77200	8,8	A. O. 2 49 (1910)	
117,3	(1,35); (1,34)	3168	12,4	D. O. 4 149 (1917)	
25,7	0,0085	1700	13,5	C. A. 10 41G (1924)	
16,3	0,012	7020	-4,1	D. O. 2 194 (1915)	
25,7	0,031	6272	-29,8	D. O. 2 157 (1915)	
75,6	(1,50); (1,10)	4454	-23,9	A. O. 1 196 (1910)	
15,8	0,079	42100	25,8	L. O. B. 9 116 (1918)	
26,9	0,19	44803	3,2	R. A .S. 4 195 (1910)	
12,1	0,00031	287	-12,6	D. O. 3 133 (1915)	
29,6	0,16	27190	-24,8	D. O. 2 102 (1915)	
32,6	0,042	22880	-0,6	Ap. J. 25 325 (1907)	
56,5	(1,12); (1,12)	11441	-19,1	D. A. O. 2 129 (1921)	
8,8	0,00070	1200	-5,8	L. O. B. 11 131 (1923)	
5,9	0,007	26200	58,2	Ap. J. 63 281 (1926)	(Cfr. n. 209)
69,3	0,041	1137	-38,3	A. O. 3 137 (1914)	Variabile ad eclisse
24.8	0,0061	1312	7,8	D. O. 4 69 (1917)	
44,1	0,025	1736	16,9	Ap. J. 60 22 (1924)	
8,2	0,043	99950	14,2	D. A. O. 3 145 (1924)	
111,9	(5,42); (3,79)	6801	18.5	A. O. 2 68 (1910)	
7,9	0,00035	752	15,4	D. O. 1 370 (1912)	
56,2	0,073	3050	12,9	A. O. 3 173 (1914)	Variabile ad eclisse
20,5	0,25	80000	7,8	D. O. 2 365 (1915)	
41,9	(0,85); (0,23)	858	23,1	D. O. 1 298 (1911)	
63,8	(0,56); (0,55)	4393	17,8	L. O. B. 8 175 (1915)	
36,5	0,041	4170	36,4	A. N. 196 120 (1913)	
27,1	0,099	37471	42,6	D. O. 2 80 (1915)	
72,7	0,14	3570	29,2	A. O. 3 96 (1914)	
28,2	0,28	46900	-40,5	D. O. 4 175 (1918)	
44,3	0,013	914	13,5	Rep. Ott. 166 (1910)	
9,0	0,00083	944	-2,2	Ap. J. 37 1 (1913)	
25,9	0,017	3393	23,3	A. O. 1 110 (1909)	
57,9	0,075	2945	24,2	Ap. J. 38 180 (1913)	
35,1	0,018	1877	-8,9	R. A. S. 5 115 (1911)	
23,8	1,03	294300	10,7	D. A. O. 3 151 (1924)	Due spettri
97,0	(2,5); (2,2)	7300	30,9	Ap. J. 60 313 (1925)	
21,6	0,0039	1123	-10,7	D. O. 3 232 (1916)	
25,8	(1,19); (0,94)	36848	30,2	L. O. B. 1 34 (1901)	
3,8	1,00011	1109	22,6	Ap. J. 30 26 (1909)	
144,7	(11,2); (10,6)	15901	35,5	Ap. J. 17 71 (1903)	Variabile ad eclisse
144,1	(5,33); (4,19)	4995	12,0	Ap. J. 28 272 (1908)	

N.	B	Nome	α	δ	m	Sp.	P	T	ω	e
			h m							
46	1333	χ Aur	5 26,2	32° 7′	4,9	B1	655,2	10629,78	135,5	0,17
47	1339	δ Ori	26,9	- 0 22	2,5	B0	5,733	12391,58	337,9	0,11
48	1349	*VV* Ori	28,5	- 1 14	5,4	B2	1,485	9836,03	— -	0,00
49	1365	θ^2 Ori	30,5	- 5 29	5,2	B1	21,03	13741,36	154,7	0,27
50	1366	ι Ori	30,5	- 5 59	2,9	Oe5	29,14	7587,99	113,3	0,75
51	1375	ζ Tau	31,7	21 5	3,0	B3p	138	5769,9	9,8	0,18
52	1381	28 *G* Dor	32,4	-64 18	5,3	G5	180,9	13108,42	333,0	0,51
53	1384	β Dor	32,8	-62 33	3,8	F5p	9,841	12702,48	5,3	0,25
54	1388	125 Tau	33,5	25 50	5,0	B3	27,86	10471,61	335	0,55
55	1399	—	35,8	- 1 11	5,0	B3	27,16	7961,46	87,0	0,77
56	1452	31 Cam	46,0	59 52	5,3	A0	2,933	11938,37	359,2	0,03
57	1457	136 Tau	47,0	27 35	4,5	A0	5,969	9362,52	191,4	0,02
58	1478	β Aur	52,2	44 56	2,1	A0p	3,960	7100,73	— -	0,00
59	1492	2 Mon	54,3	- 9 34	5,1	A5	9,355	9673,81	35,4	0,21
60	1501	μ Ori	56,9	9 39	4,2	A2	4,447	13863,17	— -	0,00
61	1508	1 Gem	58,0	23 16	4,3	G5	9,590	11898,74	203,3	0,21
62	1515	40 Aur	59,7	38 29	5,3	A3	28,28	10468,20	178,4	0,56
63	1525	ν Ori	6 1,9	14 47	4,4	B2	131,3	7975,16	1,6	0,60
64	1593	45 Aur	13,6	53 30	5,4	F5	6,501	13634,17	331	0,02
65	1609	β CMa	18,3	-17 54	2,0	B1	0,257	8367,70	225	0,04
66	1610	δ Col	18,4	-33 23	4,0	G5	870	17305	115	0,67
67	1635	ν Gem	23,0	20 17	4,1	B5	3530	8582	285	0,20
68	1646	*WW* Aur	25,9	32 32	6,0	A0	2,525	11623,36	— -	0,00
69	1773	*A* Car	47,7	-53 30	4,4	G5	195,32	11344,0	— -	0,00
70	1899	29 CMa	7 14,5	-24 23	4,9	Oe	4,393	7240,25	37,6	0,16
71	1906	19 Lyn	14,7	55 28	5,6	B8	2,260	9031,63	126,1	0,08
72	1909	*R* CMa	14,9	-16 12	var	F0	1,136	7966,58	195,9	0,14
73	1972	σ Pup	26,1	-43 6	3,3	K5	257,8	10418,6	349,3	0,17
74	1979	α_1 Gem	28,2	32 6	2,8	A0	2,928	6828,06	102,5	0,01
75	1979	α_2 Gem	28,2	32 6	2,0	A0	9,219	6746,38	265,3	0,50
76	2023	σ Gem	37,1	29 8	4,3	K0	19,61	5824,02	330,2	0,02
77	2119	*V* Pup	55,4	-48 58	var	B1p	1,454	2778,33	72	0,08
78	2179	ε Vol	8 7,6	-68 19	4,5	B5	14,17	9453,56	— -	0,00
79	2227	1 Hya	19,6	- 3 26	5,7	F5	1,563	12650,08	123,9	0,05
80	2285	—	30,5	6 58	6,0	F5	14,30	11599,47	220,8	0,28
81	2354	ε Hya	41,5	6 47	3,5	F8	5588	5375	90,0	0,65
82	2421	*w* Vel	56,3	-40 52	4,4	F8	74,15	12728,63	90,0	0,05
83	2445	κ Cnc	9 2,3	11 4	5,1	B8	6,393	6486,90	162,3	0,15
84	2447	75 Cnc	2,9	27 3	6,0	G1	19,46	12426,63	252,5	0,21
85	2463	*c* UMa	6,4	61 50	5,2	F8	16,24	13049,62	169,2	0,09
86	2473	*a* Car	8,4	-58 33	3,6	B3	6,744	6533,81	115,8	0,18
87	2484	—	10,8	47 14	5,7	A0	15,99	9408,03	355,2	0,50
88	2490	23 Hya	11,7	- 5 56	5,4	K0	914,0	11263	57,0	0,36
89	2526	κ Vel	19,0	-54 35	2,6	B3	116,7	6459,00	96,2	0,19
90	—	*S* Ant	27,9	-28 11	var	F0	0,6483	— —	— -	0,00

K_1	F_2	$a_1 \sin i$	V_0	Bibliografia	Annotazioni
20,5	0,56	182300	-0,1	D. O. 4 1 (1916)	
101,5	0,61	7958	21,2	A. N. 213 24 (1920)	Variabile ad eclisse
132,4	0,36	2704	20,8	A. O. 3 185 (1915)	Variabile ad eclisse
93,7	1,79	27000	36,8	Ap. J. 60 159 (1924)	
109,9	1,14	28907	21,3	Ap. J. 28 275 (1908)	
14,9	0,045	27900	16,4	Ap. J. 22 118 (1905)	
22,4	0,13	47900	9,8	C. A. 10 22G (1924)	
15,0	0,0031	1965	5,3	C. A. 10 32G (1924)	
25,5	0,028	8160	14,8	D. O. 3 424 (1916)	
93,0	0,61	22380	26,1	Ap. J. 30 376 (1909)	
76,0	0,13	3065	-3,9	D. A. O. 3 159 (1924)	Doppio spettro
48,9	(0,6); (0,4)	4011	-17,1	D. O. 2 119 (1915)	
109,0	(2,21); (2,17)	5934	-18,1	A. O. 1 190 (1910)	
57,1	0,17	7200	22,2	Ap. J. 60 320 (1924)	
30,8	0,013	2000	42,7	Ap. J. 60 192 (1924)	
11,7	0,0015	1510	19,7	D. A. O. 1 119 (1919)	
51,4	(1,35); (1,11)	16550	16,9	D. O. 4 95 (1917)	
34,1	0,28	49270	22,1	J. C. R. A. S. 5 24 (1911)	
31,7	0,022	2837	-1,5	D. A. O. 3 189 (1925)	
9,1	0,00002	31	33,1	L. O. B. 9 155 (1918)	(Cfr. n. 132)
11,0	0,049	97600	-5,9	L. O. B. 10 16 (1918)	
30,0	9,24	1417000	38,4	D. O. 4 279 (1919)	Doppio spettro
115,6	(2,2); (1,9)	4010	-5,8	A. S. P. 30 254 (1918)	Variabile ad eclisse
24,8	0,31	66880	25,4	L. O. B. 10 17 (1918)	
218,4	4,58	13035	-12,1	D. O. 4 123 (1917)	
104,4	0,26	3235	7,4	D. O. 4 235 (1918)	
28,6	0,0027	443	-39,7	A. O. 3 52 (1913)	
18,5	0,16	64800	87,3	L. O. B. 9 119 (1918)	
31,8	0,0097	1279	-1,0	L. O. B. 4 58 (1906)	
13,6	0,0015	1485	6,2	L. O. B. 4 64 (1906)	
34,2	0,081	9220	45,8	D. O. 1 279 (1911)	
— -	— —	—	- -	P. A. 29 22 (1912)	
66,7	0,44	12999	9,7	L. O. B. 8 130 (1914)	
30,3	0,0045	650	71,3	Ap. J. 55 30 (1922)	
22,7	0,015	4300	24,3	Ap. J. 50 391 (1919)	
8,4	0,15	493000	36,8	P. A. S. P. 24 218 (1912)	(Cfr. n. 243)
17,8	0,043	18130	-7,4	C. A. 10 37G (1924)	
67,8	0,20	5890	26,3	Ap. J. 25 318 (1907)	Doppio spettro
20,2	0,016	5296	12,3	Ap. J. 55 35 (1922)	
34,8	0,07	7730	-15,0	D. A. O. 2 205 (1923)	
21,5	0,0066	1960	23,3	L. O. B. 4 154 (1907)	
63,3	(1,48); (1,27)	12026	-13,1	D. O. 3 405 (1916)	
11,7	0,12	137190	-5,0		
46,5	1,15	73200	21,9	L. O. B. 4 156 (1907)	
81	(0,52); (0,29)	722	-5,0	Ap. J. 64 287 (1916)	

N.	B	Nome	α	δ	m	Sp.	P	T	ω	e
			h m							
91	2602	*o* Leo	9 35,8	10° 21′	3,8	F5	14,50	— -	— -	0,00
92	—	*W* UMa	36,7	56 25	var	G0	0,3336	— -	— -	0,00
93	2665	19 LMi	51,6	41 32	5,2	F4	9,283	13498,60	351°,1	0,05
94	2754	30 *H* UMa	10 16,9	66 4	4,9	A0	11,58	8468,21	171,9	0,38
95	2830	*p* Vel	33,1	-47 42	4,1	F2	10,21	10259,38	184,6	0.54
96	2900	ω UMa	48,2	43 43	4,8	A0	15,84	7991,10	11,9	0,26
97	2984	ξ UMa	12,9	32 6	4,4	G0	665	5252,7	322,6	0,41
98	2987	55 UMa	13,7	38 44	4,8	A2	2,5	11412,76	173,4	0,11
99	3098	93 Leo	42,8	20 46	4,5	F8	71,70	8088,40	270,8	0,01
100	3138	31 Crt	55,7	-19 6	5,3	B3	1,503	10917,57	185,1	0,08
101	3146	θ^1 Cru	57,9	-62 45	4,5	A5	24,48	12807,26	354,8	0,63
102	3182	4 *H* Dra	12 7,5	78 10	5,1	A5	1,271	10685,26	— -	0,00
103	3210	η Vir	14,8	- 0 7	4,0	A0	71,9	6206,93	180,0	0,25
104	3281	κ Dra	29,2	70 20	3,9	B5p	8,986	10609,02	326	0,23
105	3323	32 Vir	40,7	8 13	5,2	A5	38,3	10573,45	223,3	0,07
106	3363	ε UMa	49,6	56 30	1,7	A0p	1516.7	7723,00	55,8	0,31
107	3371	α^2 CVn	51,4	38 51	2,9	A0p	5,50	3,84	110	0,3
108	—	*RS* CVn	13 6,0	36 28	var	F3	4,798	— -	— -	0,00
109	3474	ζ^1 UMa	19,9	55 27	2,4	A2p	20,54	9477,74	104,0	0,53
110	3476	α Vir	19,9	-10 38	1,2	B2	4,014	7955,85	328	0,10
111	3511	—	30,3	37 42	5,0	F0	1,611	7018,02	199,0	0,05
112	3564	ν Cen	43,5	-41 11	3,5	B2	2,625	10301,39	— -	0,00
113	3586	*h* Cen	47,5	-31 26	4,8	B5	6,927	8733,25	147,2	0,23
114	3593	ζ Cen	49,3	-46 48	2,6	B2	8,024	2266,81	287	0,5
115	3596	η Boo	49,9	18 54	2,8	G0	497,1	8240,60	315,2	0,24
116	3626	α Dra	14 1,7	64 51	3,6	A0p	51,38	7403,28	19,0	0,38
117	3635	*d* Boo	5,8	25 34	4,8	F5	9,605	7679,52	273	0,17
118	3644	—	8,5	- 0 22	5,8	F5	2,696	12744,10	— -	0,00
119	3793	39 Boo	46,3	49 8	4,8	F5	12,82	12379,49	97.0	0,39
120	3825	δ Lib	55,6	- 8 7	var	A0	2,327	1,89	29,2	0,05
121	3827	2 *H* UMi	56,0	66 20	4,9	Mb	750	12065,0	— -	0,00
122	—	*U* CrB	15 14,1	32 1	var	B8	3,452	— -	— -	0,00
123	3928	γ UMi	20,9	72 11	3,1	A2	0,1084	13204,73	160,0	0,09
124	3940	β CrB	23,7	29 27	3,7	F0p	40,9	8739,29	240	0,4
125	3961	α CrB	30,5	27 3	2,3	A0	17,36	7742,55	312,2	0,39
126	4008	*A* Ser	40,9	- 1 29	5,4	B8	38,95	9528,60	208,5	0,77
127	4086	β Sco	59,6	-19 32	2,9	B1	6,828	9163,92	20,1	0,27
128	4090	θ Dra	16 0,0	58 50	4,1	F8	3,071	5368,96	126,1	0,01
129	4158	σ Sco	15,1	-25 21	3,1	B1	0,2468	11687,97	15	0,11
130	4166	ζ TrA	17,7	-69 52	4,9	G0	13,71	13629,68	270,0	0,00
131	4174	ι TrA	18,7	-63 50	5,3	F0	39,89	13275,7	82,0	0,33
132	4204	β Her	25,9	21 42	2,8	K0	410,6	5500,37	24,6	0,55
133	4277	μ^1 Sco	45,1	-37 53	3,1	B3p	1,446	2375,57	190	0,05
134	4322	*h* Dra	55,5	65 17	4,8	F5	51,71	4813,75	329,3	0,13
135	4327	ε UMi	56,2	82 12	4,4	G5	39,48	8005,75	359,5	0,01

K_1	F_2	$a_1 \sin i$	V_0	Bibliografia	Annotazioni
54,0	(1,30); (1,12)	10775	27,1	L. O. B. 5 21 (1908)	
134	(0,67); (0,48)	610	-5	Ap. J. 49 189 (1919)	Variabile ad eclisse
15,2	0,0034	1943	-10,8	D. A. O. 3 194 (1925)	
34,1	0,038	5020	-0,1	A. O. 2 149 (1912)	
42,3	(0,28); (0,23)	4981	19,2	L. O. B. 9 182 (1918)	
20,6	0,013	4336	-18,4	J.C.R.A.S. 5 382 (1911)	
7,0	0,018	58300	-16,4	S. D. S. I. 8 113 (1919)	Doppio spettro
38,5	(0,12); (0,08)	1315	-3	P. A. 27 29 (1919)	
26,5	0,14	26170	0,2	J.C.R.A.S. 4 458 (1910)	
118,2	0,25	2435	1,7	D. O. 4 125 (1917)	
48,2	0,13	12600	-2,0	C. A. 10 17G (1924)	
63,2	0,033	1104	0,3	Ap. J. 43 320 (1916)	
26,8	0,013	25290	-0,4	Ap. J. 26 282 (1907)	Doppio spettro
15,7	0,0032	1890	-7,2	Det. O. 3 33 (1920)	
41,0	(4,6); (2,4)	21530	-8,9	D. O. 2 383 (1915)	
3,5	0,0058	69360	-12,9	A. N. 195 370 (1913)	
21,5	0,0049	1500	1	A. N. 196 1 (1913)	
86	(1,3); (1,3)	5700	-9	P. A. S. P. 34 221 (1922)	Variabile ad eclisse
69,2	(1,62); (1,70)	16400	-9,6	Det. O. 2 101 (1915)	
126,1	(9,6); (5,8)	6930	1,6	A. O. 1 72 (1909)	
10,1	0,0002	222	6,6	D. O. 4 232 (1918)	
20,6	0,0024	745	9,0	L. O. B. 8 131 (1914)	
21,4	0,0065	1984	5,2	L. O B. 9 45 (1916)	
— -	— —	—	- -	H. C. 233 (1922)	
8,7	0,031	57735	-0,2	J.C.R.A.S. 4 194 (1910)	
46,2	0,42	30173	-17,0	J.C.R.A.S. 4 92 (1910)	
68,4	(1,36); (1,29)	8904	9,8	D. O. 1 329 (1911)	
24,3	0,0040	902	17,6	Ap. J. 54 226 (1921)	
58,3	(1,27); (1,03)	9450	-28,2	D. A. O. 2 167 (1922)	
76,5	0,11	2450	-45,0	A. O. 1 126 (1910)	Variabile ad eclisse
6,7	0,023	68800	6,8	J.C.R.A.S. 21 35 (1927)	
69,5	(4,1); (1,6)	3295	-7,5	D. A. O. 1 189 (1920)	Variabile ad eclisse
14	0,00003	35	-2,0	P. A. 31 90 (1923)	
3,1	0,0001	1600	-21,3	D. O. 1 405 (1912)	Sistema forse triplo
34,9	0,060	7671	0,4	A. O. 1 89 (1909)	Variabile ad eclisse
50,5	0,13	17170	-11,6	A. O. 3 157 (1915)	
125,7	(13,0); (8,3)	11360	-11,0	A. O. 2 135 (1912)	
23,5	0,0041	990	-8,4	L. O. B. 4 157 (1907)	
41,2	0,0018	138	var	L. O. B. 9 176 (1918)	
7,9	0,00070	1490	7,4		
39,2	0,21	19835	-5,2		
12,8	0,052	60280	-25,5	L. O. B. 5 25 (1908)	
— -	— —	—	- -	P. A. 29 22 (1921)	Variabile ad eclisse
18,0	0,03	12625	-22,6	D. O. 4 243 (1918)	
40,0	0,26	17346	-11,4	J.C.R.A.S. 4 464 (1910)	

N.	B	Nome	α	δ	m	Sp.	P	T	ω	e
			h m							
136	4328	ε Her	16 56,5	31° 4′	3,9	A0	4,023	8086,25	180	0,02
137	4374	α Her	17 10,1	14 30	5,4	F9	51,59	12468,58	27,9	0,03
138	—	*U* Oph	11,4	1 19	var	B8	1,677	— -	— -	0,00
139	4388	*u* Her	13,6	33 12	var	B3	2,051	8125,80	66,1	0,05
140	—	*TX* Her	15,4	42 0	var	A5	2,060	0,04	— -	0,00
141	4423	—	21,3	- 5 0	4,6	F0	26,27	8411,52	14,5	0,49
142	4462	ξ Ser	31,9	-15 20	3,6	A5	2,292	9209,62	— -	0,00
143	4483	ω Dra	37,5	68 48	4,9	F5	5,280	7415,49	333,8	0,01
144	—	*Z* Her	53,6	15 9	var	F5p	3,993	— -	— -	0,00
145	4604	μ Sgr	18 7,8	-21 5	4,0	B8p	180,2	7495,64	79,1	0,45
146	4643	108 Her	17,1	29 48	5,5	A2	5,515	9551,74	— -	0,00
147	4669	—	22,1	29 46	5,7	A2	9,612	12048,71	326,4	0,47
148	4672	χ Dra	22,9	72 41	3,7	F8	281,8	4864,3	119,0	0,42
149	—	*RX* Her	26,0	12 30	var	A0	1,779	9658,59	— -	0,00
150	4752	ζ^1 Lyr	41,3	73 30	4,3	A3	4,300	8109,72	— -	0,00
151	4756	β Sct	41,9	-4 51	4,5	G6	834	12480,9	33,9	0,35
152	4776	β Lyr	46,4	33 15	var	B8p	12,92	8,54	325,0	0,01
153	4788	50 Dra	49,6	75 19	5,4	A0	4,117	10293,52	107,6	0,01
154	4790	ο Dra	49,7	59 16	4,8	K0	138,4	9258,16	274,3	0,11
155	4794	δ^1 Lyr	50,2	36 51	5,5	B3	88,11	9220,73	204,5	0,28
156	4797	113 Her	50,5	22 31	4,6	G0	245,3	9805,0	169,5	0,12
157	4864	18 Aql	19 2,3	10 55	5,1	B8	1,302	8157,50	— -	0,00
158	—	*RS* Vul	13,4	22 16	var	B8	4,477	1,90	236,3	0,05
159	—	*U* Sge	14,4	19 26	var	B9	3,381	8428,18	44,1	0,03
160	4934	*v* Sgr	16,0	-16 9	4,6	B8p	137,9	9648,72	28,6	0,09
161	—	*Z* Vul	17,5	25 23	var	B3	2,455	-0,01	— -	0,00
162	4947	2 Sge	19,8	16 45	6,0	A0	7,390	10943,23	332,6	0,05
163	5018	σ Aql	34,3	5 10	5,2	B3	1,950	10054,33	— -	00,0
164	5026	—	36,4	54 44	5,9	F5	7,638	12201,40	46,7	0,53
165	5070	—	47,2	40 21	5,6	B2	12,43	9636,23	120,1	0,20
166	5099	φ Aql	51,5	11 9	5,3	A2	3,320	13324,04	56,0	0,05
167	5108	θ^1 Sgr	53,2	-35 33	4,4	B3	2,105	1140,64	— -	0,00
168	5171	θ Aql	20 6,1	- 1 7	3,4	A0	17,12	8261,91	14,9	0,68
169	5173	18 Vul	6,4	26 36	5,5	A2	9,316	10304,69	103,1	0,01
170	5200	θ^2 Cyg	12,4	47 24	4,2	K0	1170	10700,39	281,0	0,18
171	5216	β Cap	15,4	-15 6	3,2	G0	1375	6035	124,0	0,44
172	5223	α Pav	17,7	-57 3	2,1	B3	11,75	6379,90	224,8	0,01
173	5292	ι Del	33,0	11 2	5,4	A2	11,00	12095,82	60,8	0,25
174	—	Y Cyg	48,1	34 17	var	B2	2,996	— -	— -	0,00
175	5375	57 Cyg	49,7	44 0	4,7	B3	2,855	8554,77	45	0,14
176	—	*HD* 199579	53,1	44 33	6,0	Oe5	48,61	12892,23	66,7	0,10
177	5442	—	21 4,4	29 48	5,6	A0	3,314	12521,23	— -	0,00
178	5460	τ Cyg	10,8	37 37	3,8	F0	0,143	12522,64	263,0	0,31
179	5469	σ Cyg	13,5	38 59	4,3	A0p	11,04	11069,27	119,1	0,40
180	5532	β Cep	27,4	70 7	3,3	B1	0,1905	9638,81	2,6	0,04

K_1	F_2	$a_1 \sin i$	V_0	Bibliografia	Annotazioni
70,4	(1,6); (1,0)	3890	-24,0	A. O. 2 21 (1910)	
29,6	0,14	2103	-37,2	Ap. J. 53 214 (1921)	
179,8	(5,3); (4,6)	4147	-11,5	D. A. O. 1 137 (1919)	Variabile ad eclisse
99,5	(6,8); (2,6)	2800	-21,2	A. O. 1 82 (1909)	Variabile ad eclisse
121,0	(2,03); (1,75)	3430	-6,4	D. A. O. 1 209 (1920)	Variabile ad eclisse
47,5	(0,9); (0,8)	14950	0,4	D. O. 2 348 (1915)	
19,3	0,0017	610	-42,8	L. O. B. 6 161 (1911)	
36,3	0,026	2632	-13,7	L. O. B. 4 164 (1907)	
88,2	(1,5); (1,3)	4800	-46,5	Ap. J. 49 194 (1919)	Variabile ad eclisse
66,8	4,0	148110	-8,2	A. N. 219 213 (1923)	
70,1	(1,72); (1,18)	5320	-20,2	A. O. 3 152 (1914)	
28,5	0,016	3330	7,5	D. A. O. 1 134 (1919)	
17,9	0,13	63000	32,4	Ap. J. 11 133 (1900)	
104	(0,94); (0,89)	2540	-19,5	L. O. B. 2 154 (1916)	Variabile ad eclisse
51,2	0,060	3030	-26,0	A. O. 1 118 (1909)	
16,6	0,33	178000	-21,9	J.C.R.A S. 21 37 (1927)	
183,7	8,32	32639	-19,0	Ap. J. 60 15 (1924)	Variabile tipo
79,1	(0,95); (0,90)	4480	-8,8	J.C.R.A.S. 13 236 (1919)	
23,5	0,18	28030	-19,5	D. A. O. 1 265 (1920)	
33,7	0,31	39220	-25,8	A. O. 3 119 (1914)	
16,0	0,10	53580	-23,2	L. O. B. 7 107 (1913)	
27,6	0,0028	494	-18,6	A. O. 3 82 (1914)	
55,0	(4,35); (1,35)	3388	-22,0	D. A. O. 1 143 (1919)	Variabile ad eclisse
66,4	0,10	3090	-19,1	A. O. 3 14 (1912)	Variabile ad eclisse
48,1	1,58	91010	12,1	L. O. B 8 133 (1914)	
96,3	(5,24); (2,36)	3253	-15,1	D. A. O. 1 253 (1920)	Variabile ad eclisse
52,9	(0,91); (0,65)	5370	11,0	D. O. 4 66 (1917)	
163,5	(5,3); (4,4)	4380	-5,0	A. O. 3 192 (1915)	Variabile ad eclisse
89,8	(1,46); (1,44)	8017	-15,6	D. A. O. 1 161 (1919)	
94,4	1,02	15808	-6,2	D. A. O. 1 261 (1920)	
38,2	0,019	1745	-27,6	D. A. O. 2 182 (1922)	
15,9	0,00088	460	0,9	Pop. A. 29 86 (1921)	
46,0	(0,52); (0,38)	7930	-30,5	A. O. 2 43 (1910)	
78,5	(2,27); (2,06)	10054	-13,0	D. O. 4 219 (1918)	
16,6	0,53	263250	-14,3	D. O. 4 172 (1918)	
22,2	1.13	377000	-18,8	L. O. B. 6 6 (1910)	
7,2	0,00046	1170	2,0	L. O. B. 4 154 (1907)	
26,7	0,020	3910	-5,5	D. A. O. 1 156 (1919)	
223,9	(16,44); (15,11)	9230	-49,1	D. A. O. 1 215 (1920)	Variabile ad eclisse
110,4	(1,79); (1,67)	4200	-16,2	A. O. 2 38 (1910)	
42,2	0,37	28076	-5,8	D. A. O. 2 186 (1922)	
26	0,0060	1185	-26,8	D. A. O. 1 321 (1921)	
8,0	0,000006	15	-22,0	Ap. J. 53 146 (1921)	
2,0	0,0000007	276	-3,8	Det. O. 3 49 (1917)	
15,8	0,00007	405	-14,1	Det. O. 2 152 (1915)	Variabile

N.	B	Nome	α	δ	m	Sp.	P	T	ω	e
			h m							
181	5565	—	21 35,8	57° 2′	5,6	Oe5	1,364	13300,55	289,9	0,33
182	5566	42 Cap	36,1	-14 30	5,3	G5	13,25	11529,16	175	0,20
183	5592	κ Peg	40,1	25 11	4,3	F5	5,971	5239,25	4,7	0,04
184	5600	δ Cap	41,5	-16 35	3,0	A5	1,023	11451,86	149,1	0,02
185	5688	ι Peg	22 2,4	24 51	4,0	F5	10,21	4820,97	251,8	0,01
186	5764	2 Lac	16,9	46 2	4,7	B5	2,616	8193,30	180	0,01
187	5856	12 Lac	37,0	39 42	5,2	B2	0,193	10761,15	— -	0,00
188	5865	η Peg	38,3	29 42	3,1	G0	818,0	5288,7	5,6	0,15
189	5900	—	48,1	16 19	5,7	K0	24,65	12240,99	— -	0,00
190	5965	ι Gru	23 4,7	-45 47	4,1	K0	409,4	16116,14	251	0,75
191	5996	9 And	13,6	41 14	5,9	A3	3,219	11059.91	40,6	0,04
192	6046	1 H Cas	25,4	58 0	4,9	B3	6,067	8223,76	3,3	0,22
193	6071	λ And	32,7	45 55	4,0	K0	20,55	6683,46	301,0	0,09
194	6142	—	50,5	56 51	6,0	B0	13,43	10800,63	339,6	0,10
195	6148	—	52,1	55 9	5,7	F5	12,15	12162,60	213,4	0,28

K_1	F_2	$a_1 \sin i$	V_0	Bibliografia	Annotazioni
77,0	0,054	1354	-1,0	D. A. O. 2 273 (1923)	
22,7	0,016	4061	-4,4	C. A. 10 3F (1921)	
39,8	0,044	3266	-2,8	L.O.B. 9 122 (1918)	
65,7	0,030	926	-5,8	Ap. J. 54 131 (1921)	
48,0	0,12	6740	-4,1	L. O. B. 2 172 (1904)	
80,3	(0,87); (0,71)	2890	-9,0	A. O. 1 98 (1909)	
16,9	0,0001	45	-13,7	D. O. 3 88 (1915)	
14,2	0,23	157800	4,3	L. O. B. 1 29 (1901)	
33,2	0,094	11254	-12,8	D. A. O. 1 205 (1920)	
15,4	0,045	57500	-3,6	C. A. 10 12G (1924)	
73,6	0,13	3240	-4,9	D. O. 4 92 (1917)	
59,1	0,12	4920	-14,8	A. O. 2 28 (1910)	Variabile ad eclisse
7,1	0,0009	1990	7,4	L. O. B. 4 89 (1906)	
115,5	(18,5); (12,7)	21200	-26,7	D. O. 3 387 (1916)	
71,5	(1,70); (1,67)	11483	12,0	D. A .O. 2 267 (1923)	

INDICE

PREFAZIONE . . . . . Pag. V

PARTE TERZA - LE STELLE

Capitolo Primo - **I tipi spettrali delle stelle.**

Classificazione del P. Secchi - Tipi spettrali moderni - Descrizione dei tipi spettrali di Harvard - Spettri con bande e punti di diramazioni della « Sequentia Spectrorum » - Spettri con righe di emissione - Ipotesi per la spiegazione delle righe di emissione - Spettri particolari - Distribuzione dell'energia nello spettro - Altre classificazioni spettrali . . . . . » 3

Capitolo Secondo - **Luminosità, diametri, masse e densità delle stelle.**

Luminosità stellari - Diagramma di Russell - La « Mean Sequence » di Eddington - Stelle giganti e nane - Differenze spettro colorimetriche tra le stelle giganti e le nane - Le stelle « nane bianche » - La densità stellare dedotta dalla Teoria di Relatività - Masse e luminosità - Masse e tipi spettrali . . . . . Pag. 77

Capitolo Terzo - **L'atmosfera delle stelle.**

§ 1. *Nozioni Preliminari* - Il problema fondamentale dell'atmosfera stellare - Intensità delle righe spettrali - Numero degli atomi che producono una data riga - Formule di Fowler e di Adams - Abbondanza relativa degli elementi - Larghezza delle righe di Fraunhofer - Teoria di Unsold e di Stewart - Profili delle righe spettrali . . » 109

§ 2. *Costituzione dell'atmosfera stellare* - Atmosfera e fotosfera - Composizione chimica quantitativa dell'atmosfera stellare - Elementi non ancora rinvenuti nell'atmosfera dei corpi celesti - Pressione dell'atmosfera stellare - Tem-

peratura dell'atmosfera stellare - Sua differenza dalla « Colour Temperature » - Composizione chimica quantitativa dell'atmosfera stellare . . . . . Pag. 124

Capitolo Quarto - **Le sorgenti dell'energia stellare e la trasformazione della materia in energia.**

Generalità - L'irradiazione del Sole - L'età degli strati geologici - Ipotesi di Mayer e di Helmholtz - Ipotesi dello spazio ellittico - Trasformazione della massa in energia - Le Radiazioni Cosmiche. . . . . Pag. 147

Capitolo Quinto - **La costituzione interna delle stelle.**

Generalità - Teorema di Lane - Equazioni fondamentali - Equilibrio convettivo ed equilibrio radiativo - Teoria classica o teoria dell'equilibrio convettivo - Teoria moderna o teoria dell'equilibrio radiativo - Il coefficiente β di Eddington - Limiti delle masse stellari - Formula di Eddington per il calcolo delle masse stellari - Stelle con nucleo liquido del Jeans . . . . . : . . » 169

Capitolo Sesto - **L'evoluzione delle stelle.**

Generalità - Paradosso di Lane - Il problema dell'evoluzione stellare - Il diagramma rettilineo, il diagramma a « sette rovesciato » ed a « Z rovesciata » - Antiche vedute sopra l'evoluzione stellare - La prima teoria del Russell - Odierne vedute sopra l'evoluzione stellare - Ricerche di Jeans e di Armellini - La seconda teoria del Russell - Età delle stelle . . . . . » 199

PARTE QUARTA - LE STELLE VARIABILI

Capitolo Primo - **Generalità.**

Importanza delle stelle variabili - Curve di luce - Caratteristiche particolari delle stelle variabili - Rapporto di Ludendorff - Distribuzione dei periodi - Relazioni tra il periodo e l'ampiezza - Distribuzione galattica delle variabili - Relazione tra il periodo ed il tipo spettrale - La « principal sequence » - L'ipotesi balistica sopra la velocità della luce - Le stelle semivariabili - Classificazione delle stelle variabili. . . . . » 221

Capitolo Secondo - **Costruzione e discussione delle « Curve di luce ».**

Scoperta ed osservazione delle variabili - Data delle osservazioni - Giorno Giuliano - Riduzione al Sole - Costruzione della curva di luce in prima approssimazione - Determinazione dei massimi e dei minimi - Elementi di luce - Fase diurna e fase angolare - Seconda approssimazione dell' epoca e del periodo - Seconda approssimazione della curva di luce - Periodo reale e periodo apparente - Richiami di Analisi Armonica - Applicazione dell'Analisi Armonica alle curve di luce . . . . . Pag. 245

Capitolo Terzo - **Le « Novae » o Stelle Temporanee.**

Definizioni - Generalità - Fenomeni fotometrici - Parallassi - Fenomeni spettroscopici - Ipotesi sopra l' origine delle stelle Novae - Le Novae più importanti . . . . . » 275

Capitolo Quarto - **Le variabili irregolari.**

Generalità - Le « Novis Similes » - Le variabili del tipo di U *Geminorum* - Le variabili del tipo R *Coronae Borealis* » 303

Capitolo Quinto - **Le variabili a lungo periodo o variabili semiregolari.**

§ 1. *Il tipo di* μ *Cephei* - Generalità - Le variabili del tipo di μ *Cephei* . . . . . Pag. 311

§ 2. *Il tipo di Mira Ceti* - Introduzione - Richiami sopra le velocità radiali - Generalità sopra le variabili della famiglia di *Mira Ceti* - Curve di luce - Classificazioni di Campbell, di Turner, di Phillips e di Hagen - La *Mira Ceti* - Altre variabili della famiglia di *Mira Ceti* - Ipotesi teoriche sopra le cause di variabilità. . . . » 315

§ 3. *Il tipo intermedio* - Preliminari - La famiglia di RV *Tauri* - Generalità - Curve di luce - Periodo fondamentale e periodo formale - Ipotesi teoriche - Le variabili cicliche » 343

Capitolo Sesto - **Le variabili regolari o Cefeidi.**

§ 1. *I risultati delle osservazioni* - Generalità - Fenomeni fotometrici - Variazioni del periodo e della curva di luce - Fenomeni spettroscopici - Cefeidi ordinarie - Cefeidi degli ammassi, o Cumulidi . . . . . » 353

§ 2. *Teoria delle Cefeidi* - Cenni storici - L' ipotesi binaria - L' ipotesi delle pulsazioni - L' ipotesi del Jeans . . . » 367

Parte Quinta - LE STELLE BINARIE E MULTIPLE

Capitolo Primo - **Generalità.**

Definizioni - Cenni storici - Colori e bellezza dei sistemi binari visuali - Leggi statistiche dei sistemi binari - Digressione sul problema dei due corpi di masse variabili - Origine delle stelle binarie e multiple - Età dei sistemi binari . . . . . Pag. 389

Capitolo Secondo - **Sistemi binari visuali.**

§ 1. *Metodi di osservazione* - Moto assoluto e relativo - Orbita reale ed apparente - Potere risolutivo del cannocchiale - Metodi per l'osservazione delle stelle doppie - Il micrometro di posizione - Norme pratiche per le osservazioni. » 409

§ 2. *Costruzione dell'orbita apparente e calcolo dell'orbita reale* - Riduzione e discussione delle osservazioni - Rappresentazione delle osservazioni - Distinzione delle doppie fisiche dalle doppie ottiche o pseudobinarie - Determinazione dell'orbita apparente provvisoria - Metodo di Glasenapp - Determinazione dell'orbita reale provvisoria - Metodo di Kowalsky - Orbita reale definitiva - Metodo di Hellerich - Sistemi binari con satellite invisibile - Casi speciali - Applicazione della teoria di Eddington . . . . . » 425

§ 3. *I più importanti sistemi binari e multipli* - Generalità - Sistemi binari - Sistemi multipli . . . . . » 446

Capitolo Terzo - **Sistemi binari spettroscopici.**

Generalità - Periodo dei sistemi spettroscopici - Limiti del periodo - Curva di velocità - Asse delle V_0 - Velocità del baricentro - Principi per il calcolo dell'orbita spettroscopica - Orbita spettroscopica preliminare - Metodo di Lehmann - Filhès - Orbita spettroscopica definitiva - Metodo di Schlesinger - La « Funzione di Massa » - Sistemi spettrofotometrici - Binarie spettroscopiche e stelle pulsanti - Ricerche di Struve - Alcuni sistemi spettroscopici importanti . . . . . » 457

Capitolo Quarto - **Sistemi binari fotometrici.**

§ 1. *Nozioni fondamentali* - Generalità - I tre tipi fondamentali - Tipo di *Algol*, o tipo ad eclissi parziali - Sistemi

del tipo di *Algol* - Tipo di U *Cephei*, o tipo ad eclissi anulari e totali - Sistemi del tipo di U *Cephei* - Tipo di β *Lyrae*, o tipo a variazione continua - Sistemi del tipo β *Lyrae* . . . . . Pag. 489

§ 2. *Preliminari al calcolo dell'orbita fotometrica* - Generalità - Cenni storici - Elementi che possono determinarsi con le sole osservazioni fotometriche - Calcolo dell'eccentricità dell'orbita, della posizione del periastro e dell'epoca - Correzione della curva di luce - Distanza angolare ed area occultata - La « Regola delle tre fasi » di Russell - Applicazioni della « Regola delle tre fasi » . . . . » 504

§ 3. *Il metodo di Russell per il calcolo dell'orbita fotometrica* - Il problema di Russell - Sistemi con eclissi anulari e totali - Sistemi con eclissi parziali . . . . . » 520

APPENDICE . . . . . » 533

ERRATA

Pag.	*Linea*	*Invece di*	*Si legga*
71	Nota	HARMANN	HARTMANN
152	6	spesse	spesso
252	Fig. 151	*RV* Tauri	*RW* Tauri
306	6	Blp	B1p

333069 Astron
A

Author Armellini, Giuseppe

Title [Trattato di] astronomia siderale. vol. 2.

University of Toronto
Library

DO NOT
REMOVE
THE
CARD
FROM
THIS
POCKET

Acme Library Card Pocket
LOWE-MARTIN CO. LIMITED